ARREGLANT LA CASA DE CAMP (SOLUCIONARI)

PROBLEMA 1

y=nombre de collarets

x= nombre de dones

x+2=y

2x=y+3

Per tant cal resoldre el següent sistema:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

La solució és: x=5 i y=7

PROBLEMA 2

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$C^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Per calcular X cal fer:

$A^{-1}\cdot A\cdot X\cdot B\cdot B^{-1} = A^{-1}\cdot C\cdot B^{-1}$ aleshores $X = A^{-1}\cdot C\cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & -12 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}$

PROBLEMA 3

1 l = 1dm^3 aleshores 36000 dm^3 = 36 l

Profunditat =x Amplada = x+1 Llargada = 2(x+1) per tant $x\cdot(x+1)\cdot 2\cdot(x+1) = 36$ i aleshores :

$x^3+2x^2+x-18=0$

Si utilitzem el programa Wolfram Alpha obtenim:

Input:

$$x^3 + 2x^2 + x - 18 = 0$$

Real solution:

$$x = 2$$

Per tant tindrà 2m

PROBLEMA 4

Les dimensions de la piscina retocada serien: ample x i llarg y i la altura 2

Aleshores:

2y+2y+2x+2x=40 (igual a 40 perquè hi ha 20 capses de 2 metres quadrats cadascuna)

2x+2y=20

x+y=10

y=x-10

V=2xy i volem que sigui màxim aleshores tenim que: $V= 2x(10-x) = 20x-2x^2$

Aleshores V' =20-4x i per tant el valor de x que anul·la la derivada és x=5

Abans que x=5 la derivada és >0 i després que x=5 la derivada és <0 aleshores podem concloure que en x=5 hi ha un màxim.

El punt (5,5) és un màxim de la funció. La piscina haurà de ser un quadrat de 5X5 metres i de profunditat 2m.

PROBLEMA 5

Profunditat x

Amplada x+1

Llargada y

2xy+2x(x+1)=40

$Y=\frac{40-x^2-x}{x}$

Aleshores el volum:

$$V = \frac{x(x+1)(4x-x^2-x)}{x}$$

$V=(x+1)\cdot(40-x^2-x)$

$V=-x^3-2x^2+39x+40$ $V'=-3x^2-4x+39=0$ obtenim dos valors que són x=-4.3 i x=3

El x= -4.3 no s'ajusta al context del problema i el punt x=3 si i correspon a un Màxim.

P=3 A=4 LL=9.33

PROBLEMA 6

$-1=2+a-12+b$; $9=a+b$; $f'(x)=6x^2+2ax-12$; $0=24-4a-12=12-4a$

$4a=12$; $a=3$ $b=6$

PROBLEMA 7

Lots de tipus A =x

Lots de tipus B = y

Les desigualtats que tenim són:

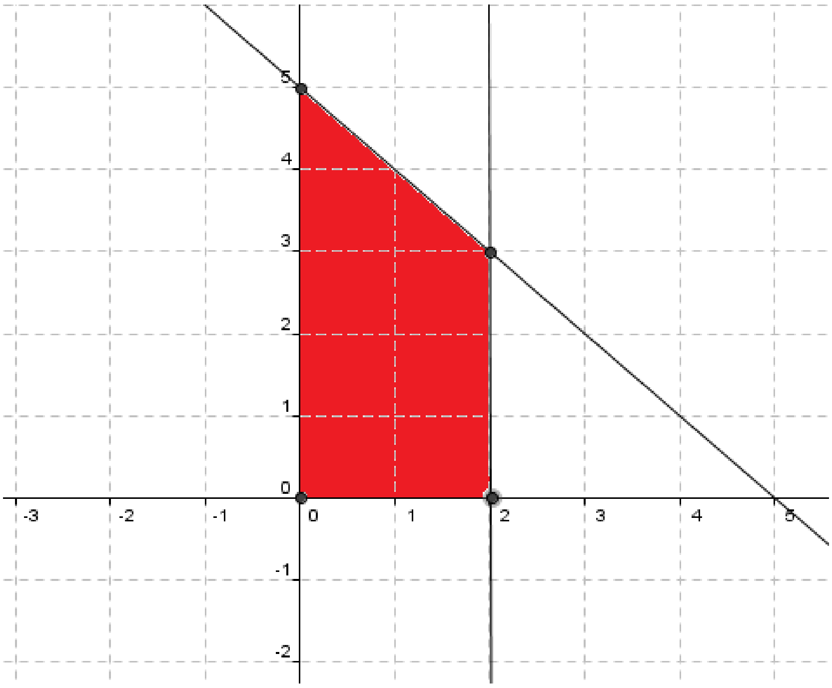
$x\geq 0$

$y\geq 0$

$x\leq 2$

$x+y\leq 5$

Si fem el gràfic:



Funció Objectiu: $B=50x+100y$

Punts: (0,0)B=0 (0,5)B=500 (2,3)B=400 (2,0)B=100

Maximitza el punt (0,5)

PROBLEMA 8

x=número d'arbres de mida petita

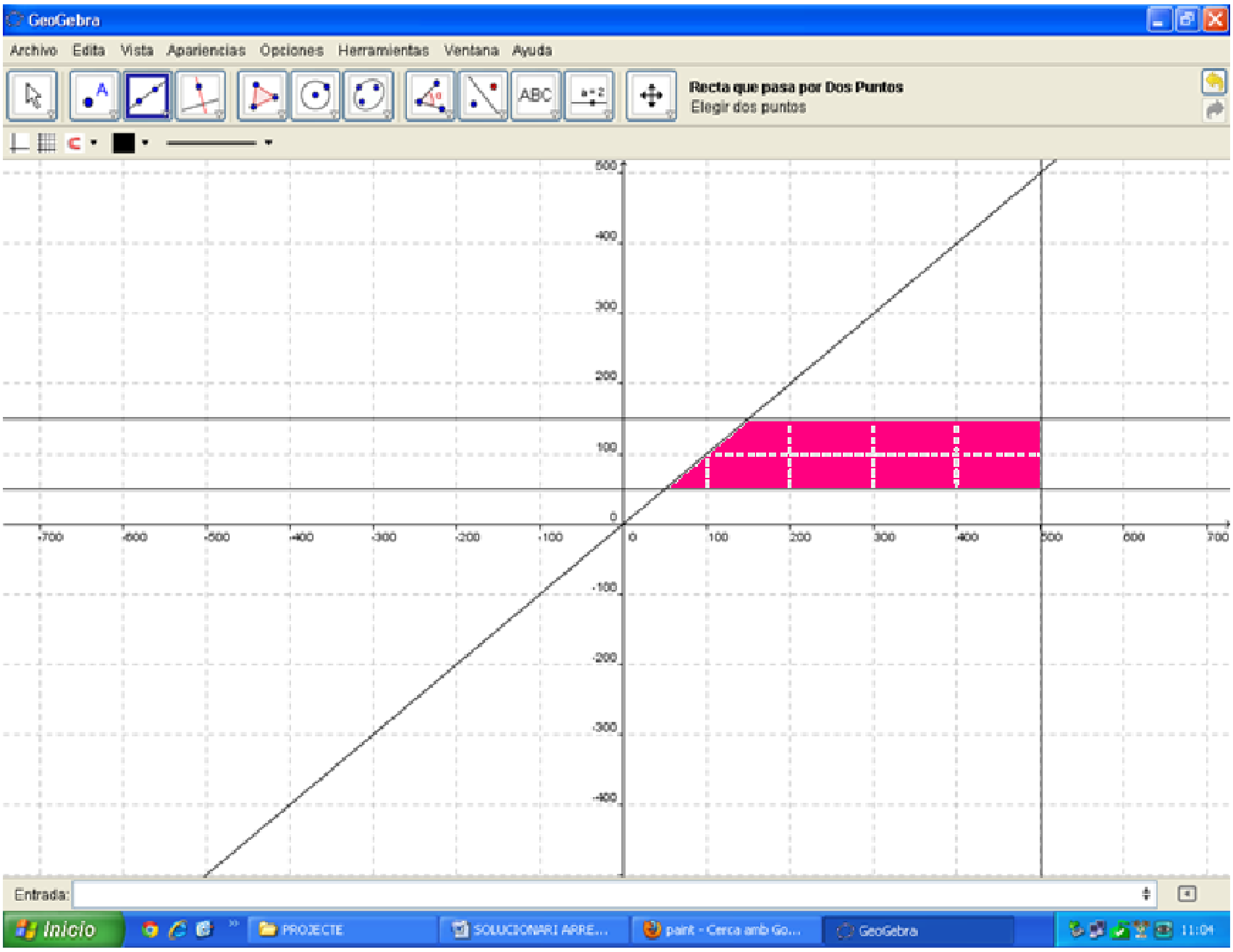
Y=número d'arbres de mida gran

$y \leq 150$

$y \geq 50$

$x \geq y$

$x \leq 500$



Els punts són: (50,50); (150,150); (500,150); (500,50)

La funció Objectiu: B=100x+150y

(50,50) B=12500

(150,150) B=37500

(500,150) B=72500 Per tant ha de vendre 500 petits i 150 de grans

(500,50) B=57500

PROBLEMA 9

x=1 $1\cdot 40\cdot 0{,}99 + 2$

x=2 $2\cdot 40\cdot 0{,}98 + 2$

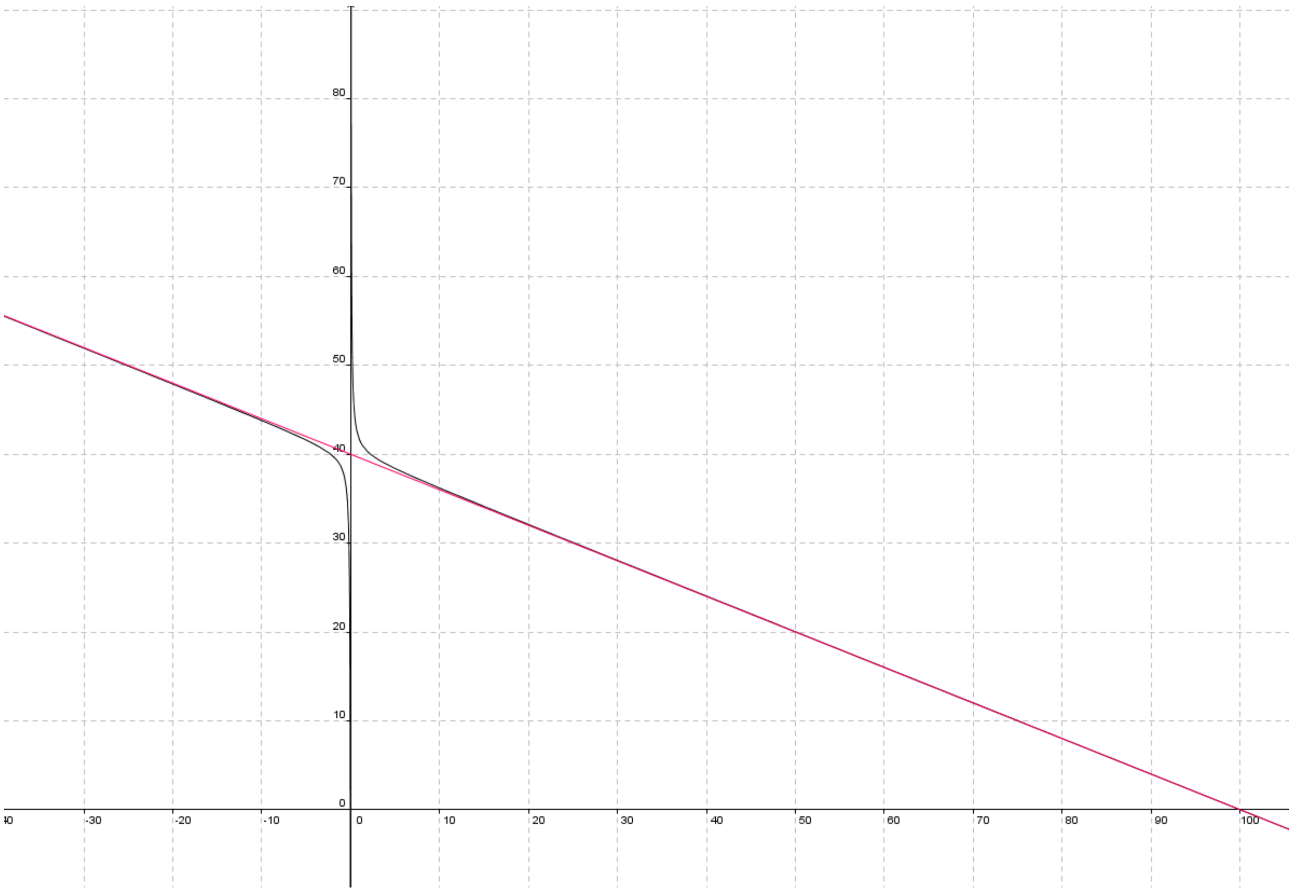
x $x\cdot 40\cdot\left(\frac{100-x}{100}\right) + 2$

