

El determinant 2x2 és l'àrea d'un paral·lelogram

Nom i cognom:

Curs i grup:

Data:

Objectiu (tria els valors dels vectors):

Comprovar gràficament que el valor absolut del determinant

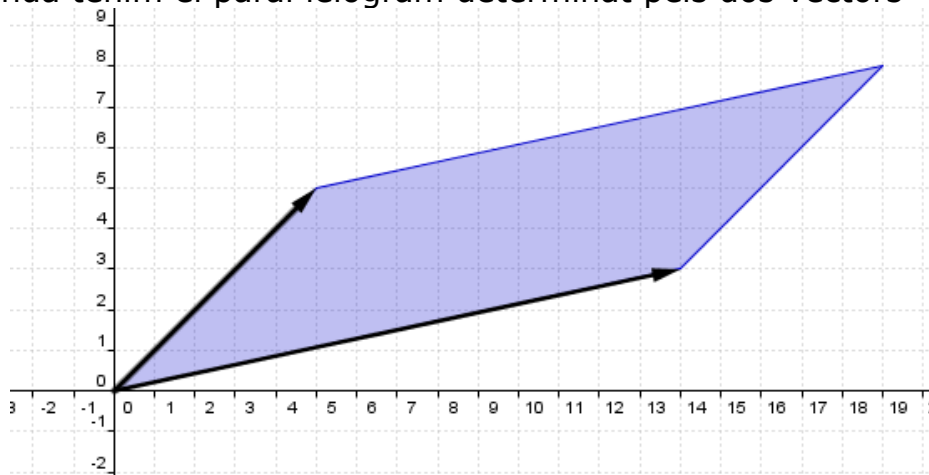
$$\begin{vmatrix} 5 & 14 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 5 \cdot 3 - 14 \cdot 5 = 15 - 70 = -55$$

que en aquest cas val 55

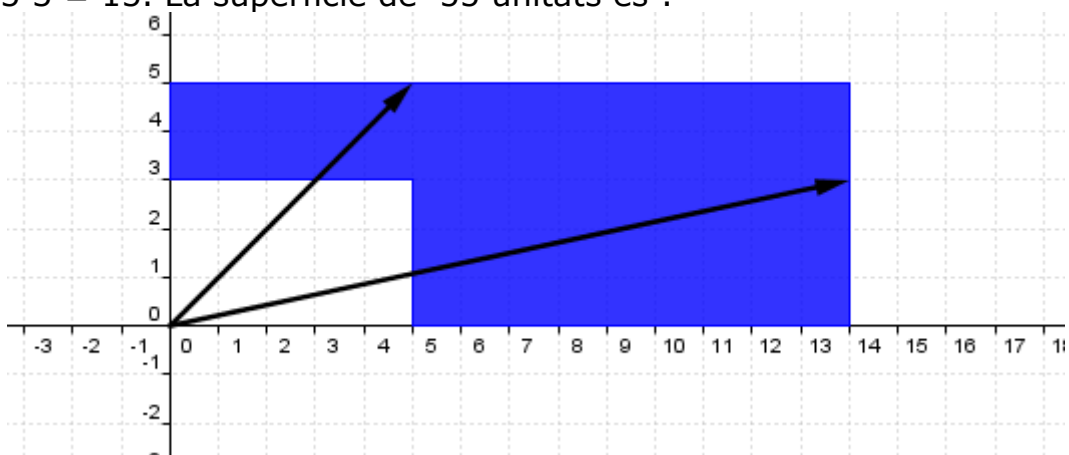
és l'àrea del paral·lelogram determinat pels vectors (5,5) i (14,3)

Plantejament: Quines àrees cal demostrar que són iguals?

