Regles bàsiques del càlcul d'enunciats

Ja hem reiterat que, perquè una deducció sigui correcta, cal que de les seves premisses es dedueixi necessàriament la conclusió, o que a partir de la informació continguda en les premisses en puguem demostrar la informació continguda a la conclusió.
A l'apartat anterior hem observat com era possible determinar la correcció o incorrecció d'un argument deductiu emprant les taules de veritat. Ara bé, no cal dir que aquest és un mecanisme lent i feixuc, i de difícil aplicació quan ens enfrontem amb arguments de més de tres o quatre enunciats.
Examina ara aquests dos arguments deductius:

A) Si Napoleó hagués estat derrotat a Waterloo, aleshores no hauria dominat Europa sencera. I, si això hagués succeït, s'hauria sentit immensament desgraciat. Però el cas és que Napoleó no es va sentir immensament desgraciat. Per tant hem de creure que Napoleó aconseguí de guanyar la batalla de Waterloo i dominar Europa sencera.

B) Quan la borsa no puja, els inversors tendeixen al suïcidi. Sempre que un inversor se suïcida, els mercats bursàtils tanquen. Però si els mercats bursàtils tanquen, el país sencer cau en una profunda depressió econòmica. Hi ha una profunda depressió econòmica. Per tant la borsa deu haver baixat i es deu haver suïcidat algun inversor.

En definir la Lògica hem dit que era "una teoria formal de la deducció". Una Teoria de la deducció ha de donar respostes a preguntes com aquesta: ¿Per què si considerem vertaderes les premisses de l'argument A) ens veiem obligats a considerar vertadera la seva conclusió, mentre que si considerem vertaderes les premisses de B) no ens veiem obligats a acceptar la veritat de la seva conclusió? ¿Què té un argument que no tingui l'altre?
Podem considerar la Lògica com un joc. Un lògic tan important com Lewis Carroll ens parla, en el títol d'una de les seves obres, del "Joc de la Lògica".[1]
Per què un joc? En tots els jocs hi ha unes regles que cal seguir. Qui vulgui jugar "aquell" joc, haurà de seguir "aquelles" regles. Algú pot argumentar que no li agrada una determinada regla i que prefereix substituir-la per una altra. No hi ha cap problema, però aleshores ja no estarem jugant "el mateix" joc.

En un procés tan important com el raonament humà passa quelcom similar: d'un conjunt d'enunciats en podem deduir un altre, però no qualsevol altre. Hi ha unes regles que a A) permeten derivar la conclusió a partir de les premisses, mentre que a B) no ho permeten.
Et presentarem tot seguit una sèrie de regles de deducció: L'argument deductiu que segueixi aquestes regles, serà correcte, i el que no les segueixi, serà incorrecte. Tècnicament se les anomena "Regles de Transformació de Fórmules" (és a dir, regles que permeten generar una fórmula nova a partir d'un determinat conjunt finit de fórmules). Cal avançar, però, que aquest no és un llistat exhaustiu de totes les regles lògiques, tan sols hi ha les Regles bàsiques.

[1] Lewis Carroll, *El juego de la Lógica*. Alianza 1972.

a. Regles del conjuntor

a.1. Introducció del conjuntor (IC)

De la veritat de “p” i de la veritat de “q” en podem deduir que necessàriament “p∧q” també haurà de ser vertader:

Regla IC_1

$$\begin{array}{|l|} \hline A \\ B \\ \hline A\wedge B \\ \hline \end{array}$$

Regla IC_2

$$\begin{array}{|l|} \hline A \\ B \\ \hline B\wedge A \\ \hline \end{array}$$

a.2. Eliminació del conjuntor (EC)

De la veritat de p∧q en podem deduir que necessàriament “p” haurà de ser vertader.
Igualment, de la veritat de p∧q en podem deduir que “q” haurà de ser vertader.