P(x) = preu una cadira en funció del nombre de cadires

$$P(x)=\frac{x\cdot 40\cdot\left(\frac{100-x}{100}\right)+2}{x}$$

$$P(x)=\frac{-0{,}4x^2+40x+2}{x}$$

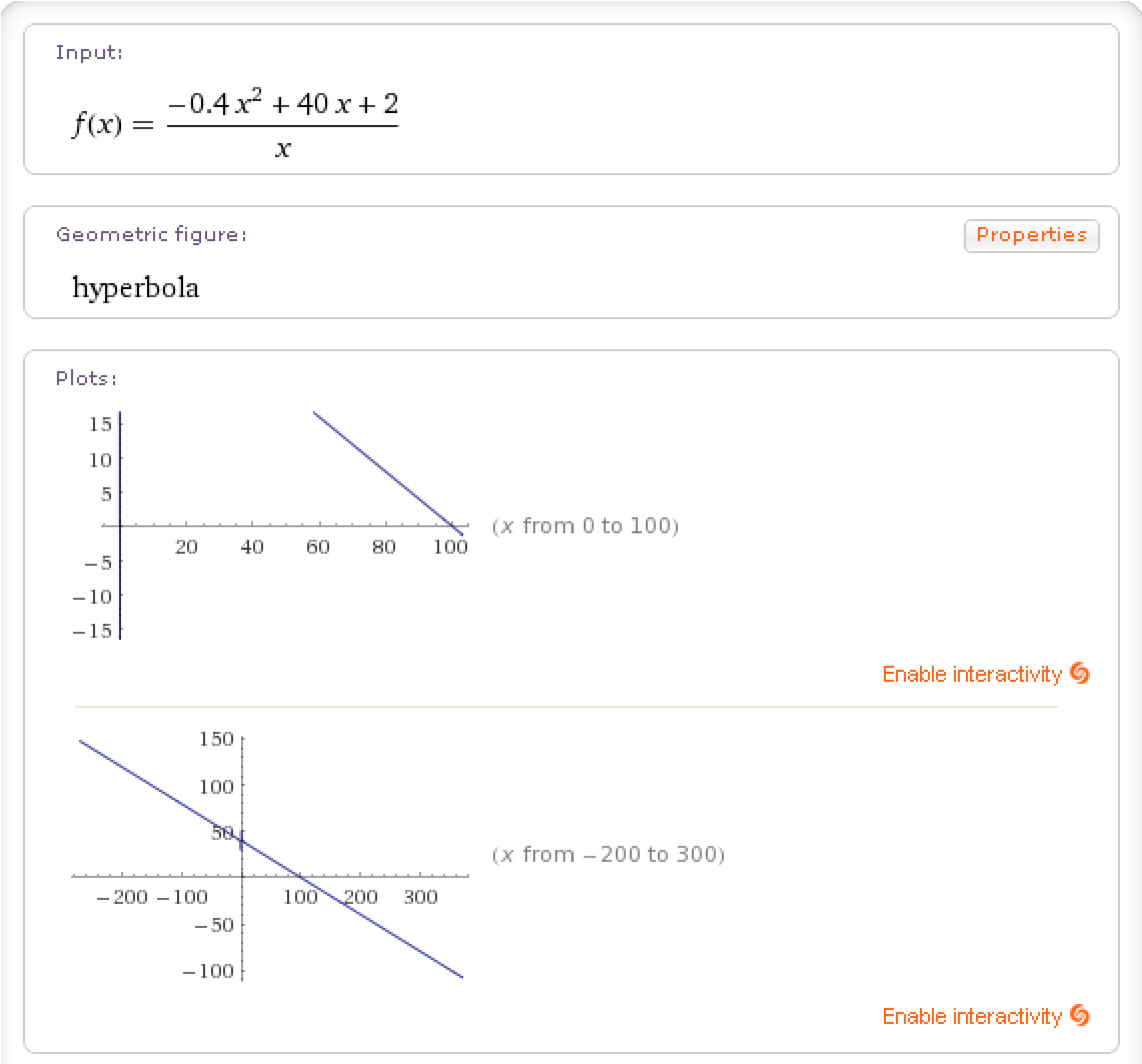
El seu gràfic segons el geogebra és:



Si se'n compressin 100 el preu seria 0 i més de 100 ja no té sentit. Per tant si com a màxim se'n poden comprar 75 és aquest número de cadires el que ens donarà el preu mínim per cadira.

Amb 10 cadires ens gastem: 362€ i el preu per cadira és 36,62€

El gràfic al Wolfram Alpha és:



PROBLEMA 10 a)

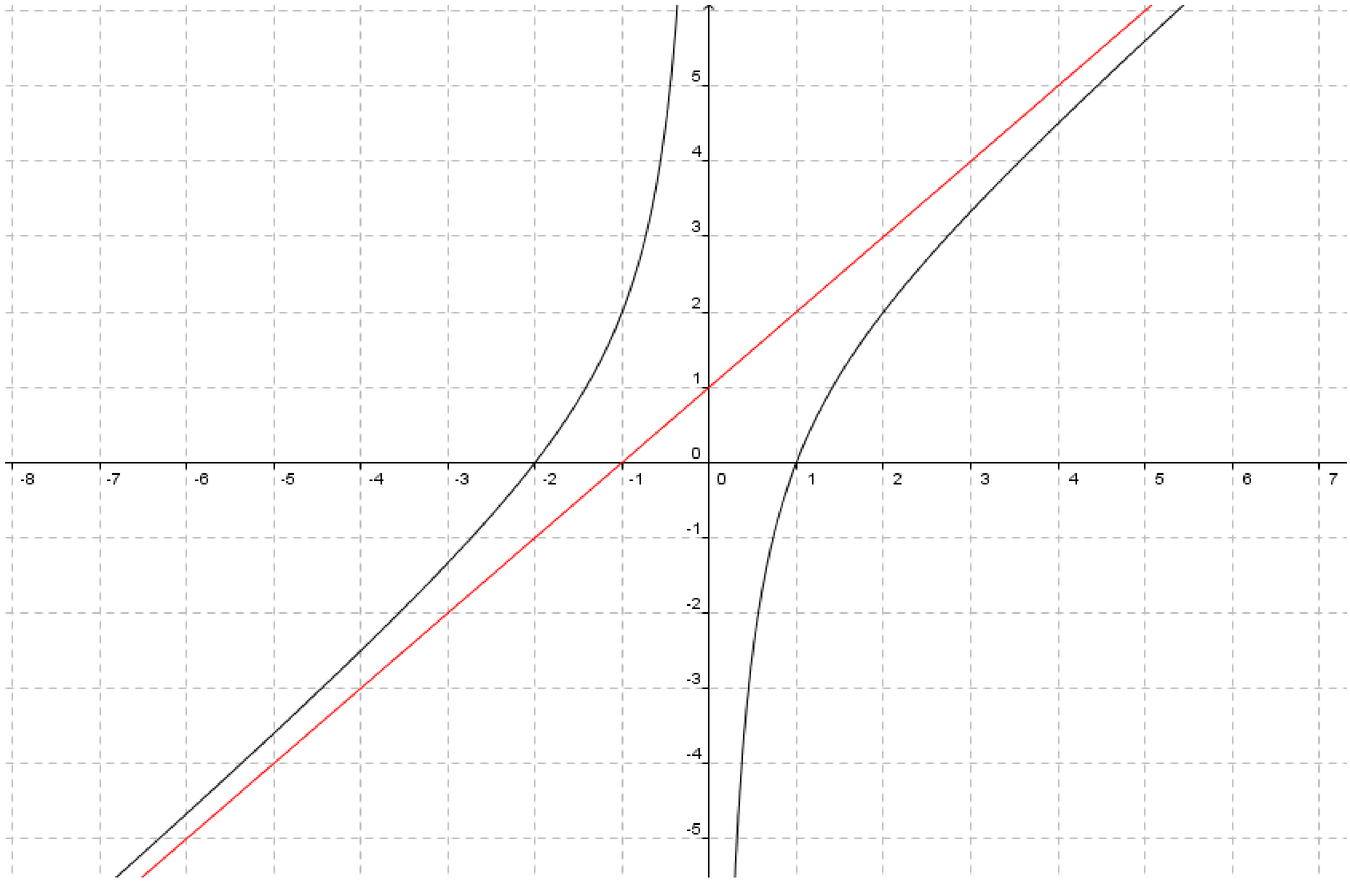
f'(x)=$\frac{x^2+2}{x^2}$ = 2

Aleshores $x^2+2=2x^2$ $x^2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$

Els possibles màxims i mínims $(\sqrt{2},1)$ $(-\sqrt{2},-1)$

b) Asímptotes verticals en té una a x=0

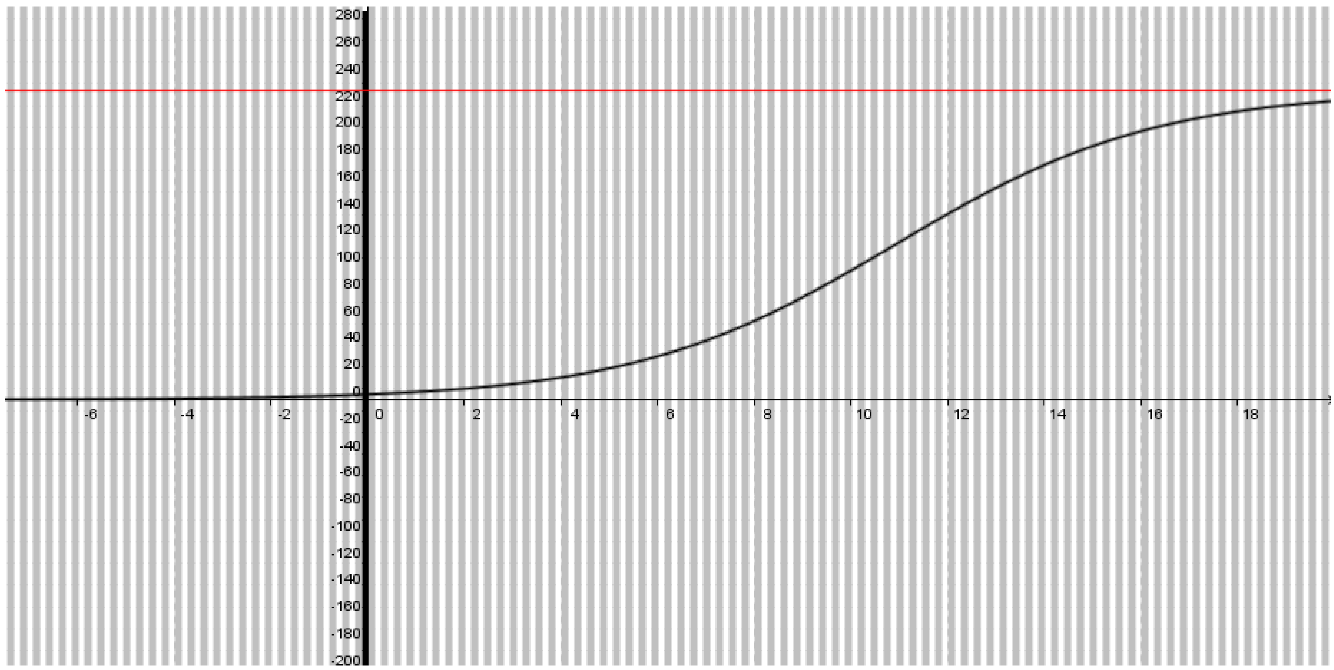
Horitzontals no en té en té d'obliqües: y=x+1 en el gràfic en vermell:



PROBLEMA 11

a) 230
b) P(0)=4
c) t=14,36 dies (14 no arriba i 15 supera)

d)



