Departament de Matemàtiques
2n ESO.
Curs 2017-2018
Concepció Paradell Vidal

TEMA 1

NOMBRES ENTERS

PLA DE TREBALL

- Nombre Enter:
  - Concepte
  - Valor absolut
  - Representació sobre la recta
  - Ordenació

- Operacions amb nombres enters:
  - Suma i les seves propietats
  - Resta
  - Operacions combinades de sumes i restes
  - Multiplicació i les seves propietats
  - Divisió
  - Operacions combinades
  - Potències. Operacions amb potències
  - Arrel quadrada
  - Divisibilitat
  - Resolució de problemes

Departament de Matemàtiques
2n ESO.
Curs 2017-2018
Concepció Paradell Vidal

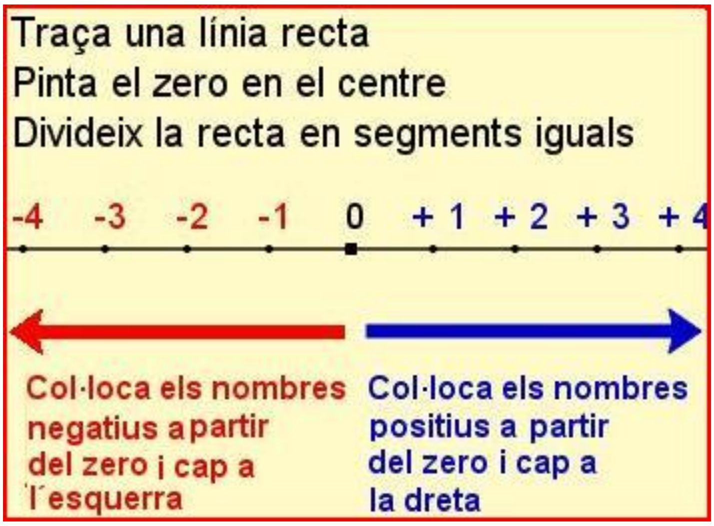
TEMA 1 NOMBRES ENTERS, POTÈNCIES I DIVISIBILITAT

REPAS

El conjunt de Nombres Enters: És el conjunt **Z**

Z={........., -6,-5,-4,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,4,5,6......}

REPRESENTACIÓ EN LA RECTA.



Positius a la dreta del zero
Negatius a l’esquerra del zero
El Zero no és positiu ni negatiu

VALOR ABSOLUT

És el nombre prescindint del signe

$$\left.\begin{matrix}|-4| \to 4 \\ |+4| \to 4\end{matrix}\right\}$$ s'escriu $|a|$

OPOSAT D'UN NOMBRE ENTER

És un altre enter amb el mateix valor absolut, però de signe contrari.

Op (-3) ⟶ +3

COMPARACIÓ I ORDENACIÓ DE NOMBRES ENTERS

Un nombre enter és més gran com més a la drets està en la recta

+7>+3 -7<-3 +7>-3 -7<+3

http://matematiqueseso.blogspot.com/2009/02/nombres-enters.html

OPERACIONS AMB NOMBRES ENTERS

SUMA:

Sumem signes iguals

(+3)+(+2) = +3+2 = +5
(-3) + (-2) = -3 –2 = -5

Sumem els valors absoluts i es posa el signe que tenen.

Sumem signes diferents

(+3) + (-2) = +3 –2 = +1
(-3) + (+2) = -3 +2 = -1

Restem els valors absoluts i posem el signe del valor absolut més gran.

Propietats de la Suma:

Commutativa: Canviar l'ordre dels sumands no afecta al resultat:
(+ 4) + (- 6) = -2 (-6) +(+ 4) = -2

Associativa:

[(-2) +(-6)] + (+5) = (+2) +[(-6) +(+5)]

Element Neutre: És el 0

Cada nombre enter té un oposat, Si sumem un nombre i el seu oposat, el resultat és sempre zero. (-2) + (+2) = 0

RESTA:

Restar és sumar al primer l'oposat del segon.

(+3) –(+2) = +3 –2 = +1

(+3) –(-2) = +3 +2 = +5

(-3) - (-2) = -3 +2 = -1

(-3) – (+2) = -3 –2 = -5

SUMES I RESTES COMBINADES:

1. Si hi ha parèntesi : Eliminem el parèntesi, dues maneres:
   - Tenint en compte si va precedit del signe + o -, es canvien tots els signes
   - Calculant l'operació de dins el parèntesi.
2. Sumem els positius, sumem els negatius, restem i posem el signe del valor absolut més gran.

