

5

OBJECTIU 1

EXPRESSAR DE FORMA ALGEBRAICA CERTES SITUACIONS

NOM: _____ CURS: _____ DATA: _____

LLENGUATGE NUMÈRIC I LLENGUATGE ALGEBRAIC

- El llenguatge en què intervenen nombres i signes d'operacions l'anomenem **llenguatge numèric**.
- El llenguatge que combina lletres amb nombres i signes d'operacions aritmètiques l'anomenem **llenguatge algebraic**.

EXEMPLE

<u>Llenguatge usual</u>	<u>Llenguatge numèric</u>
Catorze dividit entre set	$14 : 7$
Dos elevat al quadrat	2^2
La tercera part de 18	$\frac{18}{3}$
<u>Llenguatge usual</u>	<u>Llenguatge algebraic</u>
La suma de dos nombres	$a + b$
Un nombre menys 3 unitats	$y - 3$
El quadrat d'un nombre	b^2
La meitat d'un nombre	$\frac{x}{2}$

1 Expressa amb llenguatge numèric o llenguatge usual.

LLENGUATGE USUAL	LLENGUATGE NUMÈRIC
La suma d'onze més nou és vint	
Cent dividit entre vint	
La quarta part de vint és cinc	
Dos elevat al cub és vuit	
	$32 : 8$
	$3 \cdot 4$

2 Uneix cada enunciat amb el seu equivalent en llenguatge algebraic.

- | | |
|--|-----------------------|
| a) La meitat d'un nombre. | $(m + n)^2$ |
| b) El triple d'un nombre menys cinc unitats. | $n - 1$ |
| c) El nombre anterior a un nombre enter. | $2 \cdot (a + b + c)$ |
| d) El nombre posterior a un nombre enter. | $x + 1$ |
| e) El quadrat de la suma de dos nombres. | $\frac{m}{2}$ |
| f) El doble de la suma de tres nombres. | $3 \cdot b - 5$ |

EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

Una **expressió algebraica** és un conjunt de nombres i lletres units amb els signes de les operacions matemàtiques.

EXEMPLE

<u>Expressió escrita</u>	<u>Expressió algebraica</u>
La suma de dos nombres menys dos	$x + y - 2$
El triple d'un nombre més cinc	$3 \cdot x + 5$
El quadrat d'un nombre més una unitat	$x^2 + 1$

3 **Escriu aquests enunciats com a expressió algebraica.**

- El doble d'un nombre b .
- El doble de la suma de dos nombres m i n .
- El quadrat d'un nombre x més 4 unitats.
- El producte de tres nombres a , b i c .
- El doble d'un nombre y més 3 unitats.

4 **Relaciona cada enunciat amb la seva expressió algebraica.**

- | | |
|---|-----------------|
| a) El doble d'un nombre més dues unitats. | $x - 5$ |
| b) Un nombre disminuït en cinc unitats. | $\frac{x}{3}$ |
| c) La tercera part d'un nombre. | $2 \cdot x + 2$ |
| d) El cub d'un nombre. | $x + 10$ |
| e) El doble d'un nombre. | $2x$ |
| f) Un nombre augmentat en deu unitats. | x^3 |
| g) La diferència de dos nombres. | $x + 1$ |
| h) El nombre següent a un nombre enter. | $x - y$ |

5 **Si x és l'edat d'en Joan, expressa en llenguatge algebraic.**

LLENGUATGE USUAL	LLENGUATGE ALGEBRAIC
Quants anys tenia l'any passat	
Quants anys tindrà d'aquí a un any	
L'edat que tenia fa 5 anys	
L'edat que tindrà d'aquí a 5 anys	
Els anys que falten perquè en tingui 70	

6 Inventa't un enunciat per a aquestes expressions algebraiques.

a) $n + 1 \longrightarrow$

b) $a + b \longrightarrow$

c) $\frac{b}{2} \longrightarrow$

d) $2 \cdot (m - n) \rightarrow$

e) $x^3 - 1 \longrightarrow$

f) $2 \cdot x + 1 \longrightarrow$

VALOR NUMÈRIC D'UNA EXPRESSIÓ ALGEBRAICA

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que obtenim quan substituïm les lletres per nombres i fem les operacions que s'hi indiquen.

