

LA MARIA ROSA I EL JOAN TENEN UNA GRANJA DE CONILLS

(Sèrie 5. Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2009-2010. Matemàtiques aplicades a les ciències socials)



La Maria Rosa i el Joan tenen una granja de conills al Perelló, comarca del Baix Camp. La Maria Rosa i el Joan tenen dues filles jovenetes i a tota la família els encanta la vida al camp i gaudir de la natura. Sempre diuen que no s'imaginem vivint a la ciutat.

El negoci de la granja de conills és una mica complicat perquè de vegades els conills agafen malalties, són uns animals una mica delicats, en especial la mixomatosis que quan l'epidèmia entra a la granja moren molts i molts conills. Sabies que les plagues o la propagació d'epidèmies té molt a veure amb la funció exponencial i més en concret amb la funció logística?.

Mira aquests enllaços:

<http://www.agrodigital.com/PlArtStd.asp?CodArt=72245>

<http://es.scribd.com/doc/25596458/Controle-biologico>

PROBLEMA 1

A la granja d'en Joan la Maria Rosa s'ha declarat una epidèmia de mixomatosi i molts conills estan morint degut a la malaltia.

Els veterinaris preveuen que la propagació de la epidèmia seguirà la funció:

$f(x) = -10x^2 + 100x + 110$ (et preguntaràs perquè una paràbola si parlàvem de les funcions logístiques que són una barreja d'exponencial i logarítmica) aquí tens l'explicació:

Una funció exponencial en algun tram pot assemblar-se molt a una funció quadràtica, per exemple mira aquests gràfics:

La verda és quadràtica i la vermella exponencial i estan gairebé juntes en un tram. En quin? Pots ajudar-te del geogebra per respondre la pregunta.

