

L'APRENENT DE BIÒLEG

Inspirat en les proves d'accés a la Universitat. Curs 2011-2012.

Matemàtiques aplicades a les ciències socials. Serie1



L'Arnau és un noi molt rialler, eixerit i espavilat com no hi ha d'altre. L'Arnau té 9 anys però ben aviat en farà 10. Encara que sigui jovenet és un noi madur i seriós com si tingués 20 o 25. Sempre té les antenes posades i aprèn de tots i de tot el que l'envolta. La seva aparença menuda amb el cabell ros i fort i uns ulls espurnejants com el seu somriure fan d'ell la mateixa imatge d'un angelet acabat de baixar del cel.

L'Arnau sovint està a casa del Manel i del Marcel, dos veïns de 17 i 22 anys respectivament que viuen porta per porta. De sempre l'Arnau s'entén millor amb nois més grans que ell perquè així aprèn tot el que pot que és la seva gran afició.

En Marcel estudia biologia i en Manel batxillerat. En Manel sovint demana ajuda al seu germà gran amb el deures ja que l'estudi sempre li ha costat una mica. De vegades diu: -Caram, sembla que l'Arnau entengui les coses abans que jo, amb lo petit que és!!! - Quan en Manel diu això la cara de l'Arnau s'il·lumina amb un somriure fantàstic!

Un dia en Manel va dir al seu germà: -Un dia em vares dir que els bacteris tenien un creixement exponencial, oi?

Es clar que si germanet si et mires aquesta pàgina web, ho veuràs:

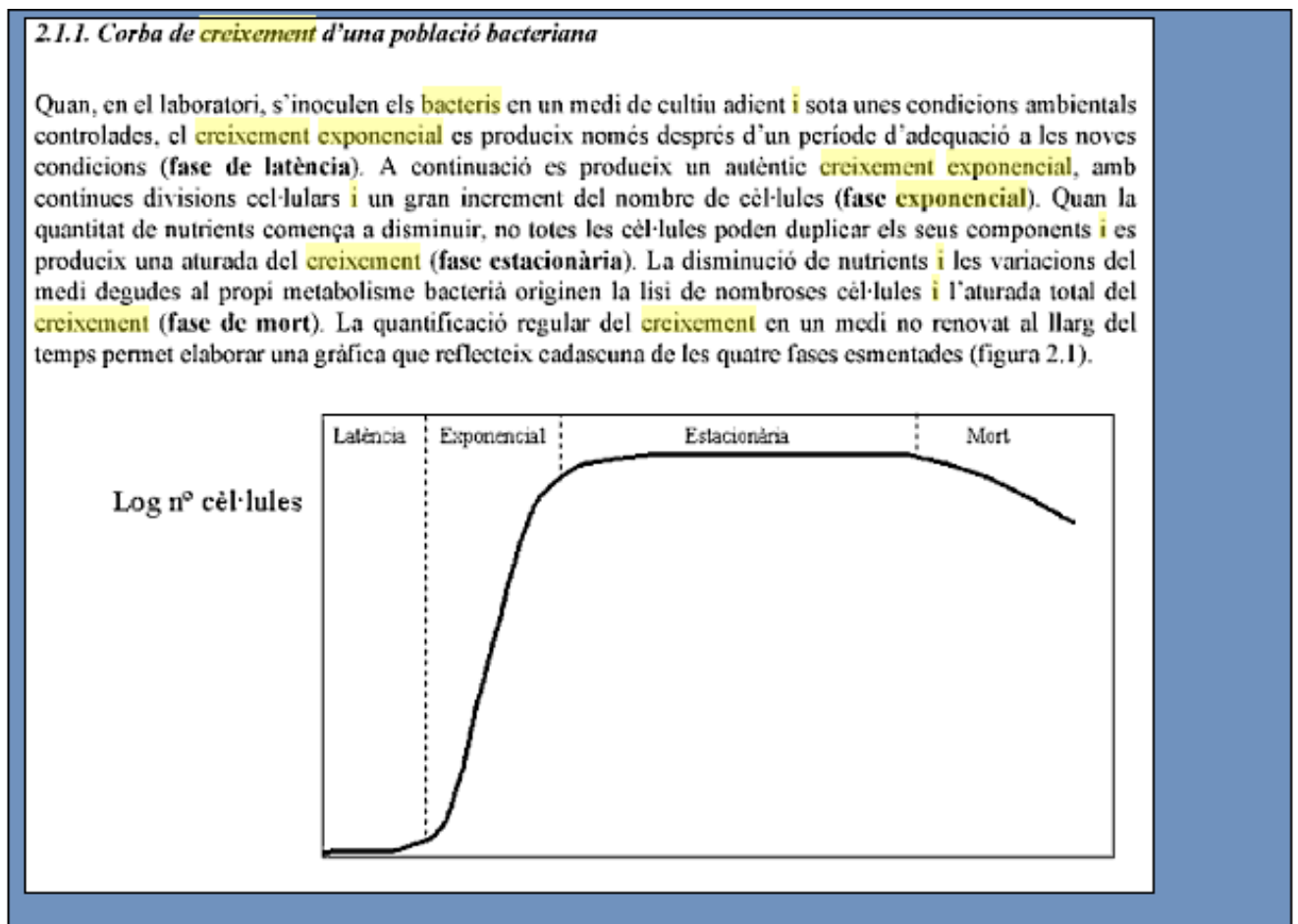
<http://books.google.es/books?id=vDOK6Sisb9AC&pg=PA24&lpg=PA24&dq=bacteris+i+creixement+exponencial&source=bl&ots=-dLlxL4JwP&sig=DQMcoi3HwpAud7aJdFmMytIryXM&hl=ca&sa=X&ei=R-sbUNK0KbGR0QWfqYCoAg&ved=0CE4Q6AEwAw#v=onepage&q=bacteris%20i%20creixement%20exponencial&f=false>