Regla EC_1

$$\begin{array}{|l|} \hline A\wedge B \\ \hline A \\ \hline \end{array}$$

Regla EC_2

$$\begin{array}{|l|} \hline A\wedge B \\ \hline B \\ \hline \end{array}$$

b. Regles del disjuntor

b.1. Introducció del disjuntor (ID)

Exemple: Anomenarem “p” a l'enunciat atòmic “Aquest estiu he vist TV3”. De la seva veritat en podem deduir la veritat de l'enunciat molecular “Aquest estiu he vist TV3 o Canal +” (p∨q).

Regla ID_1

$$\begin{array}{|l|} \hline A \\ \hline A\vee B \\ \hline \end{array}$$

Regla ID_2

$$\begin{array}{|l|} \hline B \\ \hline A\vee B \\ \hline \end{array}$$

b.2. Eliminació del disjuntor (ED)

Anomenarem p∨q a l'enunciat “L'assassí pot haver-se amagat a muntanya o pot haver-se refugiat al poble.” Saps que si ha anat cap a muntanya (suposem “p”) ha hagut d'agafar el camí de la costa (“r”), i que si ha anat cap al poble (suposem “q”) ha hagut de passat pel camí de la costa (“r”). Per tant, pots concloure que “l'assassí ha passat necessàriament pel camí de la costa.” (r).

Regla ED

$$\begin{array}{|l|} \hline A\vee B \\ \lceil A \\ - \\ - \\ \lfloor C \\ \lceil B \\ - \\ - \\ \lfloor C \\ \hline C \\ \hline \end{array}$$

c. Regles del negador

c.1. Introducció del negador (IN)

El mecanisme d'Introducció del Negador, que normalment s'anomena “reducció a l'absurd”, es basa en el principi que si d'un supòsit (A) se'n deriven conseqüències contradictòries (B∧¬B), podem deduir que el supòsit és fals.

Regla IN

$$\begin{array}{|l|} \hline \lceil A \\ - \\ \lfloor B\wedge\neg B \\ \hline \neg A \\ \hline \end{array}$$

c.2. Eliminació del negador (EN)

Exemple: Anomenarem "¬¬p" a l'enunciat doblement negat "No és cert que no hagi dit la veritat". D'aquest enunciat en podem deduir l'enunciat "He dit la veritat" ("p").

Regla EN

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$

d. Regles de l'implicador

d.1. Introducció de l'implicador (II)

Si d'un supòsit (A) se'n deriven, a través d'un nombre finit d'inferències, unes conseqüències (B), aleshores podem deduir que $A \rightarrow B$.

Regla II

$$\frac{\begin{array}{l}\lceil A \\ - \\ \lfloor B\end{array}}{A \rightarrow B}$$

d.2. Eliminació de l'implicador (EI)

Si fos cert que "si les persones són indignament tractades, aleshores hi ha conflictes i guerres" ($p \rightarrow q$), i també és cert que "hi ha persones indignament tractades" (p), aleshores podríem deduir que "hi ha conflictes i guerres" (q).

Regla EI

$$\frac{\begin{array}{l}A \rightarrow B \\ A\end{array}}{B}$$

e. Regles del coimplicador

e.1. Introducció del coimplicador (ICO)

Imagina que són vertaders els dos enunciats que segueixen: "Si plou, em mullo" ($p \rightarrow q$) i "si em mullo, plou" ($q \rightarrow p$). D'aquests dos enunciats podràs deduir que "Em mullo si i només si plou" ($p \leftrightarrow q$).

Regla ICO_1

$$\frac{\begin{array}{l}A \rightarrow B \\ B \rightarrow A\end{array}}{A \leftrightarrow B}$$

Regla ICO_2

$$\frac{\begin{array}{l}A \rightarrow B \\ B \rightarrow A\end{array}}{B \leftrightarrow A}$$

e.2. Eliminació del coimplicador (ECO)

Anomenarem "$p \leftrightarrow q$" a l'enunciat molecular "El Barça guanya la lliga si i només si el Madrid perd amb el Tenerife". D'aquest enunciat en podries deduir que "si el Madrid per amb el Tenerife, aleshores el Barça guanyarà la lliga" ($q \rightarrow p$), i també que "si el Barça guanya la lliga, aleshores el Madrid perd amb el Tenerife" ($p \rightarrow q$).