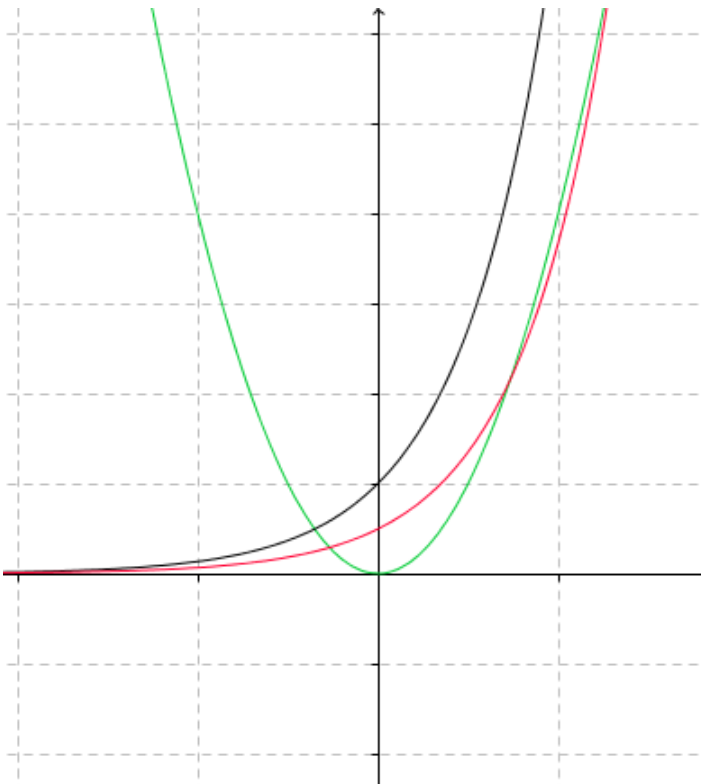
Objectes lliures

$f(x) = x^2$

$g(x) = e^x$

$q(x) = e^{x-0.7}$

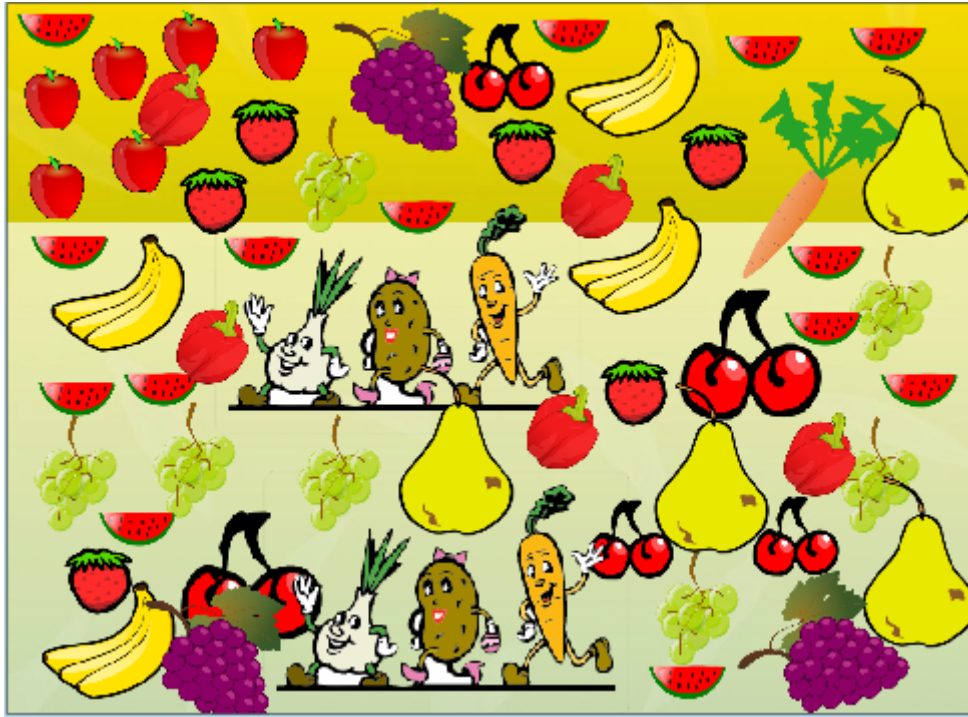
Objectes dependents



És per això que molts vegades un comportament exponencial queda representat per una funció quadràtica.

Bé doncs els veterinaris han dit que preveuen que l'epidèmia seguirà aquesta funció:
 $f(x)=-10x^2+100x+110$ on x representa el nombre de setmanes que han transcorregut des del moment de la declaració de l'epidèmia i $f(x)$ indica el nombre d'animals afectats.

- Quants conills hi ha afectats en el moment de declarar-se l'epidèmia? Quantes setmanes durarà l'epidèmia fins al moment en què ja no quedi cap animal afectat?
- Indiqueu quin serà el nombre màxim d'animals afectats, i en quina setmana es produirà?





La Maria Rosa i en Joan tenen un hort per a consum familiar en el terreny de la granja, en Joan el cuida amb molta cura. Aquest any han tingut una gran collita de pomes i no saben que fer-ne. Han regalat pomes a tota la família, veïns i coneguts i encara en queden. Decideixen posar-les en capses i vendre-les el dia de mercat al portal de casa seva. (Aquesta és una activitat que acostuma a fer-se als pobles).

PROBLEMA 2

Pesen les pomes i tenen 40 kg de les vermelles i 50 de les verdes tipus Golden. Decideixen fer lots.

Lot A (dos kg de la vermella i 2 kg de la verda) i preu del lot 3€

Lot B (2 kg de la vermella i 3 kg de la verda) i preu del lot 3.50€

Podries ajudar a la Maria Rosa i el Joan a saber quants lots els cal fer de cada classe per tal d'obtenir el màxim benefici?



PROBLEMA 3

La Maria Rosa i en Joan volen construir unes gàbies per a ocells exòtics que uns proveïdors han regalat a les seves filles. Han estat mirant estructures metàl·liques i malles per tal de construir-les com els agrada. Finalment han començat per una d'elles que serà ortoèdrica d'estructura metàl·lica amb malla també metàl·lica.