mira la pàgina 24-25

I mira també aquest vídeo:

<http://www.youtube.com/watch?v=N0-un6oQudI>

A continuació pots llegir una de les pàgines de l'enllaç:



En Manel va dir a en Marcel: - Doncs a classe ens han posat un exemple de creixement de bacteris quadràtic, es a dir, la representació gràfica era una paràbola:

PROBLEMA 1

La població de bacteris en una mostra evoluciona segons la funció $f(t)=-t^2+4t+12$, on t correspon al nombre de setmanes des de l'inici de l'experiment, i $f(t)$ és el nombre d'individus que formen la mostra, en milions d'unitats.

- Quantes setmanes han de passar fins a la desaparició de la població?
- Quin serà el nombre màxim d'individus de la mostra, i al cap de quantes setmanes s'aconseguirà?

PROBLEMA 2

En Marcel va dir-li a en Manel: - Bé pot ser perquè una funció exponencial en algun tram pot assemblar-se molt a una funció quadràtica, per exemple mira aquests gràfics:

La verda és quadràtica i la vermella exponencial i estan gairebé juntes en un tram. En quin? Pots ajudar-te del Geogebra per respondre la pregunta.

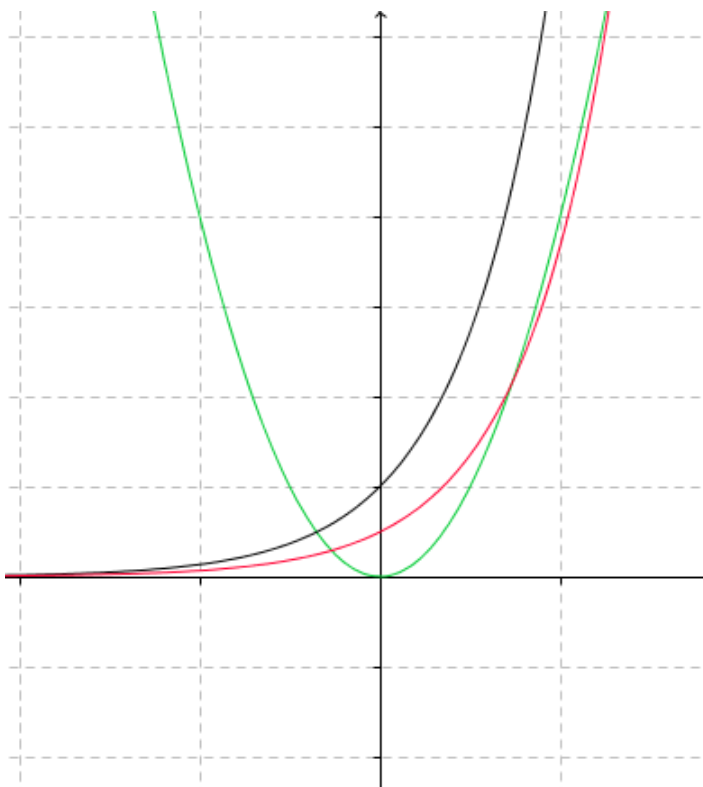
Objectes lliures

$f(x) = x^2$

$g(x) = e^x$

$q(x) = e^{x-0.7}$

Objectes dependents



Tots dos germanets van preguntar-li a l'Arnau que estava per allà com qui no vol la cosa: -Què, Arnau, què has après de tot això?