PROBLEMA 12

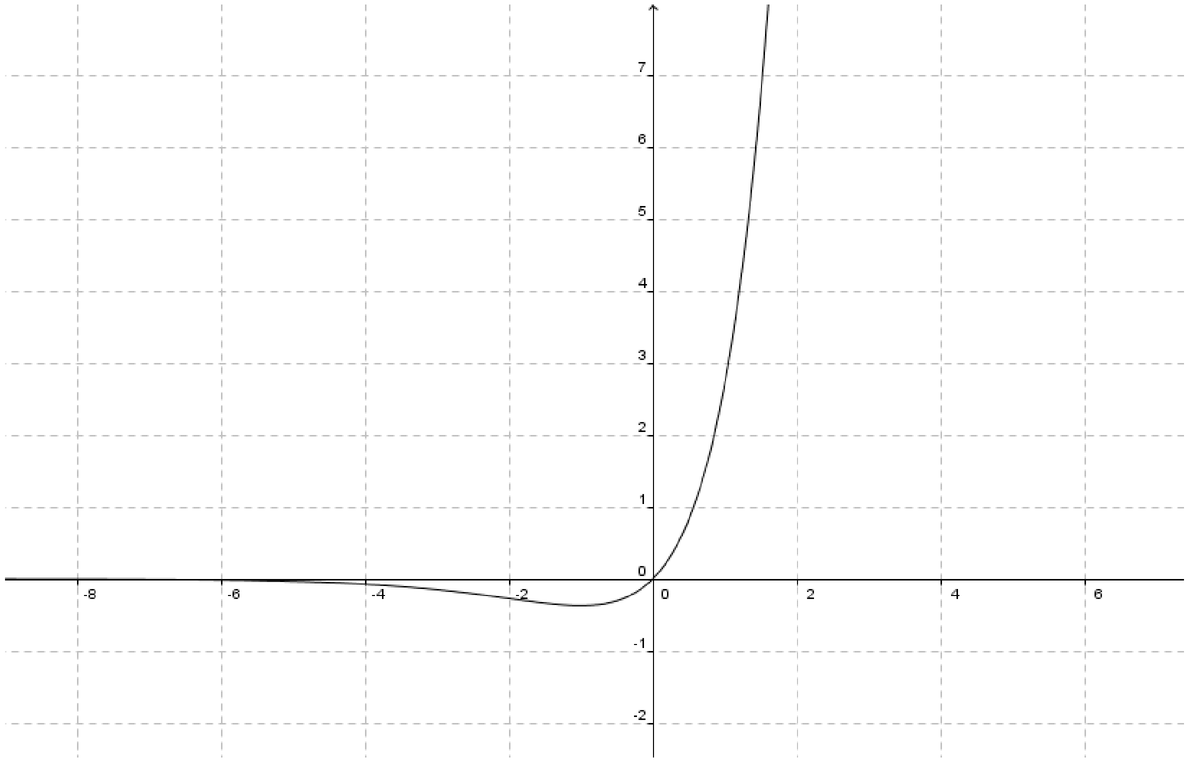
$f(x)>0$ si $x>0$

$f(x)<0$ si $x<0$

$f'(x)=e^x+xe^x=0$

$(1+x)e^x=0$

$x=-1$ en $x=-1$ és creixent:



L’APRENENT DE BIÒLEG (SOLUCIONARI)

PROBLEMA 1

a) $-t^2+4t+12=0$ t=-2 i t=6 per tant 6 setmanes
b) Vèrtex x=2 per tant dues setmanes que substituït a la funció 16 milions

PROBLEMA 2

Més o menys a partir del punt x=1.6

PROBLEMA 3

Observem que en algun tram una funció exponencial pot coincidir amb una funció quadràtica com hem vist a l’exemple anterior.

PROBLEMA 4

$x \geq 0$; $y \geq 0$; $x+y \leq 14$; $x-2y \leq 0$; $y \leq 10$; $x \leq 8$

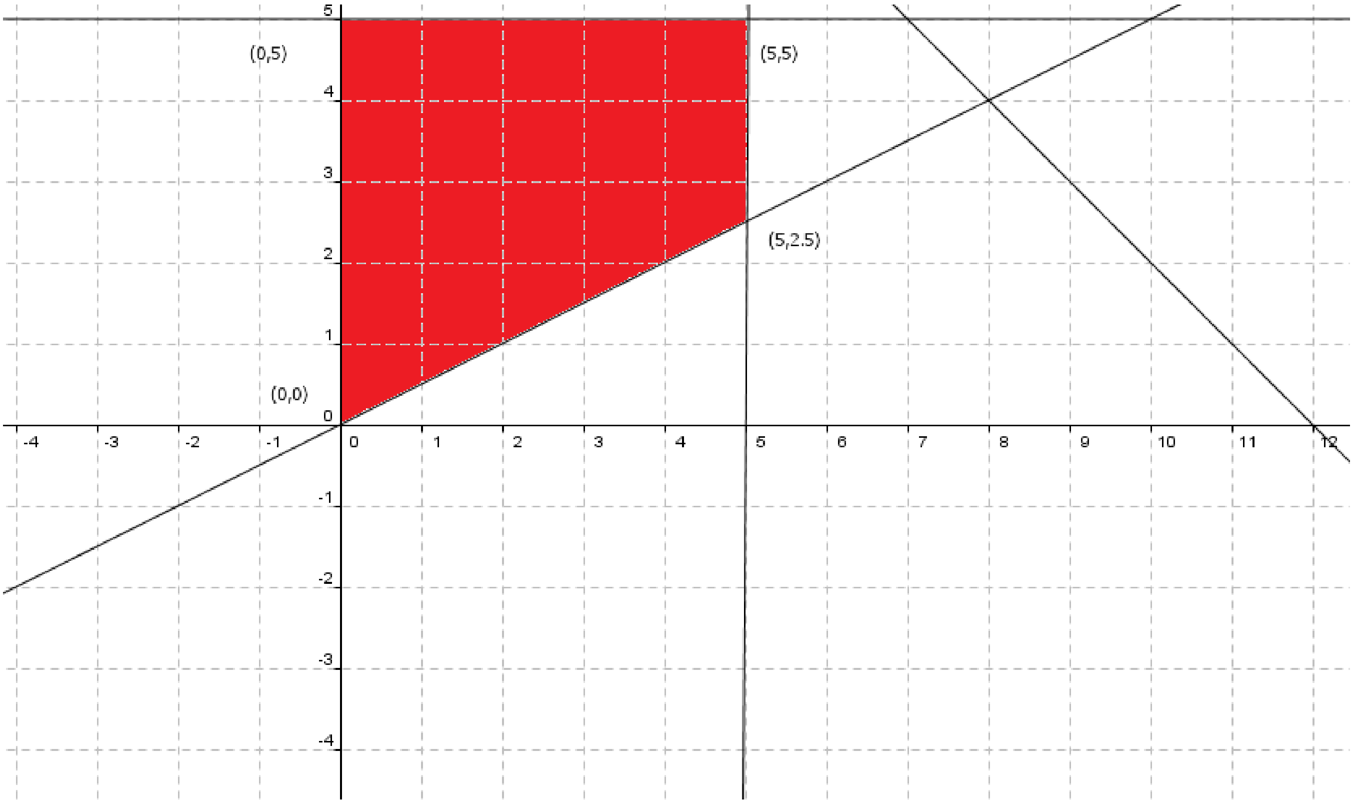
PROBLEMA 5

Anomenem:

x= número de capses reactiu A i y= número de capses reactiu B

$x+y \leq 12$; $x \leq 2y$; $x \leq 5$; $y \leq 5$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

La regió factible:



Funció objectiu: B= x+y

(0,0) B=0

(5,5) B=10

(5,2.5) B=7.5

(0,5) B=5

PROBLEMA 6

x= amplada

x=profunditat

y= llargada

$3xy+2x^2=1,20$

$Y=\frac{1,20-2x^2}{3x}$

$V=x^2y$ volem que sigui màxim

$V=\frac{1,20x-2x^3}{3}$

$V'=\frac{1,20-6x^2}{3}=0$ $6x^2=1,20$ $x^2=0,20$ $x=\frac{\sqrt{2}}{10}$

PROBLEMA 7

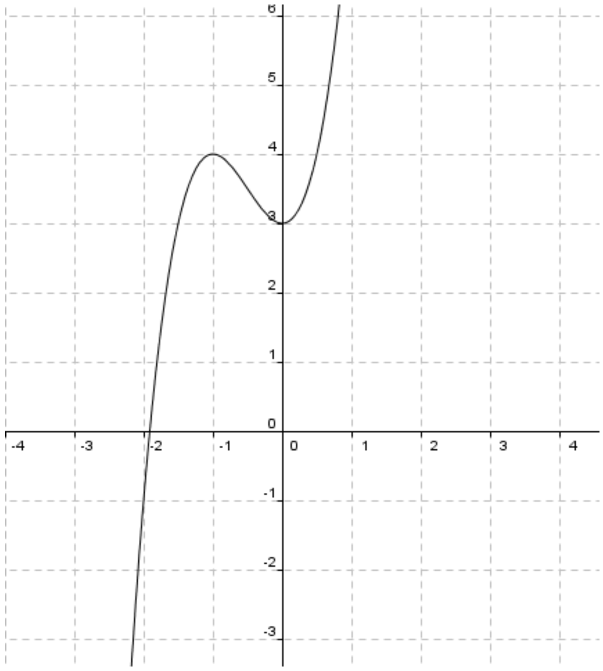
a=6 b=-18 c=1

PROBLEMA 8

$f(x)=2x^3+6x^2-18x+1$

PROBLEMA 9

La funció és: $f(x)=2x^3+3x^2+3$



PROBLEMA 10

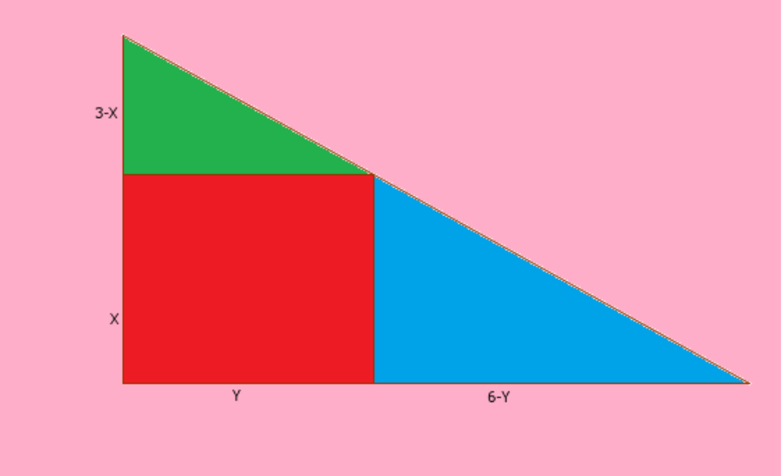
x+y+z=48

y=2z-1

x+y=2(z+1)+3

Solució pel mètode de Gauss z=9 y=17 x=22

PROBLEMA 11



$$\frac{3-X}{Y} = \frac{X}{6-Y}$$

Aleshores: x=$\frac{6-y}{2}$

A=x·y = $\frac{6y-y^2}{2}$A'=$\frac{6-2y}{2}$=0 y=3 i x=1.5

PROBLEMA 12

El gràfic és el mateix que el del problema anterior i també el plantejament per tant:

(5,2) són les coordenades del punt que ens demanen.