regla ECO_1

$$\frac{A \leftrightarrow B}{A \rightarrow B}$$

Regla ECO_2

$$\frac{A \leftrightarrow B}{B \rightarrow A}$$

L'estructura d'una deducció formal

Ara, una vegada conegudes les regles, pot començar el joc. Suposa que et demanen que demostris que a partir d'unes premisses (com ara "$\neg p \wedge q$", "$q \wedge r$") es pot deduir una conclusió (com ara "$\neg p \wedge r$").

1. Col·locaràs totes les premisses (també els anomenarem "supòsits inicials") una sota l'altra, numerades i precedides per un guió ("-"), que indicarà que es tracta de supòsits inicials o premisses. Així:
- 1 $\neg p \wedge q$
- 2 $q \wedge r$

2. Tot seguit, i aplicant les regles de transformació de fórmules que has anat aprenent, provaràs d'aconseguir la conclusió. Tots els passos deductius que realitzis hauran d'estar numerats correlativament i justificats. Amb aquest objectiu indicaràs, a la dreta de la fórmula obtinguda, la regla que has aplicat i les línies a les que ha estat aplicada. Així:

- 1 $\neg p \wedge q$
- 2 $q \wedge r$
  3 $\neg p$ EC 1
  4 r EC 2
  5 $\neg p \wedge r$ IC3,4

A la línia 5 hem deduït, aplicant les regles, l'enunciat molecular que se'ns demanava. En conseqüència, hem demostrat que l'enunciat $\neg p \wedge r$ es deriva necessàriament de les premisses.

3. Sempre que convingui, podràs introduir un supòsit provisional. Aquesta és una operació que realitzem sovint en els nostres raonaments no formals: No trobo la meva cartera. Bé, no ens esverem i actuem amb mètode: Tan sols pot haver succeït que me l'hagin pispat o que me l'hagi deixat a casa. Suposem provisionalment que me l'han pispada. Si fos així, la meva bossa mostraria algun senyal d'haver estat oberta i remenada. Però el cas és que no hi ha res que ho faci pensar. Per tant, sembla que puc rebutjar aquesta suposició. Com que només hi ha una altra alternativa, he de concloure que m'he deixat la cartera a casa.
Les línies d'una deducció formal han de ser o bé (1) supòsits iniciats (premisses), o bé (2) supòsits provisionals (que caldrà haver cancel·lat abans d'acabar la deducció), o bé (3) línies que es dedueixen de (1) o de (2) per aplicació de les regles del càlcul. No hi ha una quarta possibilitat.

EXERCICIS

Els exercicis que segueixen han estat pensats per ser realitzats a mesura que es van aprenent les regles, i com a mecanisme per anar adquirint habilitat en els processos d'aplicació d'aquestes regles. En cap cas estalvien l'indispensable esforç de memorització de les regles.

Regles del conjuntor.

1) Demostra: $p\wedge(q\wedge r)$
- 1 $p\wedge r$
-2 $q\wedge p$

2) Demostra $(p\wedge r)\wedge(q\wedge s)$
- 1 $p\wedge q$
- 2 $r\wedge s$

3) Demostra $p\wedge[q\wedge(r\wedge s)\wedge t]\wedge w$
- 1 $(p\wedge q)\wedge r$
- 2 $(s\wedge w)\wedge t$

4) Demostra $p\vee(q\wedge r)$
- 1 $q\wedge t$
- 2 $r\wedge s$

5) Demostra $p\vee(q\wedge r)$
- 1 p

6) Demostra $(p\vee q)\wedge(r\vee s)\wedge(t\vee w)$
- 1 $p\wedge s\wedge t$

Eliminació de l'implicador (modus ponens)

1) Demostra q
- 1 $p\rightarrow r$
- 2 p
- 3 $r\rightarrow q$

2) Demostra g
- 1 $\neg h\rightarrow\neg j$
- 2 $\neg h$
- 3 $\neg j\rightarrow g$

