

MATEMÀTIQUES

Preparant el primer curs de batxillerat

Aquests exercicis estan pensats per a tots aquells alumnes que l'any vinent cursaran el primer curs de batxillerat científic, tecnològic o de gestió. Per realitzar-los, s'han de repassar els continguts de 3r. i 4t. d'ESO.

És molt important arribar al batxillerat amb un nivell de matemàtiques tal que et permeti seguir el curs sense excessives dificultats. Aquests exercicis han de servir per comprovar el teu nivell: si aquest és l'adequat seràs capaç de resoldre la major part dels exercicis sense dificultats. Si el teu nivell no és l'adequat, aquests exercicis t'han d'ajudar a obtenir-lo.

Per tant et convidem a que aquest estiu trobis una estoneta per anar repassant les matemàtiques.

FRACCIONS I POTÈNCIES

1. Calcula:

$$\begin{array}{ll} a) \quad \left(-\frac{1}{5} + \frac{2}{3} - 2\right) - \left(1 + \frac{3}{5} - \frac{2}{15}\right) = & c) \quad \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3 : \left(-\frac{3}{2}\right)^7 = \\ b) \quad \frac{\frac{2}{1} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3}}{-\frac{1}{2} - \frac{2}{9}} - 1 = & \end{array}$$

2. Expressa el resultat amb exponent positiu:

$$\begin{array}{lll} a) \quad \frac{a^2 b^3 c^2}{ab^3 c^5} = & b) \quad \frac{(a^2 b)^3 a^4}{(a^2 b^3)^2} = & c) \quad \frac{a^2 b^{-3} (abc^{-2})^2}{a^3 b^{-2}} = \end{array}$$

RADICALS

3. Calcula:

$$\begin{array}{ll} a) \quad 3\sqrt{27} + 7\sqrt{48} - 3\sqrt{300} + \sqrt{12} = & \\ b) \quad \sqrt{125} - 6\sqrt{45} - \sqrt{500} + 2\sqrt{27} = & \\ c) \quad \sqrt[5]{3} = & d) \quad \left(\sqrt[3]{2^4}\right)^6 = \end{array}$$

4. Racionalitza:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{4-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} =$

c) $\frac{1}{\sqrt{3}-2} =$

ÀREES I VOLUMS

5. Defineix:

- a) Perímetre d'un polígon :
- b) Apotegma d'un polígon regular:
- c) Prisma recte de base heptagonal:

6. Omple els quadres següents:

Figures planes	Triangle	Rombe	Trapezi	Cercle	Polígon regular
Fórmula per al càlcul de l'àrea					

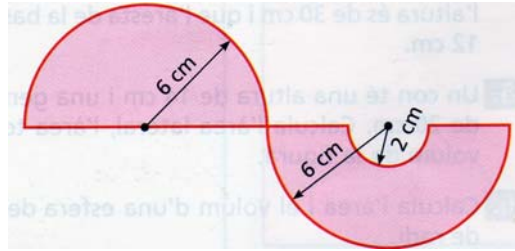
Cossos geomètrics	Prisma	Piràmide	Con	Esfera
Fórmula per al càlcul del volum				

7. Tenim un quadrat inscrit en un cercle de diàmetre 10 cm. Calcula la superfície que queda entre el quadrat i el cercle.

8. Calcula el volum d'una piràmide de base quadrangular sabent que l'altura és de 30 cm i que l'aresta de la base és de 12 cm.

9. Dibuixa el desenvolupament d'un tetràedre d'aresta 5 cm i troba la seva àrea total.

10. Calcula l'àrea de la figura següent:



11. Una piràmide de base quadrada de 10 cm de costat, té una aresta lateral de 15 cm.

- Calcula l'altura de la piràmide.
- Calcula l'altura d'una de les cares de la piràmide.
- Calcula l'àrea total de la piràmide.
- Calcula el seu volum.

12. Calcula l'àrea total i el volum d'un prisma hexagonal de 6 cm de costat i 30 cm d'altura.

13. Una casa té els sostres de 3 m d'alçària. Si volem pintar les parets de dues habitacions rectangulars de 3, 5 m per 4 m, i 3,2 m per 5 m, respectivament de color crema i el sostre de color blanc, quants pots de pintura de 5 kg de cada color haurem de comprar, si en les especificacions de la seva etiqueta diu que serveix per cobrir una superfície de 30 m²? Ens sobrarà pintura?

TRIGONOMETRIA I APLICACIONS

14. Resol el triangles rectangles següents:

- $b = 32$ cm i $a = 40$ cm
- $B = 23^\circ$ i $c = 13$ cm

15. Calcula l'altura i la base d'un triangle isòsceles sabent que els costats iguals mesuren 20 cm i l'angle que formen els costat iguals, 50° .