L'Arnau va dir: Doncs que creixement exponencial vol dir anar molt ràpid, molt ràpid, molt ràpid(-ho he vist al vídeo del creixement dels bacteris), i que el dibuix del creixement exponencial de vegades s'assembla a la corba que fa la pilota de basquet quan va a la cistella que és una paràbola, tu m'ho vas explicar un dia, Marcel,...oi?

PROBLEMA 3

Què diríeu vosaltres?

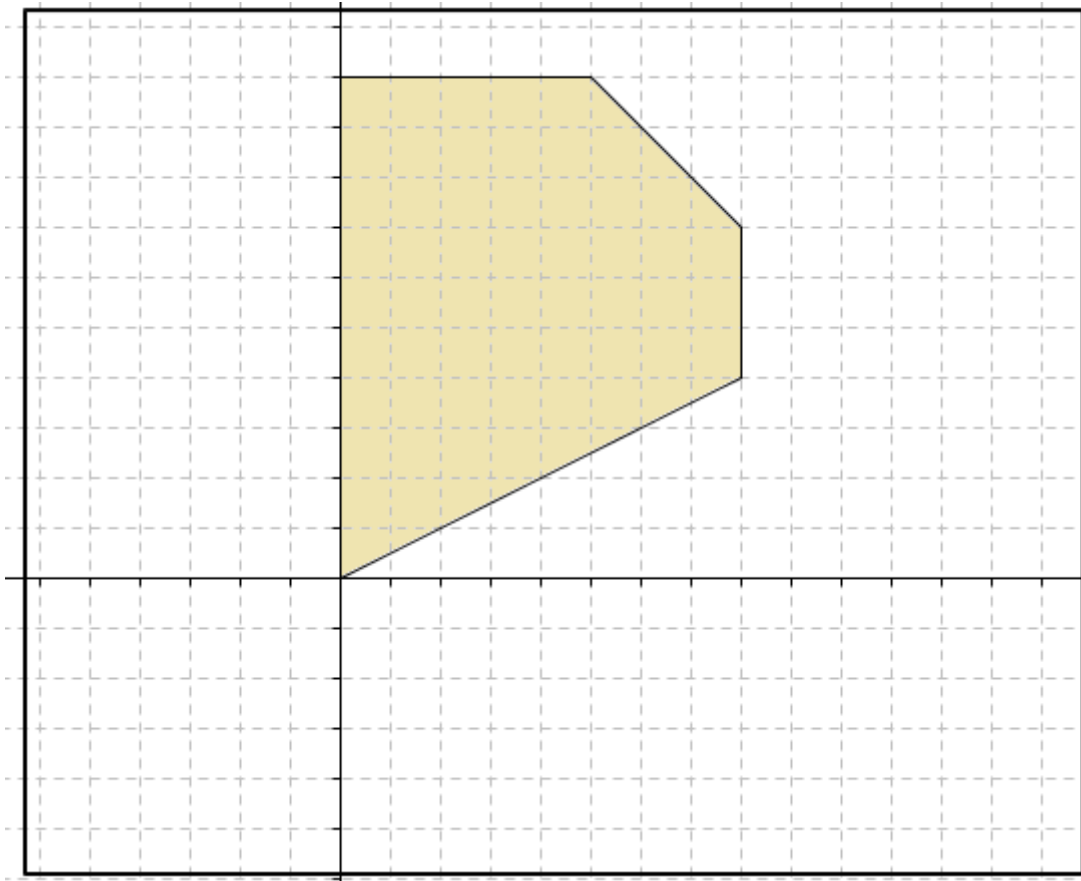


En Marcel estava contentíssim perquè finalment havia trobat la solució a un problema. El seu amic Josep volia saber sobre uns reactius que venien a la botiga de productes químics per a laboratoris i que en Marcel sovint comprava per tal de dur a terme els seus experiments. En Josep li va preguntar a en Marcel si hi havia alguna limitació de compra de dos reactius en concret. En Marcel li va dir que si que hi havia limitacions però no aconseguia recordar quina era la quantitat màxima de capsos que es podien comprar, a més sabia que entre els dos tipus no es podia superar una quantitat ja que aquests productes són perillosos i està limitada la seva venda. Li va dir que li miraria que segurament ho tindria anotat per algun lloc del despatx.