ESTAR GUAPOS ESTÀ MOLT BÉ (SOLUCIONARI)

PROBLEMA 1

Sigui x el nombre de dies que passen

40€	200
39	200+100
38	200+2·100
40-x	200+100x

I=(200+100x)(40-x)

I=8000+3800x-100x^2

I'=3800-200x =0

Dia 19

PROBLEMA 2

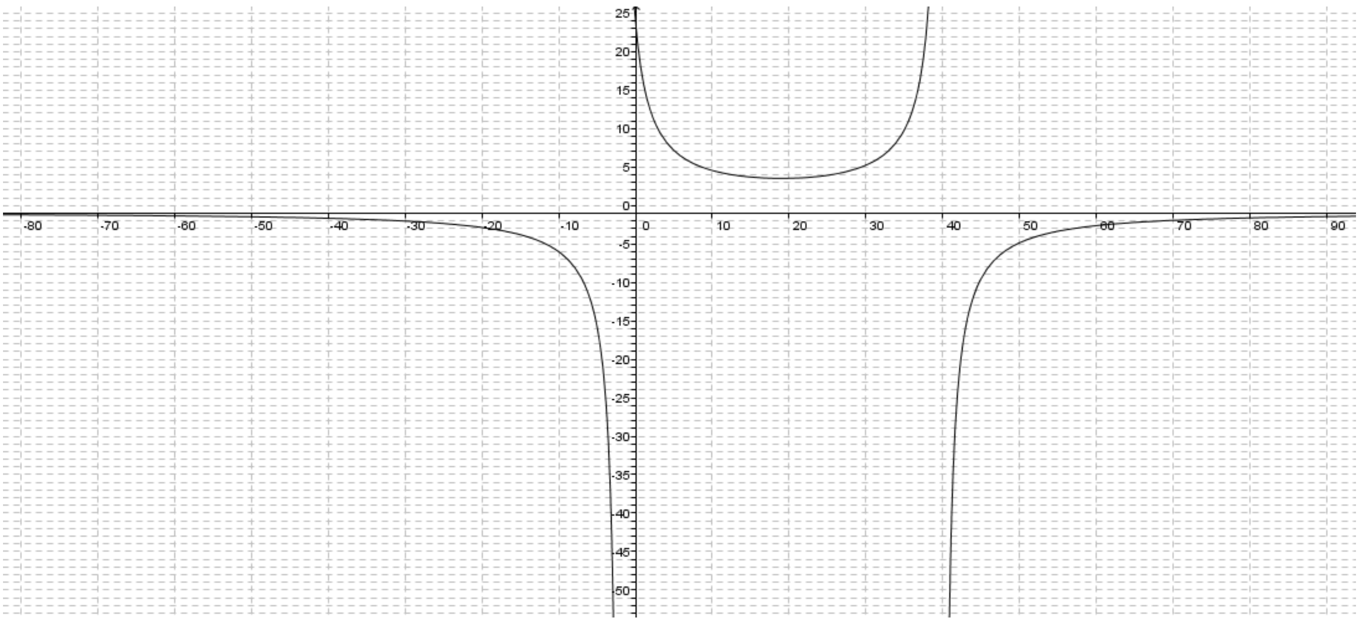
Ingressos en un dia: I=8000+3800x-100x^2

Sigui N(x) la funció que ens indicarà el número de dies per tal d'aconseguir els 200.000 €

N(x)= $\frac{200000}{8000+3800x-100x^2}=\frac{2000}{80+38x-x^2}$ volem que sigui mínim

N'(x)= $\frac{(-2000)(38-2x)}{(80+38x-x^2)^2}$

19 dies



PROBLEMA 3

x= número de pots versió econòmica

y= número de pots versió cara   funció objectiu: B=20x+30y

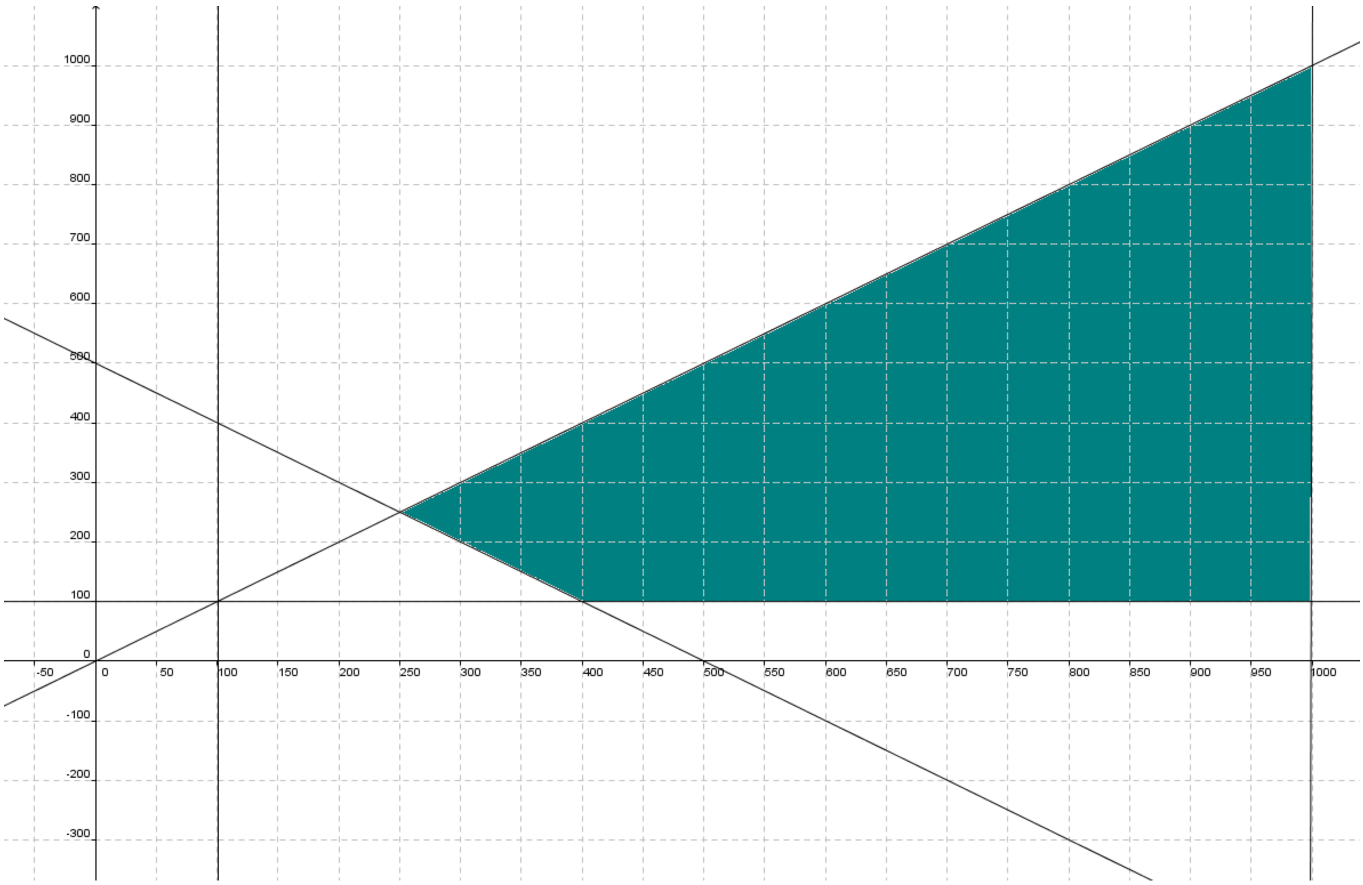
x+y≥500

y≤x

x≥100

y≥100

x≤1000



Els punts: (1000, 1000) ; (250,250);   (400,100);   (1000,100)

El punt òptim: (1000, 1000)

PROBLEMA 4

x= número de pots versió econòmica

y= número de pots versió cara   funció objectiu: $B=20x+30y$

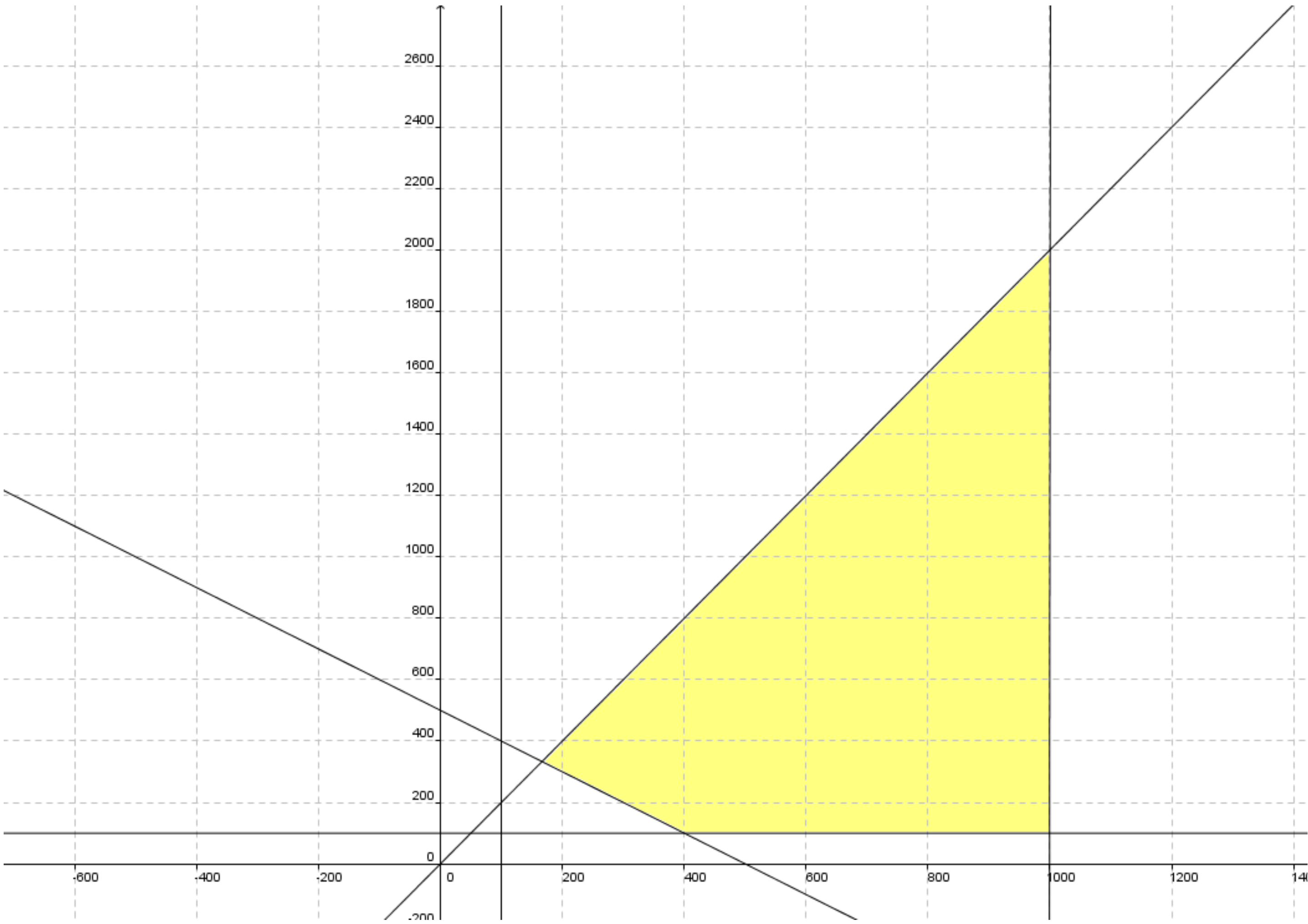
$x+y\geq 500$

$y\leq 2x$

$x\geq 100$

$y\geq 100$

$x\leq 1000$



Els punts: (1000, 2000) ; (500/3 , 1000/3); (400,100);   (1000,100)

El punt òptim: (1000, 2000)

PROBLEMA 5

$x \geq 100$; $y \geq 100$; $x \leq y$; $x+y \geq 500$; $x+y \leq 1000$

PROBLEMA 6

$x \geq 100$; $y \geq 100$; $x \leq 2y$; $x+y \geq 500$; $x+y \leq 1000$

PROBLEMA 7

$$\begin{cases} x + y + z = 150 \\ 15x + 12y + 10z = 1870 \\ 10x + 10y + 11z = 1540 \end{cases}$$