Canviant els signes:

(+4) – (3 +4 –2) = +4 –3 -4 +2 = +6 –7 = -1

(+4) – (3 +4 –2) = +4 – (+5) = +4 –5 = -1

MULTIPLICACIÓ i DIVISIÓ

1. Es multipliquen o divideixen els valors absoluts
2. Es segueix la regla dels signes:

+ · + = +
-· - = +
Signes iguals +

+ · - = -
- · + = -
Signes diferents -

<u>PROPIETATS DE LA MULTIPLICACIÓ</u>

COMMUTATIVA: L'ordre dels factors no altera el producte

(+4) · (-8) = -32
(-8) · (+4) = -32

ASSOCIATIVA: L'ordre en que s'agrupen els factors no altera el producte.

(-4)·[(+2)·(-3)] = (-4) · (-6) = +24
[(-4) ·(+2)]·(-3) = (-8)·(-3) = +24

Element Neutre: qualsevol nombre enter multiplicat per +1 dóna el mateix resultat

Distributiva: Respecte de la suma i també de la diferència

(-4) ·[(+3) –(-2)] = (-4)·(+3) – (-4)·(-2)

-4 · (+5) = (-12) - (+8)
-20 = -20

(-4) ·[(+3) +(-2)] = (-4)·(+3) + (-4)·(-2)
(-4) · (+1) = (-12) + (+8)
-4 = - 4

Operacions combinades

Exercici resolt

(-2) · (+4) + (-3) · (-5) – 2 · (-7) – (-2) · (-6) = • Primer, els productes

= (-8) + 15 – (-14) – 12 = -8 + 15 + 14 – 12 = • Desprès, les sumes i les restes

= (15 + 14) – (8 + 12) = 29 – 20 = 9

http://www.xelu.net/html/materials/materials_fitxa.php?materials_ID=2&idioma=catala

Factor Comú en operacions amb Enters

Per calcula : -12 · (-27) +(-12) · (+17)=
-12 ÉS **FACTOR COMÚ** QUE ES REPETEIX EN ELS SUMANDS
-12 · 27) +(-12) · (+17)= -12· [(-27)+(+17)]= -12· (-10) = 120

POTÈNCIES

a^n

Exponent: nombre de vegades que es repeteix la base.

Base

$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$

$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = +9$

$(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -27$

$(-3)^4 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = +81$

$(-3)^5 = -243$

Si la base és negativa i l'exponent parell , el resultat **és +**

Si la base és negativa i l'exponent senar, el resultat és –

OPERACIONS AMB POTÈNCIES

Suma i resta de potències :
Per sumar o restar potències de la mateixa base o no, es calcula el valor de la potència per separat i es sumen o resten els resultats

$3^2 + 5^3 = 9 + 125 = 134$

Producte de potències de la mateixa base:
La base queda igual i els exponent es sumen

$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$ $\qquad$ $a^{-3} \cdot a^7 = a^4$

$a^3 \cdot a^4 = a^7$ $\qquad$ $a^{-8} \cdot a^{-5} = a^{-13}$

Quocient de potències de la mateixa base:
La base queda igual i els exponents es resten.

$3^5 : 3^2 = 3^3$ $\qquad$ $3^5 : 3^7 = 3^{-2}$

$a^7 : a^3 = a^4$ $a^{-3} : a^2 = a^{-5}$

Potències d'exponent 0

El seu valor és sempre 1

$$\frac{25}{25} = \frac{5^2}{5^2} = 1$$

$$5^2 : 5^2 = 5^0 = 1$$

Potència d'una potència:
La base queda igual i els exponents es multipliquen:

$$\left(\left(3^4\right)^2\right) = 3^8 \qquad \left(\left(a^n\right)^m\right) = a^{n \cdot m}$$

Potència d'un producte:
És igual al producte de les potències dels seus factors:

$(2·3)^4 = 2^4 \cdot 3^4 \Longrightarrow 6^4 = 1296$

16 · 81 = 1296

$(a \cdot b)^3 = a^3 \cdot b^3$

Potència d'un quocient:

És igual al quocient de la potència del dividend entre la potència del divisor:

$(a:b)^5 = a^5 : b^5$

$(6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2 = 2^2 = 4$

$36 : 9 = 4$

Productes de potències on les bases, no són iguals, però tenen factors comuns:

$8^4 \cdot 16^2 = (2^3)^4 \cdot (2^4)^2 = 2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20}$

Passos:

1. Descomposició factorial de les bases.
2. Expressa-ho amb potències
3. Operar.

Potències de base 10

Serveixen per escriure nombres grans.