Quan en Marcel es va posar a buscar el que li havia demanat en Josep no hi havia manera de trobar-ho. Remenant i remenant pel despatx va trobar un gràfic solució d'un problema de programació lineal que ell mateix s'havia plantejat per saber quin era el màxim de capsos que podia comprar amb les limitacions de la botiga. Tot mirant-lo va trobar la solució. Ho sabries fer tu?

PROBLEMA 4:

En Marcel té aquest gràfic.



Saben que aquesta zona és la solució a un problema de programació lineal on la quantitat de caps del reactiu de tipus A està marcat a les x i la quantitat de caps del reactiu B està marcat a les y.

Sabries dir quines eren les restriccions del problema. Sabries respondre a les preguntes d'en Josep? Perquè a la vista del gràfic en Marcel ho va saber tan ràpidament?

PROBLEMA 5

En Marcel un altre dia que va anar a la botiga de productes químics per comprar els seus reactius va veure que havien variat les limitacions acostumades i aquesta vegada eren aquestes:

Entre el reactiu A i el B no se'n podien comprar més de 12 capsos. El nombre de capsos de reactiu A no podia superar el doble de les de reactiu B. De capsos de reactiu A no se'n podien comprar més de 5 i de les de reactiu B no se'n podien comprar més de 5 també. Quantes capsos comprarà en Marcel de cada classe ja que vol comprar-ne el màxim possible?



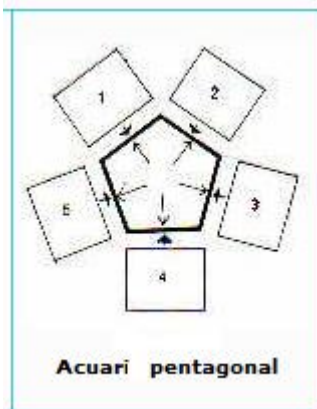
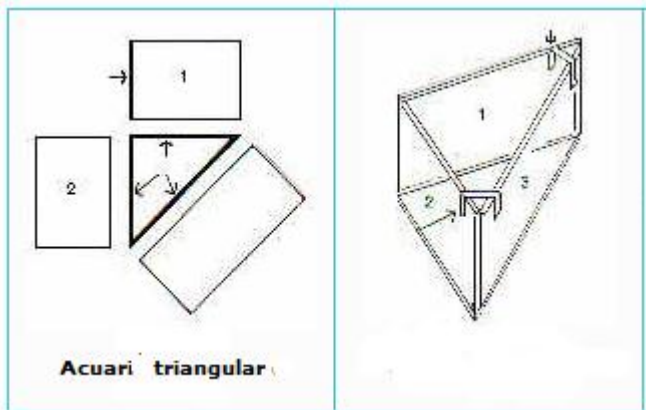
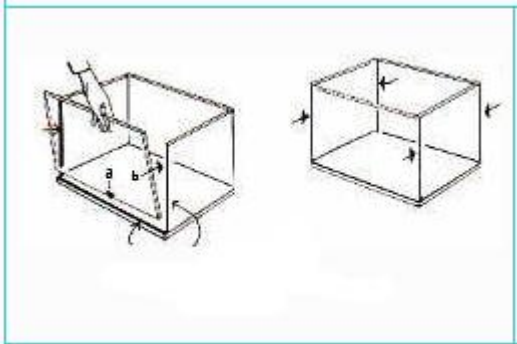
Un dia l'Arnau va somniar amb un aquari gegant i ell formava part de tota la família de peixos que suaument i tranquil·lament es passejaven per les aigües clares i transparents de la peixera. Va decidir que en volia un i no se li va ocórrer un altre cosa que demanar ajuda als seus amics Marcel i Manel que tantes i tantes vegades s'ajudaven en les múltiples batalletes.

L'Arnau havia estat remirant pel garatge del seu pare on s'amuntegaven coses i coses molt variades i de variada procedència.

Va trobar una placa de vidre bastant gruixut i va creure que amb allò en tindria prou per fabricar un aquari que fes bona patxoca.