El resolem pel mètode de Gauss i obtenim que: $x=50$; $y=60$ $z=40$

PROBLEMA 8

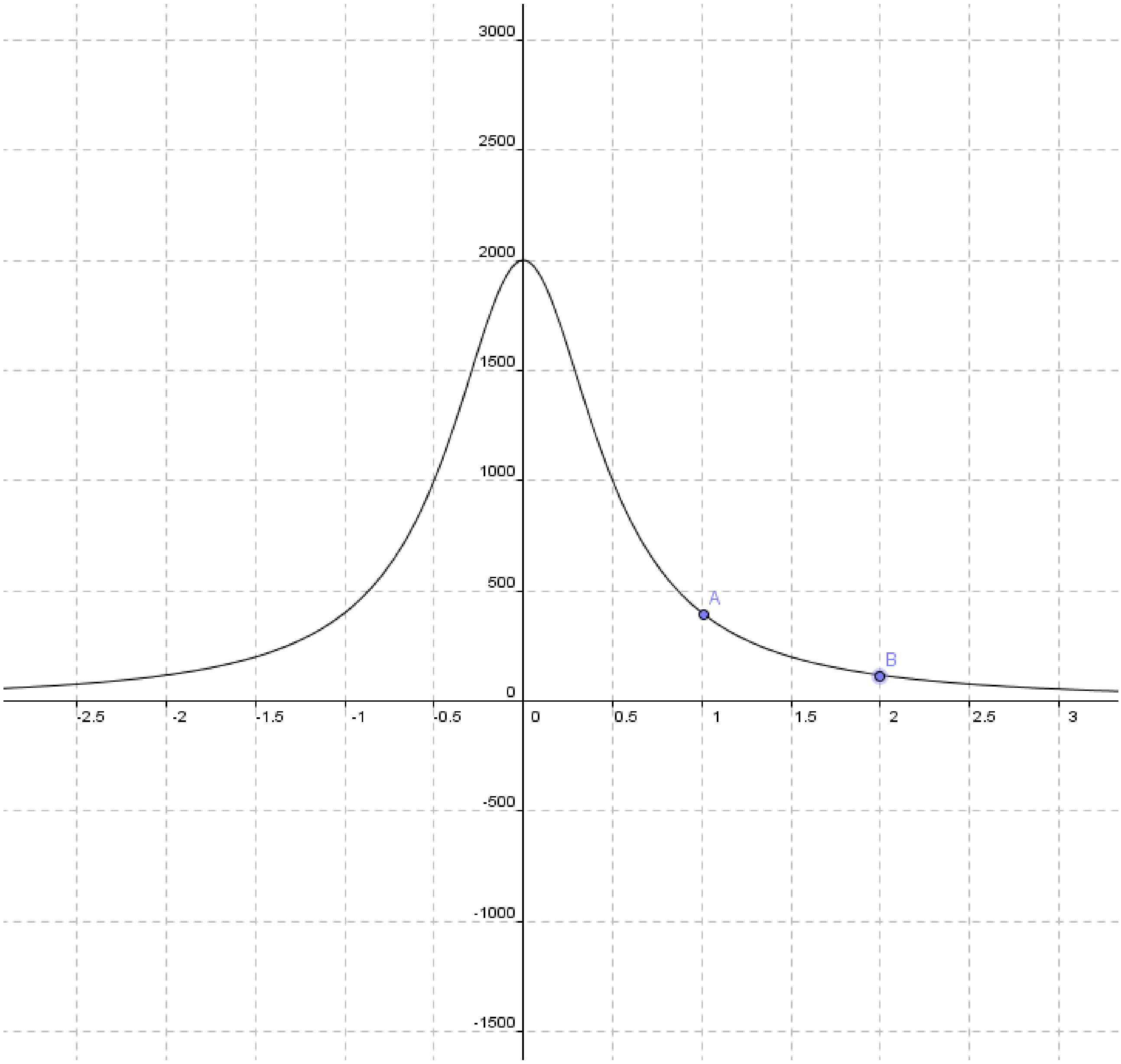
Preu d'un pot si x és igual a: $1+r/100$ on r és el tant per cent d'increment

$20x^2+5$

La funció que expressa el nombre de pots venuts en funció de x si es volen guanyar aquests 10000€

$f(x) = \frac{10000}{20x^2+5}$ $1 \leq x \leq 2$

La gràfica d’aquesta funció si el domini fossin tots els R seria:



Restringida al nostre domini:

Objetos Libres

$f(x) = \frac{10000}{20\,x^2 + 5}$

Objetos Dependientes

A = (1.01, 396)

B = (1.99, 118.52)

f(1)=400 f(2)=117.6

El nombre de pots venuts variarà entre 400 i 117

Increment del 50% x=1.50   f(1.50) = 200

Increment del 20% f(1.20)= 295.85 296 pots

Increment del 2%   f(1.02)=387.4   387 pots

Estava claríssim que a l'augmentar l'increment baixaven les vendes.

PROBLEMA 11

a)

A·B=$\begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

B·A no es pot fer

A^2=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ A^3=$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

b)

ba) X= $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ Y= $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$

bb) X= $\begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}$

LA MARIA ROSA I EL JOAN TENEN UNA GRANJA DE CONILLS (SOLUCIONARI)

PROBLEMA 1

a) f(0) = 110
b) màxim 360 animals i la setmana la 5

PROBLEMA 2

x =número de lots de tipus A i y= número de lots de tipus B

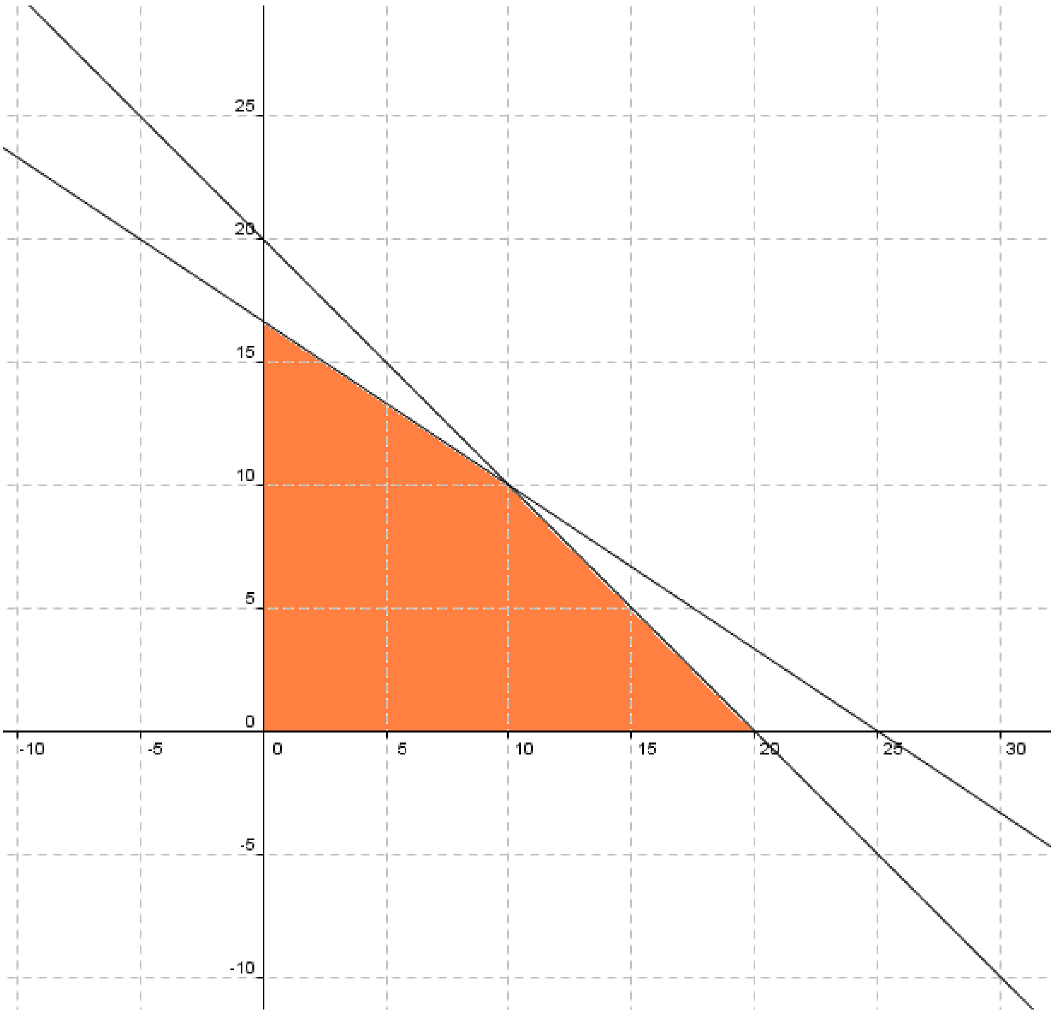
$2x+2y\leq 40$

$2x+3y\leq 50$

$x\geq 0$

$y\geq 0$

La funció objectiu és: $3x+3,5y=B$



(10,10); (0,0);(20,0); (0.16,6)

B=65 B=0 B=60 B=58,3 Per tant x=10 i x=10

PROBLEMA 3

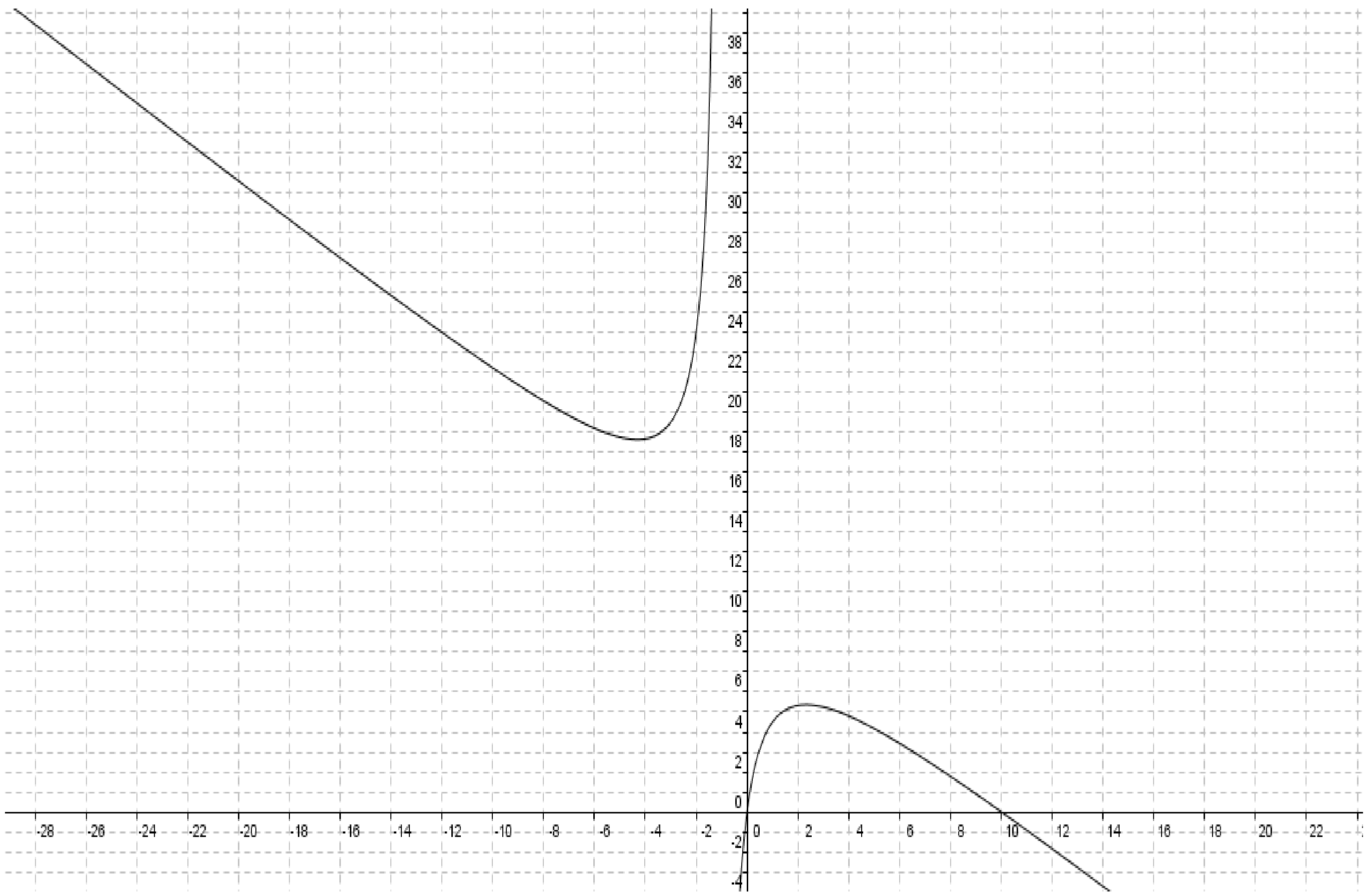
Llargada: 3m amplada: x metres alçada: y metres

(4x+4y+12)2 + (2·3x+2xy+2·3y)·3=90

$x = \frac{33-13y}{13+3y}$

V=3xy

$V=3y\cdot\frac{33-13y}{13+3y}$



Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{10\,x-x^2}{1+x}\right) = -\frac{x^2+2\,x-10}{(x+1)^2}$$

Local maximum: Approximate form

$$\max\left\{f(x) = \frac{10\,x-x^2}{x+1}\right\} = -2\left(\sqrt{11}-6\right) \text{ at } x = -1+\sqrt{11}$$

Local minimum: Approximate form

$$\min\left\{f(x) = \frac{10\,x-x^2}{x+1}\right\} = 2\left(6+\sqrt{11}\right) \text{ at } x = -1-\sqrt{11}$$

Per tant el màxim:

$$x = -1 + \sqrt{11}$$

x=2.32

y=2.32

Per tant és un quadrat.