Per una banda tenim el paral·lelogram determinat pels dos vectors

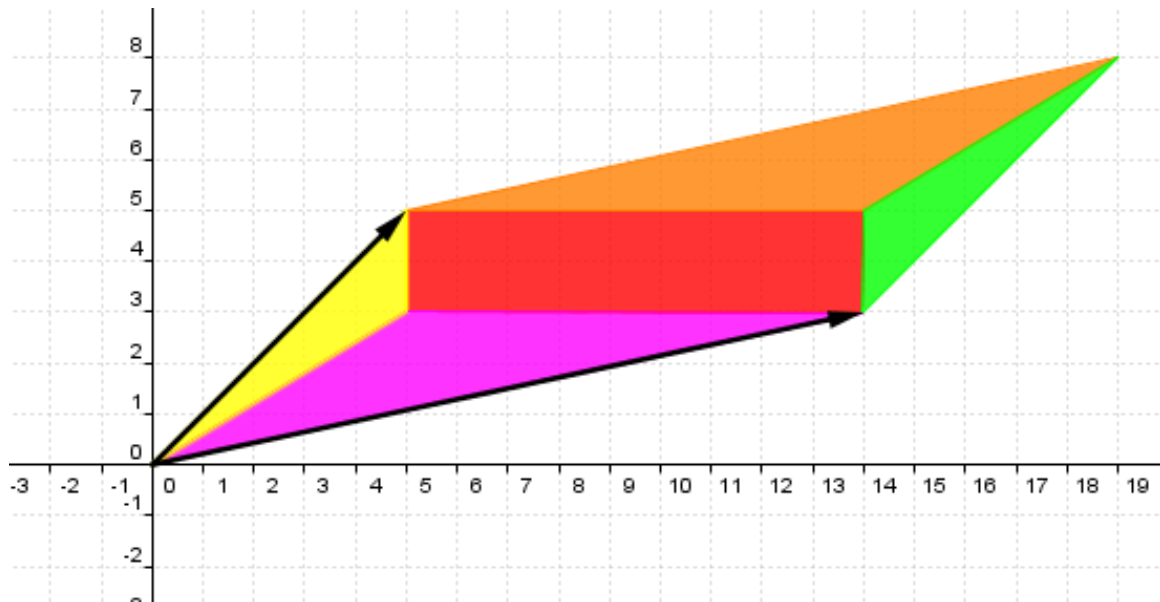


i per un altre costat el valor absolut del determinant que es representa com la un rectangle gran de mides $14 \cdot 5 = 70$ del que s'ha tret un tros rectangular de mides $5 \cdot 3 = 15$. La superfície de 55 unitats és :

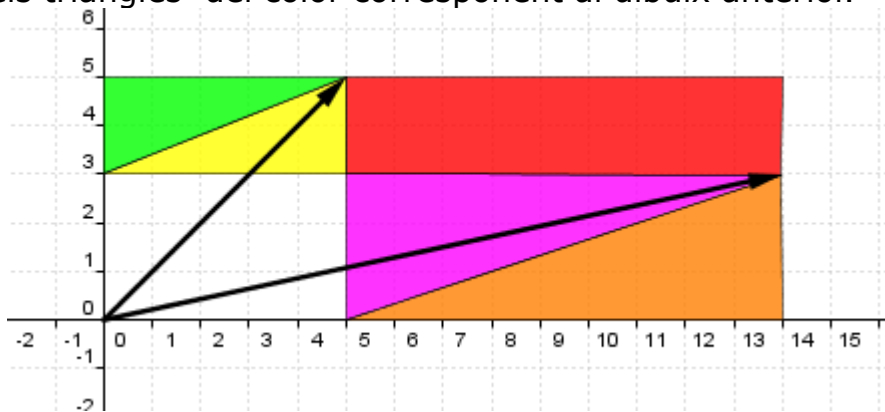


Demostració

Torna a dibuixar el mateix paral·lelogram descomposant-lo en 1 rectangle central i 4 triangles. Pinta el rectangle i cada triangle de color diferent.



Torna a dibuixar la representació del valor $a \cdot d - b \cdot c$ com a diferència de dos rectangles. Descomposa la figura també en un rectangle central i dos rectangles laterals que cal dividir per la diagonal formant 4 triangles. Pinta el rectangle i els triangles del color corresponent al dibuix anterior.



Comprova numèricament que la superfície de cada una de les 5 peces és igual.

rectangle vermell = $9 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$ unitats als dos dibuixos.

triangle taronja = $9 \cdot 3/2 = 9 \cdot 3/2 = 27/2$ unitats als dos dibuixos.

triangle groc = $2 \cdot 5/2 = 2 \cdot 5/2 = 5$ unitats als dos dibuixos.

triangle lila = $9 \cdot 3/2 = 9 \cdot 3/2 = 27/2$ unitats als dos dibuixos.

triangle verd = $2 \cdot 5/2 = 2 \cdot 5/2 = 5$ unitats als dos dibuixos.

La suma de les 5 peces és $18 + 27/2 + 5 + 27/2 + 5 = 55$