$10^2 = 100$
$10^3 = 1.000$
$10^4 = 10.000$
$10^5 = 100.000$

Veiem que tota potència de base 10 és igual a la unitat seguida de tants zeros com ho indica l'exponent.

L'ús d'aquestes potències ens permet de simplificar l'escriptura de nombres. Així :

5000 = 5 . 1000 = 5 . 103 -800 = -8 . 100 = -8 . 102

Qualsevol nombre seguit de zeros es pot expressar com el producte d'aquest nombre per una potència de 10.

Departament de Matemàtiques
2n ESO.
Curs 2017-2018
Concepció Paradell Vidal

NOTACIÓ CIENTÍFICA

Si has observat en algun museu de ciències o bé quan parlem de grans distàncies, per exemple en astronomia, veiem que hi ha nombres escrits com a producte decimal. Diem que aquests nombres estan expressats en notació científica.

Potències d'exponent negatiu

Significa la inversa de la mateixa potència amb exponent positiu:

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} \to 0{,}01$$

Exemple:

$$\frac{3^5}{3^7} = \frac{1}{3^2} \to 3^{5-7} = 3^{-2} \Rightarrow 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Potències de base 10=

10^3=1.000	10^2=100
10^1=10	10^0=1
10^{-1}=0,1	10^{-2}=0,01
10^{-3}=0,001	

Productes de potències quan les bases tenen factors comuns:
1.- Descomposició de la base.
2.-Substituir les bases per la seva descomposició en factors.
3.- Efectuar les potències de les potències.
4.- Operar amb les potències.

$8^4 \cdot 16^2 = (2^3)^4 \cdot (2^4)^2 = 2^{12} \cdot 2^8 = 2^{20}$

Departament de Matemàtiques
2n ESO.
Curs 2017-2018
Concepció Paradell Vidal

ARREL QUADRADA DE NOMBRES ENTERS

$\sqrt{A} = B \Longrightarrow$ A és el Radicand i B és L'arrel

$\sqrt{49} = 7$ 7 és l'arrel per què $7^2 = 49$

$\sqrt{49} = -7$ també pot ser –7, ja que (-7)·(-7) = 49

L'arrel quadrada d'un enter positiu té sempre dos resultats, un de positiu i un altra de negatiu.

$\sqrt{-9} =$? NO EXISTEIX, per què no hi ha cap nombre elevat al quadrat sigui negatiu.

Quadrats Perfectes:

$1 = 1^2$	$36=6^2$	$121=11^2$
$4= 2^2$	$49=7^2$	$144=12^2$
$9=3^2$	$64=8^2$	$169=13^2$
$16 = 4^2$	$81= 9^2$	$196=14^2$
$25= 5^2$	$100 =10^2$	$225=15^2$ ....

Si l'arrel no és exacte, es calcula el residu:

$\sqrt{50}$ = 7 i de residu 1.

JERARQUIA DE LES OPERACIONS:

1. Parèntesi i Claudàtors
2. Potències i arrels (s'agafa el resultat positiu de l'arrel)
3. Multiplicacions i divisions d'esquerra a dreta
4. Sumes i restes d'esquerra a dreta.

$\sqrt{64} : 4 + 3^3 : (-3) = 8 : 4 + 27 : (-3) = 2 - 9 = -7$

$\sqrt{144} : [7 + (-5)] + (-2)^3 = 12 : [2]^2 + (-8) = 12 : 4 - 8 = 3 - 8 = -5$

DIVISIBILITAT AMB NOMBRES ENTERS

Dos nombres tenen relació de divisibilitat si la divisió és exacta.

30 i 5 $\Longrightarrow$ Tenen relació de divisibilitat

$\begin{array}{l|l} 30 & 5 \\ \hline 0/ & 6 \end{array}$ $\Longrightarrow$ La divisió és exacta.