3) Demostra c
- 1 $a\rightarrow(b\wedge d)$
- 2 $(b\wedge d)\rightarrow c$
- 3 a

4) Demostra $m\vee n$
- 1 $\neg j\rightarrow(m\vee n)$
- 2 $(f\vee g)\rightarrow\neg j$
- 3 $f\vee g$

5) Demostra $\neg s$
- 1 t
- 2 $t\rightarrow\neg q$
- 3 $\neg q\rightarrow\neg s$

6) Demostra $r\wedge s$
- 1 $p\wedge q$
- 2 $p\rightarrow r$
- 3 $q\rightarrow s$

7) Demostra $r\wedge t$
- 1 $p\rightarrow(q\wedge s)$
- 2 $(q\rightarrow r)\wedge(s\rightarrow t)$
- 3 p

8) Demostra $\neg t$
- 1 $r\rightarrow\neg t$
- 2 $s\rightarrow r$
- 3 s

Simbolitza aquests enunciats i demostra que la conclusió és la conseqüència lògica de les premisses:

1) Si 2 és major que 1, aleshores 3 és major que 1. Si 3 és major que 1, aleshores 3 és major que 0. 2 és major que 1. Per tant, 3 és major que 0

2)
x+1=2. Si x+1=2, aleshores y+1=2. Si y+1=2, aleshores x=y. Per tant, x=y

3)
Si x+0=y, aleshores x=y. x+0=y. Si x=y, aleshores x+2=y+2. Per tant, x+2=y+2.

Als exercicis que segueixen, dedueix una conclusió usant el modus ponens. Si no és possible, indica-ho.

1) -1 $p\wedge q\rightarrow r$
   -2 r

2) -1 $q\rightarrow(r\vee s)$
   -2 q

3) -1 $\neg\neg r$
   -2 $q\rightarrow\neg\neg r$

4) -1 s
   -2 $s\rightarrow\neg p$

5) -1 $s \to (t \wedge u)$
-2 $t \wedge u$

6) -1 $\neg\neg p \to q$
-2 $\neg\neg p$

Eliminació del disjuntor

1) Demostra s
- 1 $p \vee q$
- 2 $p \to s$
- 3 $q \to s$

2) Demostra m
- 1 $(p \to s) \wedge (t \to m)$
- 2 $(p \vee t) \wedge (s \to m)$

3) Demostra $q \wedge t$
- 1 $(p \vee m) \wedge (r \to q)$
- 2 $p \to (r \wedge s)$
- 3 $(s \to t) \wedge [m \to (q \wedge t)]$

Eliminació del negador

1) Demostra q
- 1 $p \to \neg\neg q$
- 2 p

2) Demostra $r \vee s$
- 1 $(p \to \neg\neg t) \wedge (q \to \neg\neg r)$
- 2 $(t \to \neg\neg r) \wedge (\neg\neg p \vee \neg\neg q)$

3) Demostra $(p \vee t) \wedge m$
- 1 $(\neg\neg q \wedge s) \wedge (r \to m)$
- 2 $(q \to \neg\neg p) \wedge \neg\neg r$

Introducció de l'implicador

1) Demostra $p \to q$
- 1 $p \to m$
- 2 $m \to s$
- 3 $s \to q$

2) Demostra $q \to (r \vee s)$
- 1 $p \to r$
- 2 $q \to (p \vee t)$
- 3 $t \to s$

3) Demostra $m \to (t \to s)$
- 1 $m \to t \vee q$
- 2 $t \to r$
- 3 $r \to s$

Introducció del negador

1) Demostra $\neg p$
- 1 $q \to s$
- 2 $(p \to t) \wedge (p \to q)$
- 3 $t \to \neg s$

2) Demostra p
- 1 $(r \to m) \wedge (s \to t)$
- 2 $\neg p \to (r \wedge s)$
- 3 $m \to \neg t$