Va mirar per internet diferents formes de construir una peixera i va trobar aquestes 3 (ortoedrica, prisme de base triangular i prisme de base pentagonal). També va trobar pel

garatge estris per tallar vidre i silicona per les juntes (el garatge d'en Carles, el pare de l'Arnau, semblava més aviat la bossa de la Mari Poppins)



PROBLEMA 6

Si finalment vol construir-lo en forma d'ortoeidre de manera que sigui igual d'alt que d'ample. Quines dimensions ha de tenir per tal que el seu volum sigui màxim.

Ha mesurat els vidres i té $1,20 \text{ m}^2$.

Veureu que apareix un polinomi de tercer grau en la resolució. Per tant heu de prendre consciència que els polinomis de tercer grau són molt habituals en càlculs d'us relativament quotidià.

PROBLEMA 7

Donada la funció: $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$, determineu els valors de a, b i c sabent que la gràfica té per extrems relatius els punts $x=1$ i $x=-3$ i passa pel punt $(0,1)$

PROBLEMA 8

Donada la funció: $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$, determineu els valors de a, b i c sabent que la gràfica té per extrems relatius els punts $x=1$ i $x=-3$ i passa pel punt $(-1,23)$

PROBLEMA 9

Sigui f una funció polinòmica de grau 3, amb un màxim al punt $(-1,4)$ i un mínim al punt $(0,3)$

- a) Feu una gràfica aproximada de f
- b) Determineu la fórmula de la funció.



PROBLEMA 10

Conec tres persones que la suma de les seves edats és 48 anys. L'edat de la mitjana és el doble de l'edat de la petita menys un any i l'any vinent l'edat de la gran serà el doble de l'edat de la petita més tres anys. Con es diuen aquestes persones?

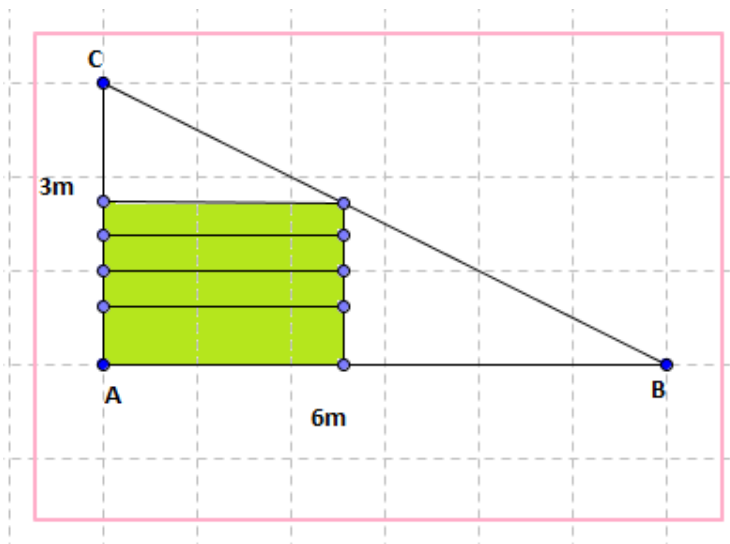
En Manel li va dir:- Podré saber l'edat si plantejo un sistema d'equacions, però els noms???

L'Arnau amb un somriuré d'orella a orella estava feliç!!!



PROBLEMA 11

En Marcel va explicar a l'Arnau i a en Manel que volia fer una estanteria sota de l'escala per guardar tots els estris de laboratori que ja gairebé no utilitzava. Volia el forat de l'escala per fer-lo servir de magatzem, però volia posar estanteries i porta per tenir-ho ben endreçat.



Si mireu l'esquema veureu que del punt A al B hi ha 6m i del A al C 3m. Les estanteries és la part verda. Quines dimensions tindrà la estanteria si volem àrea màxima. (la fondària be marcada per la mateixa escala) (Ens preguntem en cas que fos pla quina seria l'àrea màxima del rectangle verd)

L'Arnau molt content va dir:- No se perquè, em sona al teorema de Tales!!

PROBLEMA 12

En Marcel va dir: Moltes vegades per plantejar problemes com aquests fixem un sistema de coordenades.

Per exemple:

Un triangle té els vèrtexs $O(0,0)$, $A(10,0)$ i $B(0,4)$

- a) Dibuixeu-lo i escriviu l'equació de la recta que conté el segment AB .
- b) Considerem un punt P situat sobre el segment AB , i dibuixem el rectangle que té per diagonal OP i dos costats sobre els eixos de coordenades. Determineu les coordenades de P que fan màxima l'àrea del rectangle.