16. El costat d'un pentàgon regular mesura 8 cm. Calcula la mesura de l'apotegma.

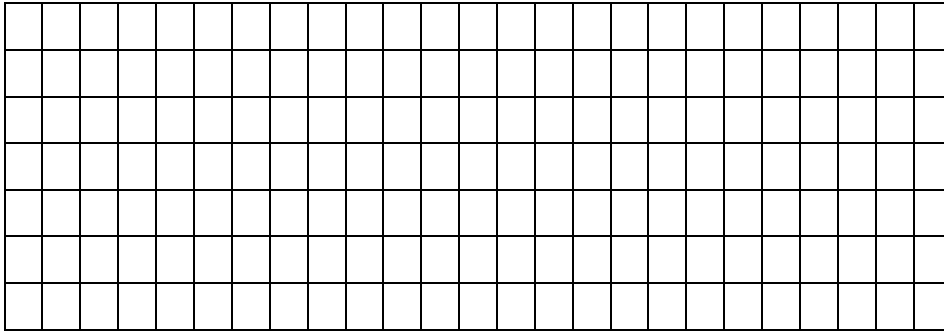
17. Calcula l'altura i la base d'un triangle isòsceles sabent que els costats iguals mesuren 20 cm i l'angle que formen els costat iguals, 50° .

18. Un dels catets d'un triangle rectangle mesura cinc metres, i el seu angle oposat és de 30° . Calcula la longitud de l'altre catet del triangle.
19. El costat d'un pentàgon regular mesura 8 cm. Calcula la mesura de l'apotegma.
20. En un moment del dia en què la llum del Sol incideix amb un angle de 60° amb l'horitzontal, una xemeneia dibuixa una ombra sobre el terra de dotze metres de longitud. Indiqueu quina és l'altura de la xemeneia.
21. Es vol construir una vela per un vaixell en forma de triangle rectangle. El costat horitzontal de la vela ha de mesurar dos metres, i el costat vertical tres metres i mig. Quina serà la mida de l'angle del costat horitzontal amb la hipotenusa del triangle?
22. Un edifici té una altura de catorze metres. Quina serà, en metres, la longitud de l'ombra que l'edifici dibuixa sobre el terra, en un moment en que la llum del Sol incideix amb un angle de 65° amb l'horitzontal?
23. Des d'un penya-segat observes dos vaixells alineats sota angles de depressió de 12° i 15° respectivament. Sabent que l'altura del penya-segat és de 80 m, ¿a quina distància es troba un vaixell de l'altre?
24. Tres persones es col·loquen formant un triangle rectangle. Les dues persones més allunyades es troben a sis metres de distància, i la línia que les uneix forma un angle de 55° amb la línia que uneix una d'aquestes dues persones amb l'altra. Calcula, en metres, les distàncies entre aquesta tercera persona i les altres dues.

VECTORS I RECTES

25. Quines són les coordenades del punt B , si el vector \overrightarrow{AB} té com a components $(7, -1)$ i les coordenades de A són $(1, 3)$.
26. Donats els punts $A(8, -3)$, $B(11, 1)$, $C(5, -11)$ i $D(-1, 9)$, troba els components dels vectors \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DC} i \overrightarrow{AD} i el seu mòdul.
27. Dibuixa a la quadrícula els vectors següents i calcula el seu mòdul i el seu pendent

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (1, -2) & \vec{c} &= (-5, 2) \\ \vec{b} &= (-3, -4) & \vec{d} &= (4, 3) \end{aligned}$$



28. Els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{CD} són equipolents. Coneixem els punts $A(0, 3)$, $B(6, 0)$ i $C(7, -1)$. Troba les coordenades del punt D .
29. Calcula x per tal que els vectors $\vec{u} = (3, x)$ i $\vec{v} = (5, 2)$ siguin paral·lels.
30. Esbrina el valor de m per tal que els punts $A(1, 4)$, $B(5, -2)$ i $C(6, m)$ estiguin alineats.
31. Troba les coordenades del vèrtex D del paral·lelogram $ABCD$, sabent $A(1, 2)$, $B(5, -1)$ i $C(6, 3)$.
32. Calcula l'equació de la recta en cadascun dels casos següents:
- Pendent -2 i talla a l'eix d'ordenades en el punt $(0, 4)$
 - Passa pel punt $(2, -3)$ i pel seu simètric respecte a l'eix d'ordenades.
 - Passa pel punt $(-1, -5)$ i per l'origen de coordenades.
 - Passa pels punts $(3, 2)$ i $(5, -1)$.
33. a) Indica tres punts i dos vectors directores de la recta que passa pel punt $A(1, -6)$ i té la direcció del vector $\vec{v} = (-2, 3)$.
- b) Escriu les formes vectorial, paramètriques, contínua, general i explícita de l'equació de la recta anterior.
- c) Quin és el seu pendent? I l'ordenada a l'origen?
34. Escriu l'equació en forma general de la recta que passa pels punts $(3, 9)$ i $(2, 6)$.