3) Demostra m
- 1 $\neg m \to (p \vee q)$
- 2 $\neg t \wedge (p \to r)$
- 3 $(r \to t) \wedge (q \to s)$
- 4 $s \to t$

Regles del coimplicador

1) Demostra $p \leftrightarrow q$
- 1 $(p \to r) \wedge (m \to q)$
- 2 $(r \to m) \wedge (q \to p)$

2) Demostra m
- 1 $p \leftrightarrow r$
- 2 $p \wedge (r \to m)$

3) Demostra $m \wedge n$
- 1 $p \wedge s \wedge (s \to n)$
- 2 $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \to m)$

Regles derivades del càlcul d'enunciats

Usant les Regles Bàsiques s'ha de poder resoldre qualsevol problema de deducció en l'àmbit del càlcul d'enunciats. Ara bé, en un joc no hi ha tan sols "regles" sinó que també hi trobem "tàctiques" que permeten millorar els resultats, estalviar temps, rendibilitzar l'esforç, etcètera. El joc de la Lògica no n'és una excepció. Fixat:
Si hagués plogut, la roba estaria mullada, però el cas és que està ben eixuta. És clar, doncs, que no ha plogut.

Esquema:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

Deducció:

- 1 $p \rightarrow q$	
- 2 $\neg q$	
3 p	
4 q	MP1,3
5 $q \wedge \neg q$	IC2,4
6 $\neg p$	IN3-5

El sentit comú i la "lògica" ens aconsellen estalviar esforços: del que hem deduït se'n desprèn que si en una deducció tenim afirmada una implicació i negat el seu conseqüent, podem negar l'antecedent. Però enlloc de fer la deducció "completa", usant tan sols les Regles Bàsiques del Càlcul, introduïm una "regla derivada" que anomenarem Modus Tollens (MT) i que tindrà aquest esquema:

$$\boxed{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ \neg B \\ \hline\hline \neg A \end{array}}$$

Si ara haguéssim de fer el càlcul deductiu de l'argument anterior, ho faríem així:

- 1 $p \rightarrow q$	
- 2 $\neg q$	
3 $\neg p$	MT1,2

Et presentem tot seguit algunes de les Regles Derivades (Derivades perquè es dedueixen de les Bàsiques), i un seguit d'exercicis per tal que t'hi entrenis. El llistat segueix en bona part els criteris de Manuel Garrido. [1] a la seva "Lógica Simbólica" ().

Regles derivades de la implicació

Llei de Sil·logisme hipotètic (Sil)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \\ \hline A \rightarrow C \end{array}}$$

Llei de Mutació de Premisses (Mut)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \rightarrow (B \rightarrow C) \\ \hline B \rightarrow (A \rightarrow C) \end{array}}$$

Llei d'identitat (Id)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \\ \hline\hline A \end{array}}$$

Llei de càrrega de premissa (CPr)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \\ \hline B \rightarrow A \end{array}}$$

Regles derivades de la conjunció i la disjunció

Propietat commutativa de la Conjunció (CC)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \wedge B \\ \hline\hline B \wedge A \end{array}}$$

Propietat commutativa de la Disjunció (CD)

$$\boxed{\begin{array}{l} A \vee B \\ \hline\hline B \vee A \end{array}}$$

[1] Manuel Garrido, *"Lógica simbólical"*. 1974

Propietat associativa de la conjunció (AC)

$$\frac{(A\land B)\land C}{A\land(B\land C)}$$

Propietat associativa de la disjunció (AD)

$$\frac{(A\lor B)\lor C}{A\lor(B\lor C)}$$

Propietat distributiva de la Conjunció (DC)

$$\frac{A\land(B\lor C)}{(A\land B)\lor(A\land C)}$$

Propietat distributiva de la Disjunció (DD)

$$\frac{A\lor(B\land C)}{(A\lor B)\land(A\lor C)}$$

Propietat d'idempotència de la Conjunció (IdC)

$$\frac{A\land A}{A}$$

Propietat d'idempotència de la Disjunció (IdD)