EXEMPLE

Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $3x + 2$ per a $x = 1$.

Substituïm x per 1 en l'expressió algebraica i fem les operacions:

$$x = 1 \rightarrow 3 \cdot 1 + 2 = 3 + 2 = 5$$

El valor numèric de $3x + 2$, per a $x = 1$ és 5.

7 Troba el valor numèric de l'expressió algebraica $2x + 1$ per a aquests valors:

VALOR	SUBSTITUCIÓ	OPERACIÓ	VALOR NUMÈRIC
$x = 0$	$2 \cdot (0) + 1$	$2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1$	1
$x = 2$			
$x = -1$			
$x = -2$			

8 Calcula el valor numèric d'aquestes expressions per als valors que s'indiquen.

VALORS	$x + y$	$2x - 3y$	$(x + y)^2$
$x = 1 \quad y = 0$	$1 + 0 = 1$	$2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 =$	$(1 + 0)^2 = (1)^2 =$
$x = -1 \quad y = 2$			
$x = 1 \quad y = -2$			
$x = -2 \quad y = 3$			
$x = -1 \quad y = -1$			

MONOMIS

Un **monomi** és una expressió algebraica formada per productes de nombres i lletres. Els nombres els denominem **coeficients**, i les lletres amb els seus exponents, **part literal**.

EXEMPLE

MONOMI	$3x$	$-5ab$	$-5x^3$	$\frac{3}{5}x$
COEFICIENT	3	-5	-5	$\frac{3}{5}$
PART LITERAL	x	ab	x^3	x

1 Completa les taules.

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
x	1	x
$-3xy$	-3	
$-5xy^2$		
$\frac{1}{3}x^2y$		

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL
$\frac{2}{3}a^2b$		
$-2xyz$		
$-3b^2c$		
$-\frac{5}{7}xyz^2$		

GRAU D'UN MONOMI

El **graú d'un monomi** és el nombre que resulta de sumar tots els exponents de la seva part literal.

EXEMPLE

MONOMI	GRAU	EXPLICACIÓ
$-3x$	1	L'exponent de x és 1 (x^1)
$4a^2y$	3	La suma dels exponents de a^2y^1 és $2 + 1 = 3$
$-5x^2y^3$	5	La suma dels exponents de x^2y^3 és $2 + 3 = 5$

2 Calcula el grau dels monomis següents.

a) $-5x^2 \rightarrow$ Grau =

d) $zx^2 \rightarrow$ Grau =

b) $7x^2y \rightarrow$ Grau =

e) $-yx \rightarrow$ Grau =

c) $\frac{2}{3}a^5b \rightarrow$ Grau =

f) $-x \rightarrow$ Grau =

3 Completa la taula següent.

MONOMI	COEFICIENT	PART LITERAL	GRAU
$-3x$	-3	x	1
$-2a^3b$			
$-2ab$			
xyz			
$7ab^2c^3$			
$6y^2z$			

MONOMIS SEMBLANTS

Dos o més **monomis** són **semblants** quan tenen la mateixa part literal.

EXEMPLE

$5x$; $2x$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (x).
 $3xy^2$; $-xy^2$ són monomis semblants, perquè tenen la mateixa part literal (xy^2).
 x^2y^3 ; xy^2 no són monomis semblants.

4 Escribe dos monomis semblants per a cada monomi.

MONOMI	MONOMIS SEMBLANTS
$-5x$	
$-ab$	
$-2yx^3$	
$-3y^2z^3$	
$\frac{2}{3}a^2b$	
$5xy$	

SUMA I RESTA DE MONOMIS

- La **suma i resta de monomis** només la podem fer quan els monomis són semblants.
- Per sumar o restar monomis semblants sumem o restem els coeficients i deixem la mateixa part literal.

EXEMPLE

$$2x + x = (2 + 1)x = 3x$$

$2x + y \rightarrow$ La suma la deixem indicada, perquè no són monomis semblants.