PROBLEMA 2

i=preu per hora classes de ioga

m= preu per hora classes de meditació

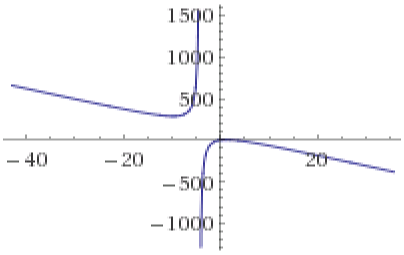
t= preu per hora classes de tai-txi

i=2t

3i+2m=26

m=(1/4)t

Enable interactivity



(x from −40 to 20)

Enable interactivity

Alternate forms:

$$f(x) = \frac{3\,(33 - 13\,x)\,x}{3\,x + 13}$$

$$f(x) = -\frac{3\,x\,(13\,x - 33)}{3\,x + 13}$$

$$f(x) = \frac{99\,x}{3\,x + 13} - \frac{39\,x^2}{3\,x + 13}$$

Alternate form assuming x is positive:

$$(3\,x + 13)\,f(x) + 39\,x^2 = 99\,x$$

Derivative:

Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{99\,x - 39\,x^2}{13 + 3\,x}\right) = -\frac{39\left(3\,x^2 + 26\,x - 33\right)}{(3\,x + 13)^2}$$

Local maximum:

Approximate form

$$\max\left\{f(x) = \frac{99\,x - 39\,x^2}{3\,x + 13}\right\} = \frac{1}{3}\left(437 - 52\sqrt{67}\right) \text{ at } x = -\frac{13}{3} + \frac{2\sqrt{67}}{3}$$

Local minimum:

Approximate form

$$\min\left\{f(x) = \frac{99\,x - 39\,x^2}{3\,x + 13}\right\} = \frac{1}{3}\left(437 + 52\sqrt{67}\right) \text{ at } x = -\frac{13}{3} - \frac{2\sqrt{67}}{3}$$

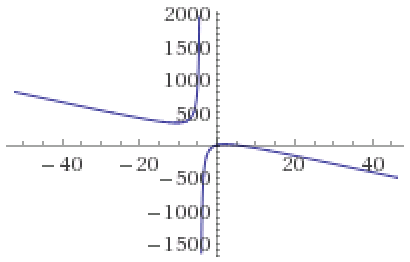
Download page

El màxim és:

$$x = -\frac{13}{3} + \frac{2\sqrt{67}}{3}$$

x=1.12m y=1,12m

En cas que sigui 150€ de pressupost:



(x from −40 to 40)

Enable interactivity

Alternate forms:

$$f(x) = -\frac{3\,x\,(13\,x - 63)}{3\,x + 13}$$

$$f(x) = \frac{189\,x}{3\,x + 13} - \frac{39\,x^2}{3\,x + 13}$$

Alternate form assuming x is positive:

$$(3\,x + 13)\,f(x) + 3\,x\,(13\,x - 63) = 0$$

Derivative:

Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{3\,(63 - 13\,x)\,x}{13 + 3\,x}\right) = -\frac{39\,(3\,x^2 + 26\,x - 63)}{(3\,x + 13)^2}$$

Local maximum:

Approximate form

$$\max\left\{f(x) = \frac{3\,x\,(63 - 13\,x)}{13 + 3\,x}\right\} = \frac{1}{3}\left(527 - 26\sqrt{358}\right) \text{ at } x = -\frac{13}{3} + \frac{\sqrt{358}}{3}$$

Local minimum:

Approximate form

$$\min\left\{f(x) = \frac{3\,x\,(63 - 13\,x)}{13 + 3\,x}\right\} = \frac{1}{3}\left(527 + 26\sqrt{358}\right) \text{ at } x = -\frac{13}{3} - \frac{\sqrt{358}}{3}$$

$$x = -\frac{13}{3} + \frac{\sqrt{358}}{3}$$

x=1.97m

PROBLEMA 4

y=x+1; z=2x; 10x+5y+3z=530

Solució: z=50 cts; y=26 cts; x=25 cts

PROBLEMA 5

És pot veure amb relativa facilitat fent el producte de matrius que les dues matrius donades no commuten i si no commuten no es pot donar la igualtat. Recordem que el producte de matrius en principi no és commutatiu.

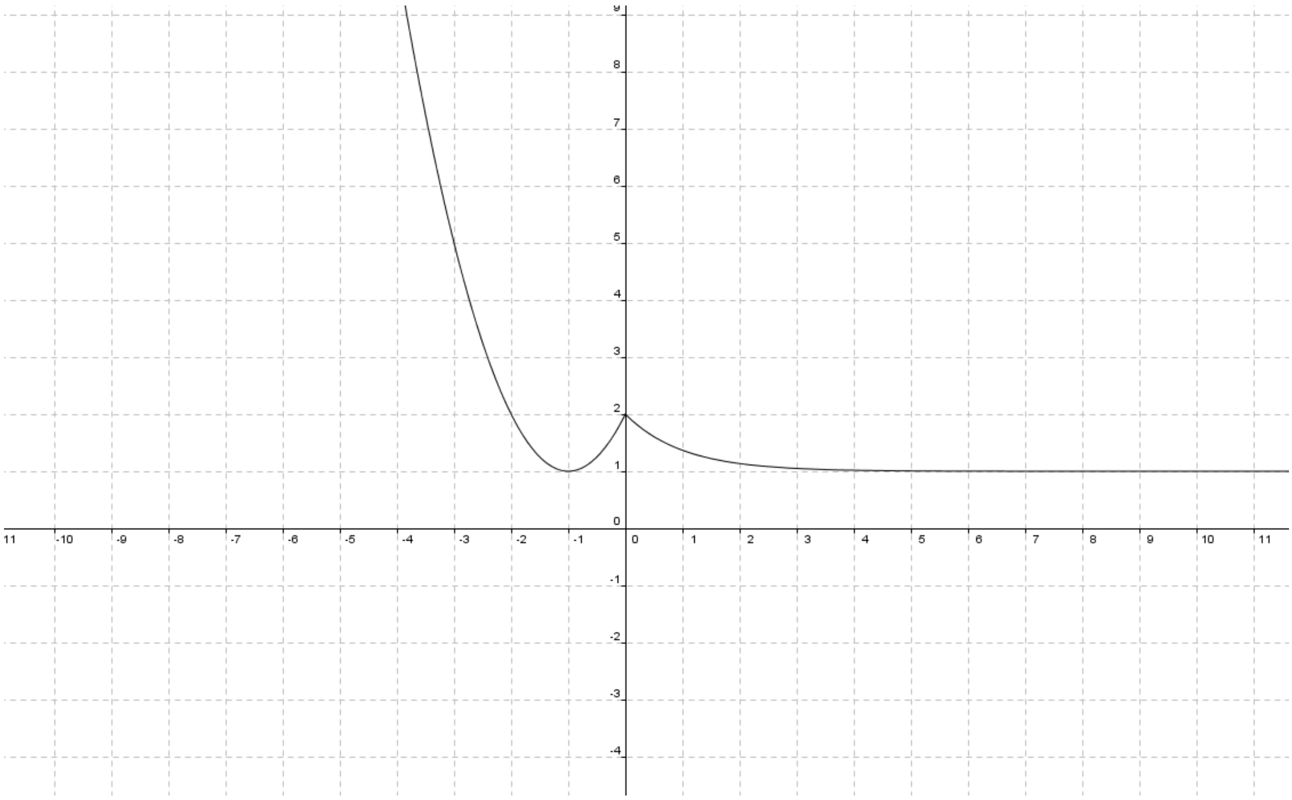
$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2+AB+BA+B^2$ i observem que si no commuten no es pot donar la igualtat.

PROBLEMA 6

Només cal substituir les dades i veureu!!!

Apartat e)

La funció serà contínua en a=2 i aquesta la gràfica en aquest cas de continuïtat.



PRÀCTIQUES ORIENTALS (SOLUCIONARI)

PROBLEMA 1

x=amplada

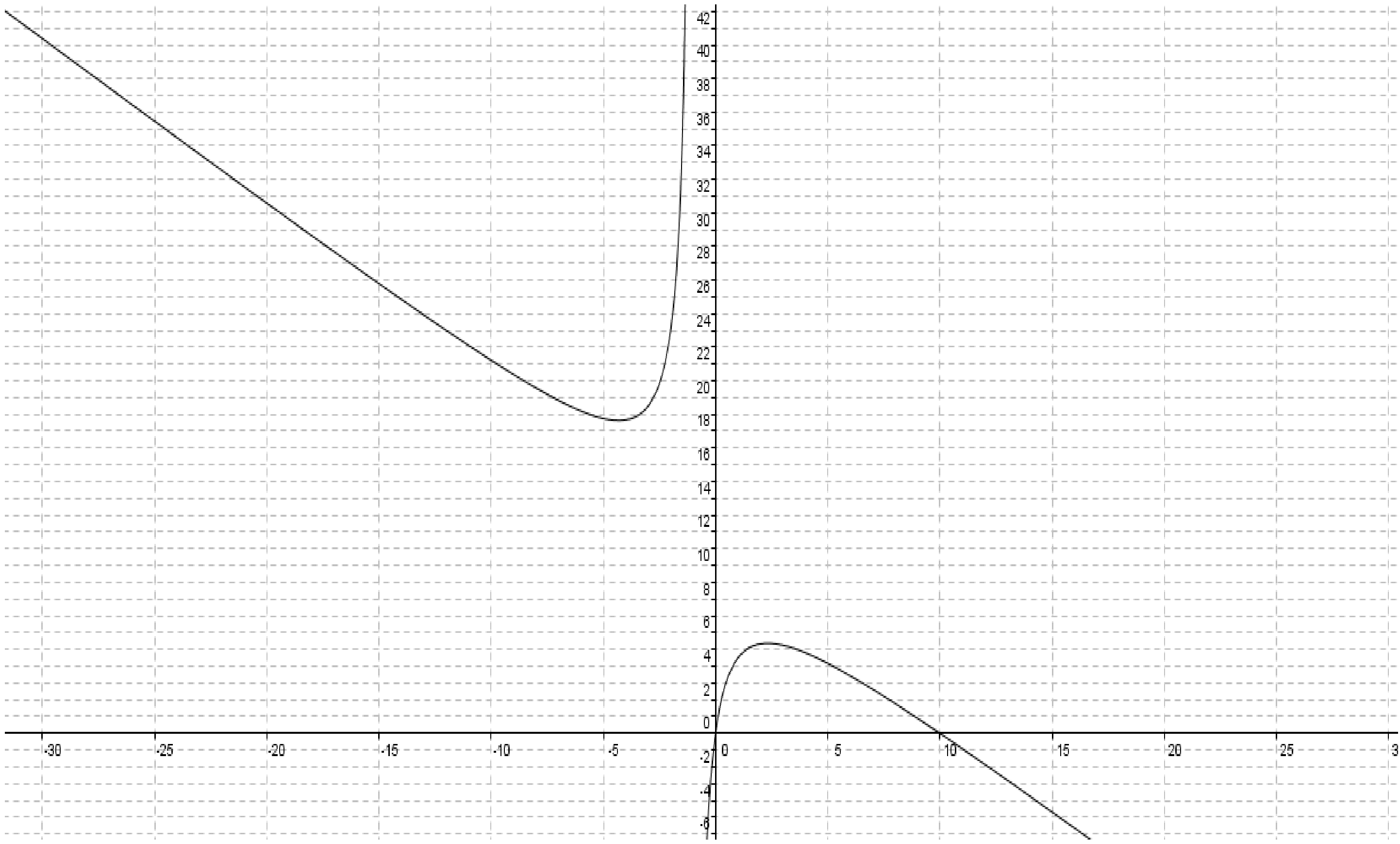
y= llargada

A=x.y

Tenim com a condicions: 2xy+2x+2y=20 per tant: xy+x+y=10 i per tant:

$y = \frac{10-x}{1+x}$

$A=x.\frac{10-x}{1+x}$



Alternate forms:

$$f(x) = -\frac{(x-10)\,x}{x+1}$$

$$f(x) + \frac{(x-10)\,x}{x+1} = 0$$

$$f(x) = \frac{10\,x}{x+1} - \frac{x^2}{x+1}$$

Alternate form assuming x is positive:

$$(x+1)\,f(x) + x^2 = 10\,x$$

Derivative:

Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{10\,x - x^2}{1+x}\right) = -\frac{x^2 + 2\,x - 10}{(x+1)^2}$$

Local maximum:

Approximate form

$$\max\left\{f(x) = \frac{10\,x - x^2}{x+1}\right\} = -2\left(\sqrt{11} - 6\right) \text{ at } x = -1 + \sqrt{11}$$

$$x = -1 + \sqrt{11}$$

x= 2.31

y=2.31

tenim un quadrat de 2.31 m de costat.