35. Troba l'equació de la recta paral·lela a la recta d'equació $2x - 3y + 5 = 0$ que passi pel punt $(-3, 5)$.

36. Troba l'equació de la recta paral·lela a la recta d'equació $\frac{x-2}{3} = y+2$, que passi pel punt $(0, 7)$.

37. Siguin r i s les dues rectes del pla d'equacions

$$r: 2x - y - 3 = 0, s: \frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{2}$$

Calcula l'equació de la recta que passa pel punt d'intersecció de r i s i que és paral·lela a la recta d'equació $3x + 5y - 1 = 0$.

38. Quina és la posició relativa de les rectes:

$$r: x + 5y - 2 = 0 \text{ i } s: \frac{x+3}{-5} = y - 1$$

CÀLCUL ALGÈBRIC

39. Converteix aquestes sumes en productes, traient factor comú i utilitzant, si cal, les identitats notables:

a) $8x^2y^2 - 4x^3y + 10xy^3 =$

b) $9a^3 - 12a^4 + 6a^3 =$

c) $15x^2y - 9x^3y^2 + 12x^4y^3 =$

EQUACIONS

40. Resol les següents equacions de primer grau:

a) $(x+2)^2 - 3(x-1) = 2x + (x-1)^2$

b) $\frac{1}{2}(x-2) + \frac{3}{4}(2x-1) - \left(\frac{x}{2} + 3\right) = -\frac{7}{4}$

41. Resol les següents equacions de segon grau sense utilitzar la fórmula:

a) $(3x-5)(2x+3) = 0$

b) $x^2 - 5 = 0$

c) $-2x^2 + 6x = 0$

42. Resol les equacions següents:

a) $15x^2 - x - 6 = 0$

b) $(x-2)^2 + 4(x-4) = -10$

c) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2$

d) $\frac{(x-1)(3x+2)}{5} - \frac{3-2x}{3} = \frac{(3x-1)^2}{15}$

SISTEMES D'EQUACIONS

43. Resol el següents sistemes:

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - 5y = 32 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 \\ \frac{x-y}{3} - 2x = y - \frac{2}{3} \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} (2x-3)^2 = 4(y+x^2) \\ 2-7y = 2x \end{cases}$$

INEQUACIONS I SISTEMES D'INEQUACIONS

44. Resol les següents inequacions i sistemes, i indica la seva solució en forma d'interval:

a) $2x + 3(5-x) < 15$

b) $\frac{1-3x}{6} \leq -x + \frac{1}{2}$

c) $1 - \frac{x+7}{3} \leq \frac{1}{2} - \frac{x+5}{3}$

d) $3x - \frac{1+5x}{2} > x+5$

e)
$$\begin{cases} 3x-1 > 2 \\ \frac{7x}{2} - 1 \leq 6 \end{cases}$$

45. Un repartidor de paquets cobra un sou base de 670 €. Si necessita guanyar com a mínim un sou de 1 200 €, quants paquets urgents haurà de repartir com a mínim en un mes, si per cada paquet guanya 3,5 €?

POLINOMIS

46. Donats els polinomis: $P(x) = \frac{4}{3}x^2 + 5x - 1$

$$Q(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x$$

$$R(x) = x^2 - \frac{1}{5}x + 3$$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x) + R(x) =$

b) $2P(x) - 3Q(x) - R(x) =$

c) $2(P(x) + Q(x)) - 3R(x) =$

a) $P(x) \cdot Q(x) =$

47. Calcula el quocient i el residu de la següent divisió:

$$(x^2 - 5x + 6) : (x - 3) =$$

48. Calcula el residu de les següents divisions sense resoldre-les:

a) $(x^2 - 7x - 8) : (x + 1)$

b) $(4x^3 - x^2 + 6x - 4) : (x + 2)$

FRACCIONS ALGEBRAIQUES

49. Simplifica les següents fraccions algebraiques. Recorda que primer has de factoritzar el numerador i el denominador:

a) $\frac{4x^2 - 8x + 4}{8x^2 - 8} =$

b) $\frac{x^4 - x^3 + 5x^2 - 5}{x^3 - 1} =$

c) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x + 1} =$

FUNCIONS

50. Representa gràficament les següents funcions:

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = -x - 5$

c) $f(x) = x^2$

d) $f(x) = -x^2 + 3x$

- e) $f(x) = -x^2 - 1$
- f) $f(x) = -2$
- g) $f(x) = 2x^2 + 6x + 4$

51. Respon les següents qüestions sobre les funcions de l'activitat anterior:

- a) De quin tipus són aquestes funcions?
- b) Són contínues?
- c) Quin és el seu domini?
- d) I el seu recorregut?
- e) Tenen màxims o mínims?
- f) Escriu-ne els intervals de creixement i de decreixement.

52. A partir de la gràfica següent, indica:

- a) Domini i recorregut de la funció.
- b) Punts de discontinuïtat.
- c) Intervals de creixement i decreixement de la funció. És constant en algun interval?
- d) Màxims i mínims relatius.
- e) Tendència de la funció quan x tendeix a $+\infty$ i a $-\infty$.
- f) $f(2)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(-4)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(-1)$, $f^{-1}(-2)$