5 Fes les operacions següents.

a) $a + a + a + a =$

d) $5x - 3x - x =$

b) $2x^2 + x^2 + x^2 =$

e) $-5x^3 - 3x^3 =$

c) $5mn - mn - 4mn =$

f) $p - 2p + 5p =$

6 Completa els buits amb monomis semblants i calcula.

a) $2x + \boxed{} + \boxed{} =$

c) $2x^3 + \boxed{} =$

b) $\boxed{} + 5p + \boxed{} =$

d) $\boxed{} + 2xy + \boxed{} =$

7 Escriu un monomi semblant al que indiquem i calcula.

a) $7x - \boxed{} =$

c) $5pq - \boxed{} =$

b) $\boxed{} - x^2 =$

d) $\boxed{} - 4x^2y =$

8 Redueix les expressions algebraiques següents.

a) $6x^2 + 4x - 2x^2 - x$

unem i restem els monomis semblants
i calculem el resultat:

$$\begin{array}{r} \boxed{6x^2 - 2x^2} + \boxed{4x - x} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ 4x^2 \qquad + \qquad 3x \end{array}$$

b) $5x^2 - 2x + 3x^2 - x =$

c) $ab - ab + 7ab + 4ab - 2ab =$

d) $3ab^3 - 2ab + 5ab^3 - ab + 4ab =$

e) $-10xy - 5xy + 2xy + 4x - 8y + 2y + 2x =$

MULTIPLICACIÓ DE MONOMIS

El **producte de dos o més monomis** és un altre monomi el coeficient del qual és el producte dels coeficients i la part literal del qual és el producte de les parts literals.

EXEMPLE

$$3x \cdot 2x = (3 \cdot 2) \cdot x \cdot x = 6x^2$$

$$4x \cdot (-2x^2) = [4 \cdot (-2)] \cdot x \cdot x^2 = -8x^3$$

9 Fes aquestes multiplicacions.

a) $4a \cdot 3a =$

c) $-2x \cdot (-5x) =$

e) $m \cdot m^2 =$

b) $3x^2 \cdot 3x^2 =$

d) $3x^2 \cdot (-3x^2) =$

f) $\frac{2}{3}x \cdot \frac{3}{5}x^2 =$

10 Calcula i redueix.

a) $4x(2x - 5) = 4x \cdot 2x - 4x \cdot 5 = 4 \cdot 2 \cdot x \cdot x - 4 \cdot 5 \cdot x = 8x^2 - 20x$

b) $3(2x + 3x^2) =$

c) $2a(4a^3 - 3a^2) =$

d) $(3 - ab + ab^2)2a =$

e) $2(x^2 + 3x) - 2x =$

f) $-3x(x^3 - 2x + 4) - 12x =$

g) $-x^3(-5x + 4 - 3x^2 - 10x) =$

h) $-\frac{1}{3}x(-x^4 + 3x - 2x) + x^2 =$

DIVISIÓ DE MONOMIS

El **quocient de dos monomis** és un altre monomi el coeficient del qual és el quocient dels coeficients i la part literal del qual és el quocient de les parts literals.

EXEMPLE

$$6x : 2x = \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} \cdot \frac{x}{x} = 3 \cdot 1 = 3$$

$$10x^3 : (-5x) = \frac{10}{-5} \cdot \frac{x^3}{x} = -2x^2$$

11 Resol aquests divisions de monomis.

a) $8x^3 : 2x =$

d) $a^4 : a^2 =$

b) $(-12x^5) : (-12x^4) =$

e) $(-14y^4) : (-2y^2) =$

c) $20m^4 : 15m^3 =$

f) $(-20z^5) : 4z^4 =$

12 Fes les operacions següents.

a) $(7x^5 : 2x) + x =$

b) $(6x^7 : x^3) - (5x : x) =$

c) $(8a^2b : 4ab) + b^2 =$

d) $3x(x + 1) - (4x^2 : x) =$

e) $(12a^3b^2 : 3a^2b) - b =$

f) $3(4xy^2 : 2xy) - 2y =$

g) $2x[(-2y^2x^3) : (-x^2y)] + x(x - 1) =$

NOM: _____ CURS: _____ DATA: _____

POLINOMIS

Un **polinomi** és la suma o la resta de diversos monomis.

- Cadascun dels sumands l'anomenem **terme** del polinomi.
- Els termes que no tenen part literal els anomenem **termes independents**.
- El **grau d'un polinomi** és el del monomi de grau més elevat.