PROBLEMA 2

i= preu per hora classes de ioga

m=preu per hora classes de meditació

t=preu per hora classes de tai-txi

i=2t

3i+2m=26

m=(1/4)t

que expressat d'un altra manera queda:

i-2t=0

3i+2m=26

4m-t=0

Si ho resolem per Gauss obtenim que: m=1€; t=4€ i i=8€

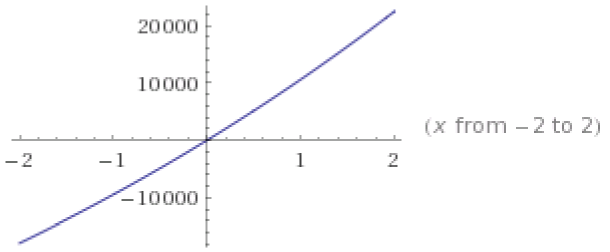
PROBLEMA 3

f(x)=10000x(1.06)^x la x només pot prendre valors naturals.

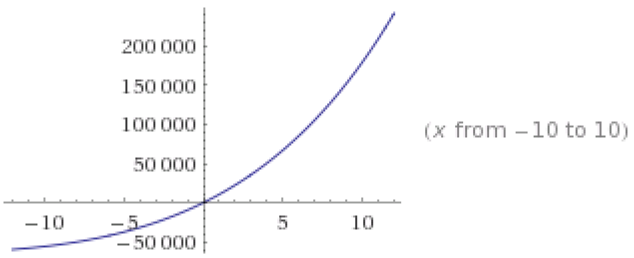
Input:

$f(x) = 10\,000\,x\,1.06^x$

Plots:



Enable interactivity



Enable interactivity

PROBLEMA 4

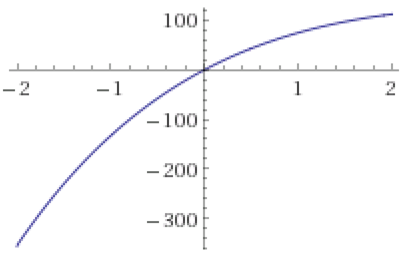
f(x)=100x(0.75)^x

El Domini són els enters.

Input:

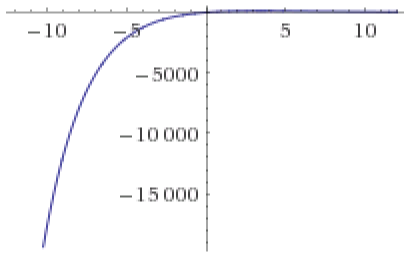
$$f(x) = 100\,x\,0.75^x$$

Plots:



(x from −2 to 2)

Enable interactivity



(x from −10 to 10)

Enable interactivity

Alternate form assuming x is real:

$$f(x) = 10\,000. \times 1.06^x\,x + 0.\,i$$

Derivative:

Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}(10\,000 \times 1.06^x\,x) = 1.06^x\,(582.689\,x + 10\,000.)$$

Global minimum:

Approximate form

$$\min\{f(x) = 10\,000\,x\,1.06^x\} = -\frac{10\,000}{e\log\left(\frac{53}{50}\right)} \text{ at } x = -\frac{1}{\log\left(\frac{53}{50}\right)}$$

$\log(x)$ is the natural logarithm »

Limit:

$$\lim_{x\to-\infty} 10\,000 \times 1.06^x\,x = 0. \approx 0$$

Derivative: Step-by-step solution

$$\frac{d}{dx}(100\times 0.75^x\,x) = 0.75^x\,(100. - 28.7682\,x)$$

Local maximum:

$$\max\{f(x) = 100\,x\,0.75^x\} \approx 127.877 \text{ at } x \approx 3.47606$$

Global maximum: Approximate form

$$\max\{f(x) = 100\,x\,0.75^x\} = \frac{25\times 3^{\frac{1}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}}\,4^{1-\frac{1}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}}}{\log\left(\frac{4}{3}\right)} \text{ at } x = \frac{1}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}$$

$\log(x)$ is the natural logarithm »

Limit:

$$\lim_{x\to\infty} 100\times 0.75^x\,x = 0. \approx 0$$

PROBLEMA (NO TÉ NUMERACIÓ)

La funció que dona el preu de l'ampolleta en funció del diàmetre (diàmetre base igual a l'alçada)

$100\cdot 0{,}3\cdot(\pi/4)d^3\cdot 0{,}8+2$ preu de totes les ampolles

$P(d) = \frac{6\pi d^3+2}{100}$

d= 1 P(1)=0,20€

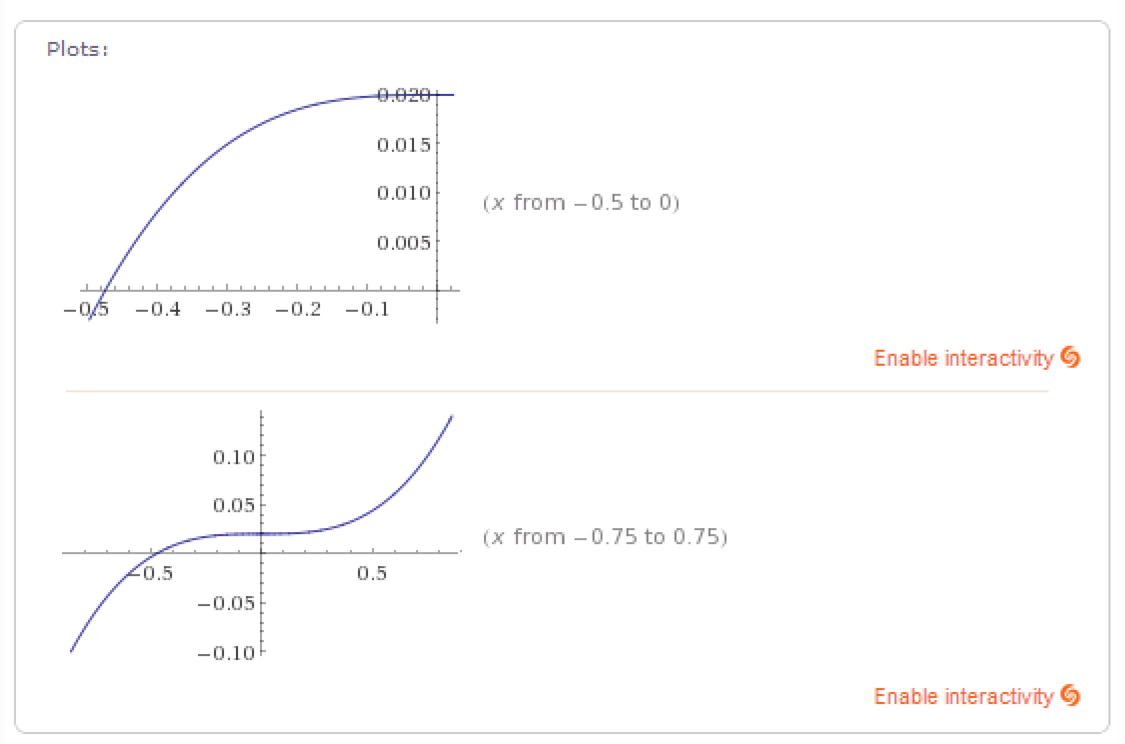
P(2)=1,52€

P(3)=5,10€

P(1,5)=0,65€

P(2,5)=2,96€

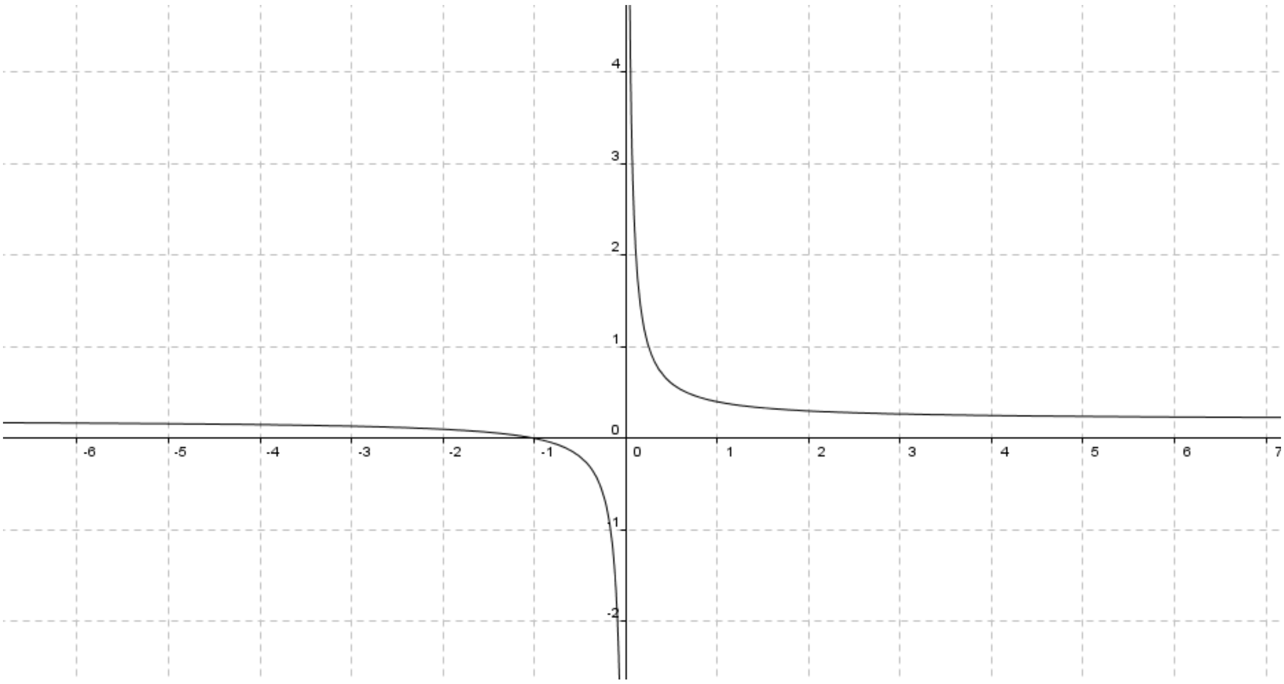
El gràfic de la funció és:



PROBLEMA 5

P(x)=(0.4·x·0.5+2)/x

P(x) = $\frac{x+1}{5x}$



P(100)=0,22

P(200)=0,21

P(25)=0,28

PROBLEMA (SENSE NUMERACIÓ)

x= número d’ampolles de sàndal

y= número d’ampolles de neem

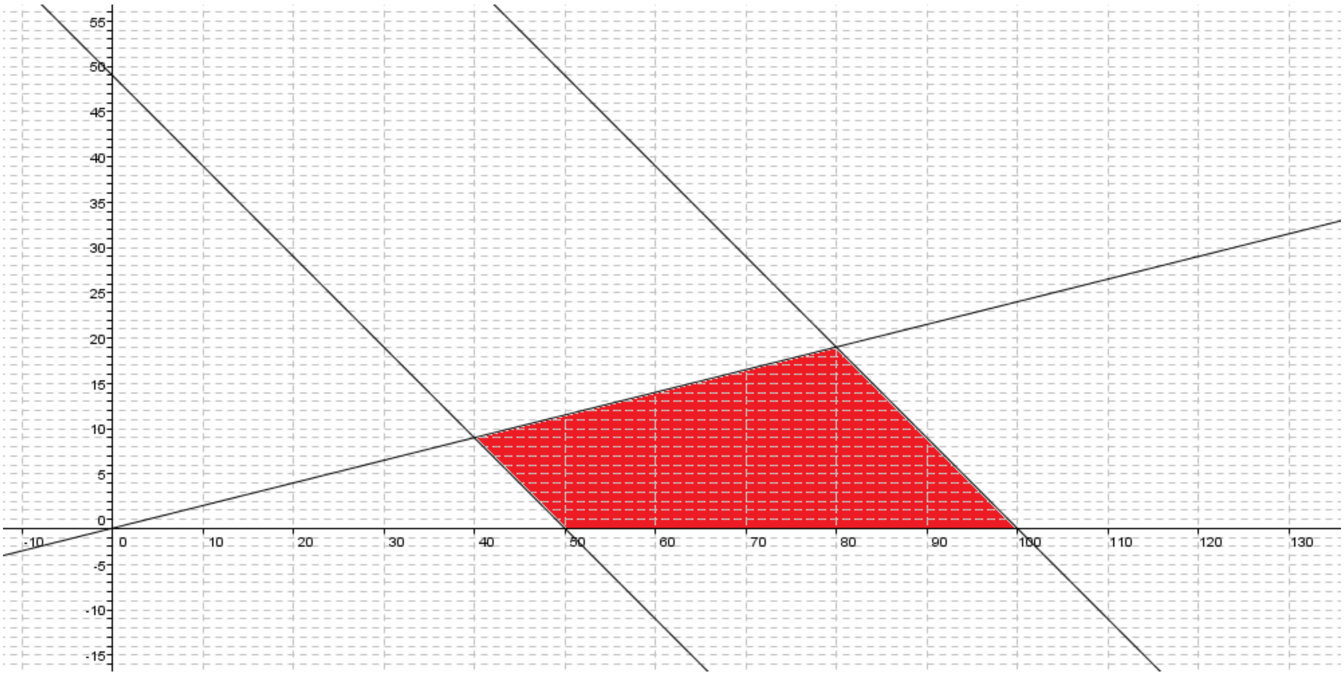
$x+y\leq 100$

$(x/5)+(y/5)\leq 10$

$x\geq 4y$

$x\geq 0$

$y\geq 0$



La funció objectiu $B(x)=10x+20y$

Els punts són:

(40,10)B=600

(80,20)B=1200

(50,0) B=500

(100,0)B=1000

Per tant la solució és 80 de sàndal i 20 de neem.

