

ABRIL 1r ESO 2016

Un grup de tres socis amb poca confiança entre ells guarda els seus diners a una caixa de seguretat. Quantes tancadures han d'instal·lar i quantes claus s'han de repartir per assegurar-se que un sol soci no la podrà obrir però sí dos socis qualssevol?

Només calen tres tancadures A, B i C i sis claus. Un soci tindrà les claus A i B, un altre les claus B i C i el darrer les claus A i C.

ABRIL 2016 2n ESO

Durant una cursa s'observa que, després d'un cert nombre de voltes, els corredors han recorregut el 20% del total de la distància prevista, i que, després d'una altra volta ja n'hauran recorregut el 25%. Quantes voltes s'ha de donar a la pista en aquesta cursa ?

Han de donar un total de 20 voltes a la pista, ja que amb les dades del problema deduïm que el 5% del recorregut representa una volta.

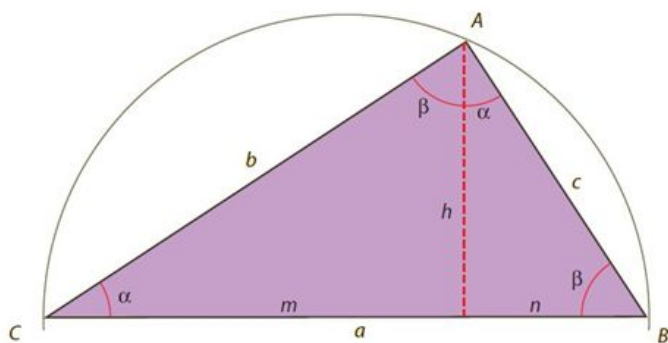
ABRIL 2016 3r ESO

Volen mesclar dos tipus d'oli, un de 5,20 €/l i un altre de 6,20 €/l, per obtenir 100 l d'oli a un preu de 6 €/l. Quants litres de cada tipus necessiten?

Cal resoldre un sistema on $x+y=100$ litre i el preu total pagat sigui 600 euros, es a dir $5,2x+6,2y=600$, resolent ens donarà que hem de barrejar 80 l. del tipus y 6,20 €/l i 20 litres del tipus x (5,20 €/l)

ABRIL 2016 4n ESO

Utilitza la trigonometria per demostrar el teorema del catet ($\cos \alpha$ i $\cos \beta$) i el teorema de l'altura ($\operatorname{tg} \alpha$)



El triangle ABC de la figura és rectangle: l'angle \hat{A} mesura 90° , ja que es tracta d'un angle inscrit en una circumferència que abraça un arc de 180° .

Si tracem l'altura h corresponent a la hipotenusa, el triangle rectangle ABC es descompon en dos triangles que també són rectangles. D'altra banda, aquesta altura divideix la hipotenusa a del triangle rectangle ABC en dos segments que anomenem m i n .

Observa que en la figura es poden diferenciar tres triangles rectangles que, pel fet de tenir els dos angles aguts α i β iguals, son semblants dos a dos. Per distingir aquests tres triangles, els anomenarem gran, mitja i petit.

Fixa't que es compleix:

- Triangle rectangle mitjà $\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = h/m$

- Triangle rectangle petit $\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = n/h$

Per tant, $h/m = n/h \rightarrow h^2 = m \cdot n$

Aquesta expressió correspon al teorema de l'altura. Recorda que, en qualsevol triangle rectangle, l'altura h relativa a la hipotenusa es la mitjana proporcional entre els dos segments m i n en que la descompon, que son les dues projeccions ortogonals dels catets sobre la hipotenusa.

D'altra banda:

- Triangle rectangle mitjà $\rightarrow \cos \alpha = m/b$

- Triangle rectangle gran $\rightarrow \cos \alpha = b/a$

Per tant, $m/b = b/a \rightarrow b^2 = m \cdot a$

De la mateixa manera:

- Triangle rectangle petit $\rightarrow \cos \beta = n/c$

- Triangle rectangle gran $\rightarrow \cos \beta = c/a$

Per tant, $n/c=c/a \rightarrow c^2=n \cdot a$

Les expressions $b^2 = a \cdot m$ i $c^2 = a \cdot n$ corresponen al teorema del catet. Recorda que, en qualsevol triangle rectangle, un catet es la mitjana proporcional entre la hipotenusa i la projecció ortogonal del catet sobre la hipotenusa.

ABRIL BATXILLERAT 2016

Sense fer servir la calculadora, fes un raonament que et permeti dir quin és el primer número n , que compleix que el producte:

$$(2^2 - 1)(3^2 - 1)(4^2 - 1) \dots (n^2 - 1)$$

és un quadrat perfecte:

El raonament es basa en veure que cada factor del producte anterior és de la forma “diferència de quadrats” per tant es pot descomposar com a “suma per diferència”

per tant, el producte anterior és:

$$(2-1)(2+1)(3-1)(3+1)(4-1)(4+1) \dots (n-1)(n+1)$$

$$1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \dots$$

perquè sigui un quadrat perfecte cal que els factors es puguin agrupar en potències d'exponent 2.

Això passa si arribem a $n=8$

$$1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 9 = 3^2 \cdot 16 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 6^2 \cdot 4^2 \cdot 9 = (3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3)^2$$

És un quadrat perfecte