EXEMPLE

POLINOMI	TERMES	TERME INDEPENDENT	GRAU DEL POLINOMI
$2x^3 - 3x - 1$	$2x^3$; $-3x$; -1	-1	3, que és el grau de $2x^3$
$-2xy + 9$	$-2xy$; 9	9	2, que és el grau de $-2xy$
$-5x$	$-5x$	No tiene	1, que és el grau de $-5x$

1 Completa la taula.

POLINOMI	TERMES	TERME INDEPENDENT	GRAU DEL POLINOMI
$-2x^3 + 3x - 5$			
$5ab - 5ax^2b$			
$x^3 - 2x^2 - x - 3$			
$6x - 7$			
$5xy - 2y$			
$\frac{2}{3}a^2b + 1$			
$3xy + 5xy^2$			

2 Escriu un polinomi de grau 3 que tingui un terme, un altre amb dos termes i un de tercer amb tres termes.**3** Indica el grau dels polinomis següents.

a) $-x + 3x^2 \rightarrow$ Grau =

c) $2x^5 - x \rightarrow$ Grau =

b) $x^2y - 3x \rightarrow$ Grau =

d) $-5x^4 - x^3 - 8 \rightarrow$ Grau =

- 4 Troba el valor numèric del polinomi $x^2 - 2x + 1$ per als valors que indiquem.

VALOR	VALOR NUMÈRIC DEL POLINOMI
$x = 0$	$0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 0 - 0 + 1 = 1$
$x = 1$	
$x = -2$	

SUMA I RESTA DE POLINOMIS

Per **sumar** o **restar** polinomis sumem o restem els monomis semblants.

EXEMPLE

$$A(x) = 2x^2 + 5$$

$$B(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 3$$

$$\begin{aligned} A(x) + B(x) &= (2x^2 + 5) + (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) = \\ &= x^3 - 3x^2 - 2x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(x) - B(x) &= (2x^2 + 5) - (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) = \\ &= 2x^2 + 5 - x^3 + 5x^2 + 2x - 3 = \\ &= -x^3 + 7x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \quad + 5 \\ + x^3 - 5x^2 - 2x + 3 \\ \hline x^3 - 3x^2 - 2x + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \quad + 5 \\ -x^3 + 5x^2 + 2x - 3 \\ \hline -x^3 + 7x^2 + 2x + 2 \end{array}$$

- 5 Donats els polinomis $A(x) = 6x^2 - 8x + 1$ i $B(x) = -9x^2 - 2x + 7$, calcula.

a) $A(x) + B(x)$

b) $A(x) - B(x)$

c) $B(x) - A(x)$

- 6 Donats els polinomis $A(x) = x^3 - 3x + 2$, $B(x) = -2x^2 + 7x$ i $C(x) = -x^3 - 2$, calcula.

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

b) $A(x) + B(x) - C(x)$

c) $A(x) - B(x) - C(x)$

- 7 Escriu els polinomis següents de manera reduïda.

$$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3$$

$$Q(x) = -4x^2 - 5x^3 + 2x^2 - 6x + 2x^2 + 5x^3 - 1$$

$$R(x) = 2x^4 - 6x^3 + 4x + 2x^2 - 3x^3 + 8x - 2$$

$$P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 5x^3 + 4x^2 - 7x + 2x^3 = 3x^3 - 5x^3 + 2x^3 + 2x^2 + 4x^2 - 7x = 6x^2 - 7x$$

- 8 Amb els polinomis de l'exercici anterior, calcula.

a) $P(x) + Q(x)$

b) $Q(x) + R(x)$

c) $Q(x) - R(x)$

d) $P(x) - Q(x)$

PRODUCTE DE POLINOMIS

Per calcular el **producte de polinomis** multipliquem cada monomi del primer polinomi per cada monomi del segon. A continuació, reduïm els monomis semblants.