CARTA ALS MEUS ALUMNES JUNY 2011 (SOLUCIONARI)

PRIMER ENUNCIAT (GAUSS)

Preu sostenidors=x

Preu mitjons=y

Preu calces=z

$4x+2y+4z=9$

$5z+6x+y=8$

$11z+10x+5y=23$

Resolem el sistema per Gauss i obtenim: Sostenidors:2.5€, mitjons=0.5€ i calces=0.5€

SEGON ENUNCIAT (PROGRAMACIÓ LINEAL)

Hores d'estudi mates: x

Hores d'estudi anglès: x

Hores d'estudi història: y

$x\geq 0$

$y\geq 0$

$y\geq 3x$

$x+x+y\leq 5$

Posat d'una altra manera:

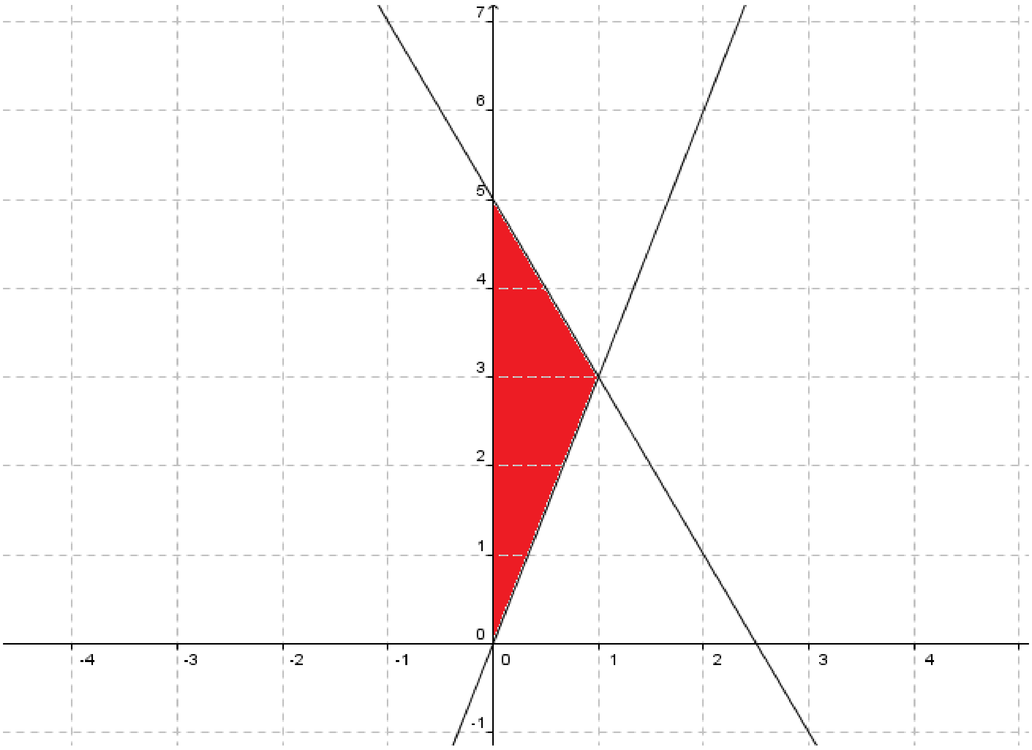
$x\geq 0$

$y\geq 0$

$3x-y\leq 0$

$2x+y\leq 5$

Funció Benefici: $2x+3y=B$

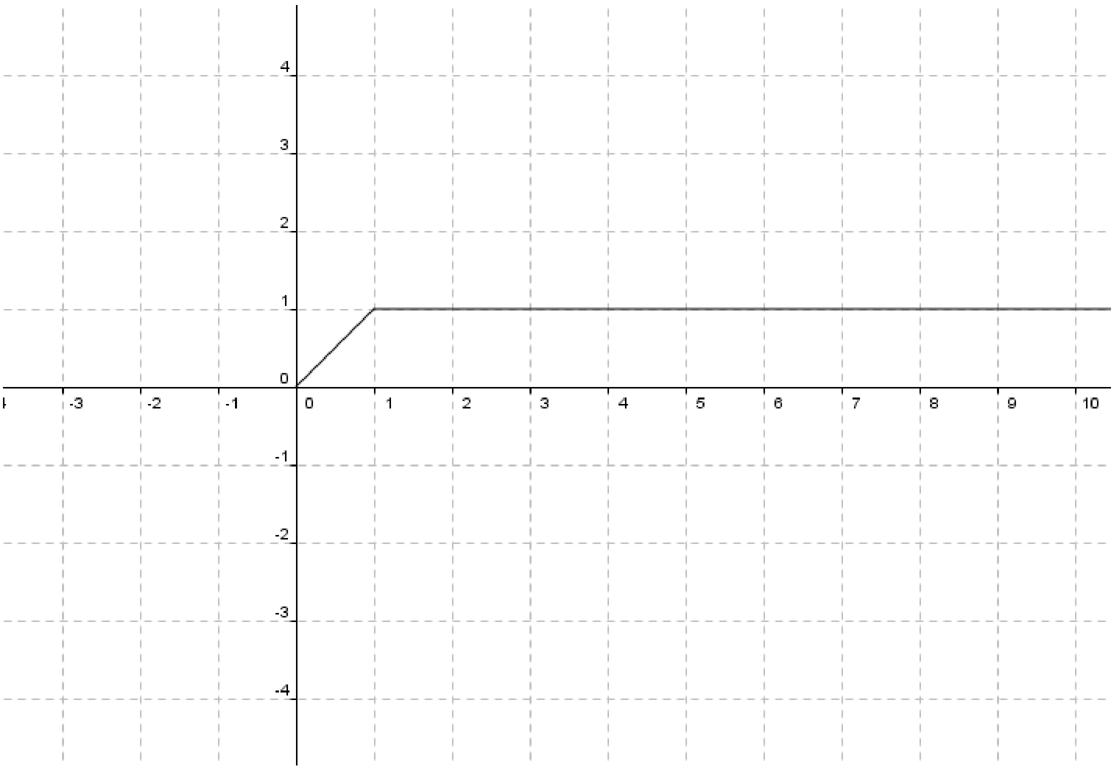


Punts. (0,0) B=0; (1,3) B=11; (0,5) B=15

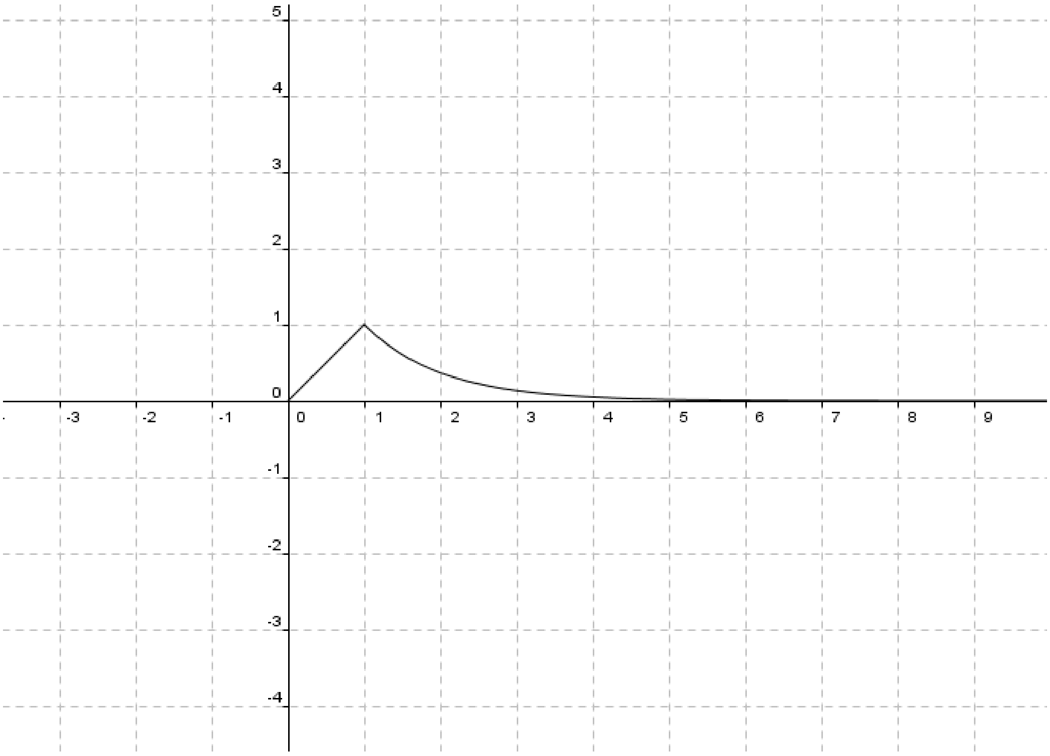
El que farà és estudiar 5 hores d’història i 0 de mates i anglès.

PROBLEMA 3 (ESTUDI DE FUNCIONS)

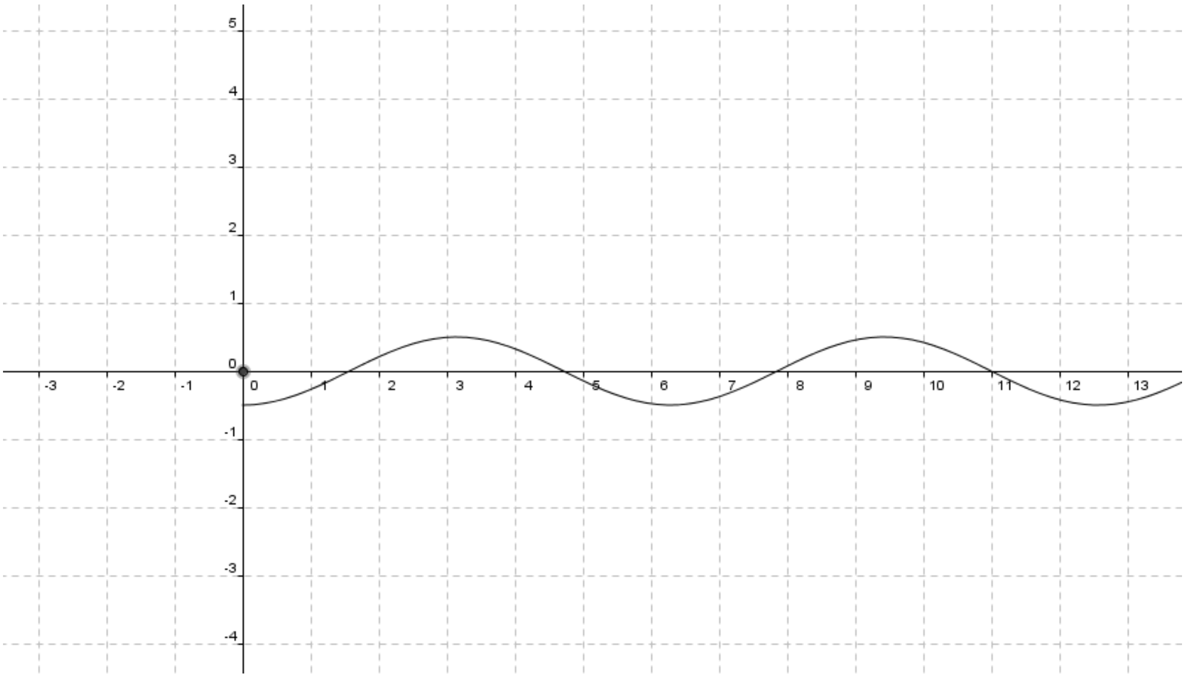
IDEAL:



DESCUIDO



NI FU NI FA



CATASTROFICA