$$\frac{A\lor A}{A}$$

Llei d'absorció de la Conjunció (AbsC)

$$\frac{A\land(A\lor B)}{A}$$

Llei d'absorció de la Disjunció (AbsD)

$$\frac{A\lor(A\land B)}{A}$$

Regles derivades de negació

Regla de contraposició (Cp)

$$\frac{A\rightarrow B}{\neg B\rightarrow\neg A}$$

Regla de "Modus Tollens" (MT)

$$\frac{\begin{array}{l}A\rightarrow B\\ \neg B\end{array}}{\neg A}$$

Regla d'Introducció del Doble Negador (IDN)

$$\frac{A}{\neg\neg A}$$

Regla "Ex contradictione quodlibet" (ECQ)

$$\frac{A\land\neg A}{B}$$

Principi de no contradicció (PNC): $\neg(A\land\neg A)$

Principi de terç exclòs (PTE): $A\lor\neg A$

Regles addicionals de Conjunció i Disjunció

Llei d'Importació (Imp)

$$\frac{A\rightarrow(B\rightarrow C)}{(A\land B)\rightarrow C}$$

Llei d'Exportació (Exp)

$$\begin{array}{l}(A\land B)\rightarrow C\\ A\rightarrow(B\rightarrow C)\end{array}$$

Sil·logisme disjuntiu 1

$$\frac{\begin{array}{l}A\lor B\\ \neg B\end{array}}{A}$$

Sil·logisme disjuntiu 2

$$\frac{\begin{array}{l}A\lor B\\ \neg A\end{array}}{B}$$

Dilema 1

$$\frac{\begin{array}{l}A\lor B\\ A\rightarrow C\\ B\rightarrow C\end{array}}{C}$$

Dilema 2

$$\begin{array}{l} \neg A \lor \neg B \\ C \to A \\ C \to B \\ \hline \neg C \end{array}$$

Dilema 3

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ A \to C \\ B \to D \\ \hline C \lor D \end{array}$$

Dilema 4

$$\begin{array}{l} \neg A \lor \neg B \\ C \to A \\ D \to B \\ \hline \neg C \lor \neg D \end{array}$$

Lleis d'interdefinició

Definició de l'implicador 1 (DFI_1)

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \hline \neg(A \land \neg B) \end{array}$$

Definició de l'implicador 2 (DFI_2)

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \hline \neg A \lor B \end{array}$$

Definició del Conjuntor 1 (DFC_1)

$$\begin{array}{l} A \land B \\ \hline \neg(A \to \neg B) \end{array}$$

Definició del Conjuntor 2 (DFC_2)

$$\begin{array}{l} A \land B \\ \hline \neg(\neg A \lor \neg B) \end{array}$$

Definició del Disjuntor 1 (DFD_1)

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ \hline \neg A \to B) \end{array}$$

Definició del Disjuntor 2 (DFD_2)

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ \hline \neg(\neg A \land \neg B) \end{array}$$

Lleis de De Morgan

(DM1)

$$\begin{array}{l} \neg(A \land B) \\ \hline \neg A \lor \neg B \end{array}$$

(DM2)

$$\begin{array}{l} \neg(A \lor B) \\ \hline \neg A \land \neg B \end{array}$$

EXERCICIS

Indica quines d'aquestes afirmacions són certes i quines no:

1) De $\neg\neg r$ es pot deduir r.
2) De s es pot deduir $\neg s$.
3) De $p \to q$ i p es pot deduir q.
4) De q es pot deduir $\neg\neg q$.
5) De $r \to s$ i s es pot deduir r.

6) demostra $\neg\neg t$
-1 $s \to t$
-2 s

7) demostra b
-1 $\neg a$
-2 $\neg a \to \neg\neg b$

8) demostra $p \lor q$
-1 $r \to \neg\neg(p \lor q)$
-2 r

9) demostra $\neg\neg n$
-1 $m \to \neg p$
-2 $\neg p \to n$
-3 m

Quina conclusió pots treure d'aquests conjunts de premisses usant la regla modus tollendo tollens?