El filferro per fer l'estructura metàl·lica val a 2€/m, el preu de la malla metàl·lica 3€/m².

El lloc on la volen posar no els permet que sigui més llarga de 3 metres. Per tant decideixen fer-la ortoèdrica de 3m de llargada.

Quina ha de ser l'amplada i l'altura per tal d'aconseguir volum màxim sabent que només tenen 90€ de pressupost? I si té 150€ de pressupost?

I si en lloc d'aconseguir volum màxim el que volen és altura màxima?

Pots ajudar-te del geogebra o bé del programa: <http://www.wolframalpha.com/>

(sobretot aquests programes t'ajudaran a comprovar el que has fet)

PROBLEMA 4



La Maria Rosa i el Joan estan fent comptes sobre els últims preus d'uns pinsos que han comprat i no recorden els preus. Troben la comanda: 10kg de tipus A, 5 kg de tipus B i 3kg de tipus C (cadascuns adequat segons l'edat dels conills) . La Maria Rosa recorda que el de tipus B valia 1cèntim més car per kg que el de tipus A. En Juan recorda que el de tipus C era el doble de car per kg que el de tipus A. Tots dos recorden que la factura pujava a 5,30€. Podries ajudar a la Maria Rosa i a en Juan a calcular el preu per kg de cada tipus de pinso?

PROBLEMA 5

Recorda que per resoldre un problema com l'anterior ho podem fer de diverses maneres i una d'elles és matricialment. Un cop tenim plantejat el problema de tres equacions i tres incògnites. El podem expressar de la següent manera: $AX=Y$

i $X = A^{-1}Y$ on A^{-1} és la matriu inversa de A.

És per això la importància de les matrius i el seu estudi.

Per això resol els següents problemes amb matrius:

Donades les matrius:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Comproveu si aquestes dues matrius compleixen: $(A+B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$ i en cas que no sigui cert digues quina condició haurien de complir les matrius A i B per tal que es pogués donar la igualtat.

PROBLEMA 6

Com ja heu vist al Problema 1 tant les funcions polinòmiques de segon grau com les funcions exponencials són de vital importància i molts estudis de molts camps com ara la biologia, l'economia, la medicina, l'arqueologia...

a-Per exemple a continuació teniu unes fórmules per calcular la superfície corporal on veieu la utilitat de les funcions exponencials.

Fórmules:

SC: Superfície corporal

1. **SC** = $4.688 \times p^{0.8168 - 0.0154 \times \log(p)}$
2. **SC** = $0.007184 \times a^{0.725} \times p^{0.425}$
3. **SC** = $0.024265 \times a^{0.3964} \times p^{0.5378}$

Unitats:

- SC (Fórmula 1) : [cm²]
- SC (Fórmules 2 a 3) : [m²]
- Peso (Fórmula 1) : [g]
- Peso (Fórmules 2 a 3) : [kg]
- Altura : [cm]

Utilitat clínica:

1. Boyd ? no necessita de mesura d'altura
2. Dubois ? clàssica, encara en us
3. Havcock ? nadons, nens i adults

Trobeu segons les fórmules 1,2 i 3 la vostra superfície corporal i la de dos o tres amics vostres (pares, germans...) podeu primer fer una previsió per veure si encerteu o bé mirar que encertin els vostres amics...

b-A la cicatrització normal de les ferides també apareix la funció exponencial: podem obtenir mitjançant una funció exponencial l'àrea de la ferida després de n dies:

Si A_0 representa l'àrea original de la ferida i A és l'àrea de la ferida després de n dies, aleshores la cicatrització normal de ferides es pot obtenir així: $A=A_0e^{-0.35n}$

c- Mireu aquesta pàgina web:

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s3_f5.pdf

d- Mireu aquesta pàgina web:

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/maticas/materiales/1bach/naturala/aplicacionesdelaexponencial/aplicaciones.htm>

e- Resol:

Donada la funció:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 + 2x + a & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

estudieu la continuïtat d'aquesta funció i en cas que sigui contínua estudieu el creixement i el decreixement.