EXEMPLE

$$A(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 1$$

$$B(x) = 2x^2 + 3x$$

$$x^3 - 5x^2 - 2x + 1$$

$$\times \quad 2x^2 + 3x$$

$$\hline 3x^4 - 15x^3 - 6x^2 + 3x$$

$$2x^5 - 10x^4 - 4x^3 + 2x^2$$

$$A(x) \cdot B(x) \rightarrow 2x^5 - 7x^4 - 19x^3 - 4x^2 + 3x$$

- 9 Donats els polinomis $A(x) = -4x^3 + 6x^2 - 8x + 1$ i $B(x) = 2x^2 - 7$, calcula.

a) $A(x) \cdot B(x)$

b) $B(x) \cdot 3x$

c) $A(x) \cdot x$

d) $B(x) \cdot (-3x)$

EXTREURE FACTOR COMÚ

Una aplicació de la propietat distributiva és **extreure factor comú**. Aquesta operació consisteix a extreure com a factor comú el monomi que es repeteix en tots els termes.

EXEMPLE

EXPRESSIÓ	FACTOR COMÚ	EXTREURE FACTOR COMÚ
$5x + 5y$	5	$5(x + y)$
$7x^2 - 3x$	x	$x(7x - 3)$
$5x^2 - 5x$	$5x$	$5x(x - 1)$
$3x^2 - 12x + 15x^3$	$3x$	$3x(x - 4 + 5x^2)$

10 Extreure factor comú en les expressions següents.

a) $3b + 4b$

c) $15x^4 - 5x^2 + 10x$

e) $12x^2 - 3x^2 + 9x^3$

b) $3a + 6b + 12$

d) $6x^2y + 4xy^2$

f) $10xy^2 - 20xy + 10x^2y$

11 Simplifica les fraccions extraient factor comú en el numerador i en el denominador.

a) $\frac{10x^3 + 10x}{5x} = \frac{10x(x^2 + 1)}{5x} = \frac{2 \cdot \cancel{5x}(x^2 + 1)}{\cancel{5x}} = \frac{2(x^2 + 1)}{1} = 2(x^2 + 1)$

b) $\frac{6x^4y^2}{-3x^3y^2} =$

c) $\frac{a^3b^3}{a^3b} =$

d) $\frac{12m^3}{12m} =$

e) $\frac{4 - 6a}{6a^2 - 9a^3} =$

f) $\frac{x^2y^2 - x^3y^2}{x^2y^2} =$

NOM: _____ CURS: _____ DATA: _____

IGUALTATS NOTABLES

Les **igualtats notables** són certes igualtats l'aplicació de les quals és molt útil per abreujar càlculs amb expressions algebraïques.

Les igualtats principals són:

Quadrat d'una suma: $(a + b)^2$

Quadrat d'una diferència: $(a - b)^2$

Suma per diferència: $(a + b) \cdot (a - b)$

QUADRAT D'UNA SUMA

El **quadrat d'una suma** és igual al quadrat del primer sumand més el doble producte del primer pel segon, més el quadrat del segon.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \quad a + b \\ \hline ba + b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

1 **Calcula.**

a) $(x + 5)^2 =$

c) $(2 + x)^2 =$

b) $(a + 2b)^2 =$

d) $(xy + 1)^2 =$

QUADRAT D'UNA DIFERÈNCIA

El **quadrat d'una diferència** és igual al quadrat del primer sumand menys el doble producte del primer pel segon, més el quadrat del segon.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ \times \quad a - b \\ \hline -ba + b^2 \\ a^2 - ab \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

2 **Calcula.**

a) $(x - 1)^2 =$

c) $(2a - 3b)^2 =$

b) $(a - 6b)^2 =$

d) $(5 - 3x)^2 =$

SUMA PER DIFERÈNCIA

El producte d'una **suma per diferència** és igual a la diferència dels quadrats.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \quad a - b \\ \hline -ba - b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline a^2 + 0 - b^2 \end{array}$$

3 **Calcula.**

a) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

c) $(7 + x) \cdot (7 - x) =$

b) $(2a + b) \cdot (2a - b) =$

d) $(5a + 1) \cdot (5a - 1) =$

4 **Expressa en forma d'igualtat notable.**

a) $x^2 + 2x + 1 =$

d) $4x^2 - 4x + 1 =$

b) $x^2 + 10x + 25 =$

e) $9a^2 - 30ab + 25b^2 =$

c) $x^2 - 16 =$

f) $4x^2 - 36 =$

5 **Simplifica les fraccions fent servir les igualtats notables.**

a) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} =$

b) $\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25} =$