1) Si la llum fos simplement un moviment ondulatori continu, aleshores la llum més brillant provocaria sempre una emissió d'electrons més enèrgica que la provocada per llum més tènue. La llum més brillant no sempre emet electrons amb major energia que la llum més tènue.

2) Si un angle d'un triangle és major de 90 graus, aleshores la suma dels altres dos angles és menor de 90 graus. La suma dels altres dos angles no és menor de 90 graus.

3) Si l'arrendament és vigent, aleshores el propietari és responsable de les reparacions.

El propietari no és responsable de les reparacions.

4) Si ahir vespre va ploure, aleshores les pistes s'han netejat. Les pistes no s'han netejat.

5) En Josep no és el meu germà. Si la Sussanna és germana meva, aleshores en Josep és el meu germà.

Dedueix una conclusió emprant MT:

1)
-1 $q \rightarrow r$
-2 $\neg r$

2)
-1 $\neg p \rightarrow q$
-2 $\neg q$

3)
-1 $r \rightarrow s$
-2 $\neg s$

4)
-1 $q \rightarrow \neg r$
-2 $\neg\neg r$

5)
-1 $p \rightarrow (q \wedge r)$
-2 $\neg(q \wedge r)$

6)
-1 $(p \vee q) \rightarrow r$
-2 $\neg r$

7) demostra c
-1 $\neg b$
-2 $a \rightarrow b$
-3 $\neg a \rightarrow c$

8) demostra f
-1 $g \rightarrow h$
-2 $\neg g \rightarrow \neg\neg f$
-3 $\neg h$

9) demostra $\neg s$
-1 $\neg r \wedge t$
-2 $s \rightarrow r$

10) demostra $a \wedge b$
-1 $c \rightarrow a$
-2 c
-3 $c \rightarrow b$

11) demostra $\neg\neg q$
-1 $p \wedge q$

12) demostra $b \wedge d$
-1 $b \wedge c$
-2 $b \rightarrow d$

13) demostra $\neg s \wedge q$
-1 $\neg s \rightarrow q$
-2 $\neg(t \wedge r)$
-3 $s \rightarrow (t \wedge r)$

14) demostra $a \wedge c$
-1 $a \wedge \neg b$
-2 $\neg c \rightarrow b$

Quines conclusions es poden treure, usant el Sil·logisme disjuntiu, d'aquests conjunts de premisses?

1) Aquest home és o advocat o polític. No és advocat.
2) El port de Nova Orleans és al golf de Mexic o a l'oceà Pacífic. No és a l'oceà Pacífic.
3) L'energia interna de l'àtom o pot canviar amb continuïtat o a salts. L'energia interna de l'àtom no pot canviar amb continuïtat.
4) En Joan ha acabat el llibre o no l'ha anat a tornar avui a la biblioteca. En Joan no ha acabat el llibre.
5) O fa fred i plou, o el festival se celebrarà a l'aire lliure. Ni fa fred ni plou.

Dedueix la conclusió usant el Sil·logisme disjuntiu:

1)
-1 $\neg q \vee r$
-2 $\neg r$

4)
-1 $p \vee q$
-2 $\neg q$

5) demostra p
-1 $p \vee q$
-2 $\neg t$
-3 $q \rightarrow t$

6) demostra b
-1 $\neg a \vee b$
-2 $\neg a \rightarrow e$
-3 $\neg e$

7) demostra m

-1 $s \wedge p$

-2 $m \vee \neg n$

-3 $s \rightarrow n$

8) demostra $a \wedge b$

-1 b

-2 $b \rightarrow \neg d$

-3 $a \vee d$

9) demostra h

-1 $\neg s$

-2 $s \vee (h \vee g)$

-3 $\neg g$

10) demostra p

-1 $t \rightarrow (p \vee q)$

-2 $\neg\neg t$

-3 $\neg q$

11) demostra r

-1 $\neg q \vee s$

-2 $\neg s$

-3 $\neg (r \wedge s) \rightarrow q$