Múltiples d'un nombre

✓ **Un nombre és múltiple d'un altre si s'obté multiplicant aquest darrer per un nombre enter.**

30 és múltiples de 5
45 és múltiples de 5 } Per què la divisió és exacta.

$\{ \quad \}$

Múltiples de 5 = 0,5,10,15,20,....

Els múltiples d'un nombre negatiu :
(-5) = {0, -5, +5, -10,+10, -15, +15, -20, +20,..}

Divisors d'un nombre

Un nombre és divisor d'un altre si, quan dividim el segon entre el primer, la divisió és exacta.

8 és divisor de 48 ⟶ la divisió és exacta.
Per buscar els divisors d'un nombre:

Div (30) = { 1,-1,2,-2,-3,3,5,-5,-6,6,-10,10,-15,15,-30,30 }

Per trobar els divisors d'un nombre enter es troben en primer lloc els divisors del eu valor absolut i s'hi afegeixen els seus oposats.

NOMBRES PRIMERS

Nombre primer: Només tenen com a divisors 1 i ell mateix.

1,2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97,...

CRITERIS DE DIVISIBILITAT:

Divisibilitat per 2. Un nombre és divisible per 2 quan acaba en :0,2,4,6,8

452, 668, 40

Divisibilitat per 3. Un nombre és divisible per 3 quan la suma de les seves xifres és múltiple de 3.

237 ⟶ 2+3+7 = 12. 12 és múltiple de 3.

Divisibilitat per 5. Un nombre és divisible per 5 quan acaba en o, 5

65, 330

Divisibilitat per 11. Un nombre és divisible per 11 si sumant una xifra si i una no, restem i el resultat és múltiple de 11

63635 ⟶ 6+6+5 = 17 3+3= 6 17-6= 11. És múltiple.

99 ⟶ 9 – 9 = 0. És múltiple.

DESCOMPOSICIÓ EN FACTORS PRIMERS

Factoritzar un nombre és descompondre'l en factors primers.

Per descompondre com a producte dels seus factors primers es divideix el nombre i els quocients successius per nombres primers fins arribar a la unitat.

Exemple:

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5.$

$-120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (1)$ Si el nombre és negatiu ,s'afegeix (-1).

MÀXIM COMÚ DIVISOR

El màxim comú divisor (m.c.d) és el divisor comú més gran de dos o més nombres enters

Mètode per calcular-ho:

1.- Descomposició en factors primers de –8 i 10

2.- Triem els factors **primers comuns amb l'exponent més petit. I multipliquem.**

$-8=2^3\cdot(-1)$ $\Big\}$ m.c.d = 2

10 = 2·5

D(-8) = {1,-1,**2,-**2,,4,-4,8,-8}
D(10) = {1,-1,**2**,-2,5,-5,10,-10 }
Dos nombres són primer entre si quan el m.c.d. és 1.

MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE

El Mínim comú múltiple (m.c.m.) és el múltiple comú **positiu** més petit de dos o més nombres. Com que hi ja infinits múltiples, s'agafa com a mínim comú múltiple el **positiu** més petit .

Mètode per calcular-ho:

1r. Descomposició en factors primers

2n. Triem els factors **primers comuns i no comuns amb l'exponent més gran . Multipliquem.**

$-45= 3^2·5·(-1)$
$60=2^2·3·5$ m.c.m. = $2^2·3^2·5 = 4·9·5 = 180$.

RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

El m.c.d. i el m.c.m. serveixen per resoldre problemes de la vida diària,

Una pista per saber què hem d'utilitzar, si el m.c.d. o el m.c.m. és pensar què estem buscant, si múltiples o divisors .

O bé pensar si el nombre que estem buscant té més gran que les dades o bé és més petit.

Passos a seguir:

1. Comprendre el problema .
   a. Llegir el problema, tantes vegades com faci falta
   b. Determinar les dades i allò que hem de trobar

2. Establir una estratègia de resolució:
   a. Establir el passos que s'hauran de fer per resoldre'l

3. Executar el pla:
   a. Efectuar els passos establerts a l'estratègia, fer els càlculs i obtenir el resultat
4. Comprovar el resultat:
   a. Verificar que el resultat té sentit
   b. Comprovar el resultat