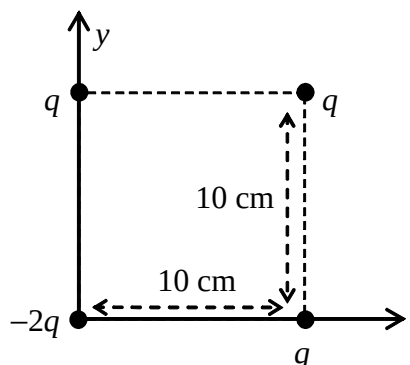


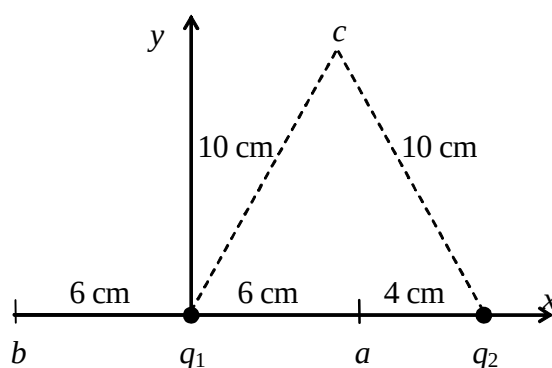
Electrostàtica

1. a) Quina força fa una càrrega de 5 nC que està en el punt (3 m, 6 m) sobre una segona càrrega de 6 nC situada en el punt (6 m, 2 m)?
 b) Quina força fa la càrrega de 6 nC sobre la de 5 nC?

2. En els vèrtexs d'un quadrat de 10 cm de costat hi ha tres càrregues elèctriques puntuals. Les càrregues situades en els vèrtexs oposats són positives i tenen el mateix valor absolut $q = 5 \mu\text{C}$. L'altra és negativa i de valor absolut $2q$. Si en el vèrtex restant hi col·loquem una nova càrrega puntual $+q$, a quina força estarà sotmesa?



3. Dues càrregues puntuals q_1 i q_2 de 12 nC estan separades 10 cm. Calculeu els camps elèctrics deguts a aquestes càrregues en els punts a , b i c de la figura.

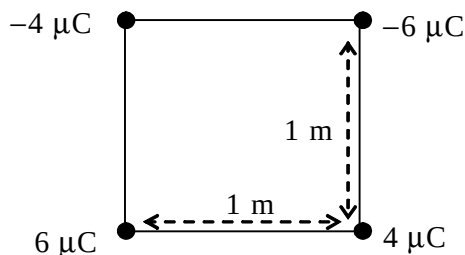


4. Considereu tres càrregues $q_1 = 10 \text{ nC}$, $q_2 = -15 \text{ nC}$ i $q_3 = 5 \text{ nC}$, que estan en el pla xy en els punts (0 m, 0 m), (5 m, 0 m) i (0 m, 5 m) respectivament.
 a) Calculeu la força neta que actua sobre cada una.
 b) Calculeu el camp elèctric creat per les tres en el punt $P(5 \text{ m}, 5 \text{ m})$.
 c) Quina força actua sobre una càrrega $q_4 = -2 \text{ nC}$ situada en el punt P ?

5. Determineu el camp elèctric que es necessita per equilibrar el pes de
 a) un electró,
 b) un protó,
 c) una gota d'oli que té una massa de 0.2 ng i una càrrega de $+10e$.
 Dades: $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

6. Dues càrregues $q_1 = -3 \mu\text{C}$ i $q_2 = 2 \mu\text{C}$ estan situades als punts (0, 2 m) i (0, -2 m), respectivament. Trobeu el camp elèctric i el potencial al punt (0,0). Quina és l'energia potencial electrostàtica d'una càrrega de $5 \mu\text{C}$ a l'origen de coordenades?

7. En els vèrtexs consecutius d'un quadrat de 1 m de costat s'hi col·loquen càrregues puntuals de 6, 4, -6 i -4 μC respectivament, com s'indica a la figura. Determineu el camp i el potencial elèctrics en el centre.



8. Dues càrregues elèctriques puntuals de +2 μC i -5 μC estan col·locades a una distància de 10 cm. Calculeu el camp i el potencial en els següents punts:

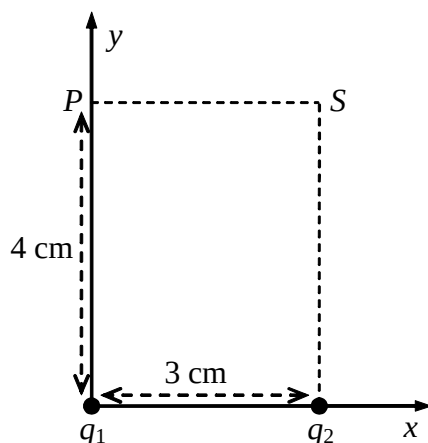
- A 20 cm de la càrrega positiva, considerats en la direcció de la recta que uneix les càrregues i en el sentit de la negativa a la positiva.
- A 20 cm de la càrrega negativa, comptats en la mateixa direcció, però de la positiva a la negativa.
- En quin punt d'aquesta recta el potencial és zero?

9. Les càrregues $q_1 = 10 \text{ nC}$ i $q_2 = -15 \text{ nC}$ estan en els punts (0 m, 0 m) i (5 m, 0 m) respectivament.

- Quina és l'energia potencial electrostàtica de la càrrega $q_3 = 5 \text{ nC}$ quan està situada en el punt A(0 m, 5 m)? I quan està en el punt B(2.5 m, 0 m)?
- Quin treball fa el camp elèctric de q_1 i q_2 quan q_3 es desplaça de A a B?

10. Una càrrega puntual positiva $q_1 = 4 \text{ pC}$ està situada a l'origen de coordenades. 3 cm a la seva dreta, a l'eix de les x, hi ha una càrrega puntual negativa $q_2 = -5 \text{ pC}$. Determineu:

- El camp elèctric en el punt P, situat a 4 cm de q_1 sobre l'eix de les y, tal com s'indica a la figura.
- El flux del camp elèctric a través d'una superfície esfèrica, de radi $R = 3.5 \text{ cm}$, centrada a l'origen de coordenades.
- Els punts de l'eix de les x en els quals el potencial elèctric creat per q_1 i q_2 és nul.
- El treball que fa el camp elèctric quan una càrrega $q = 2 \text{ pC}$ es mou des del punt P al punt S indicats a la figura.
- L'energia potencial de la càrrega q en el punt P.

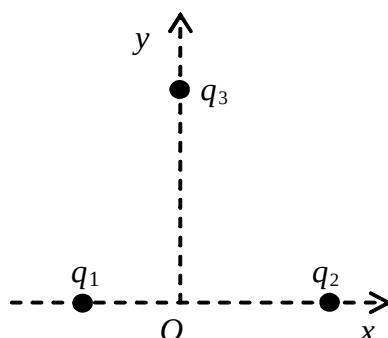


11. Dues càrregues puntuals, positives i d'igual valor q , estan sobre l'eix de les x en els punts $(a, 0, 0)$ i $(-a, 0, 0)$.

a) Demostreu que el mòdul del camp elèctric en un punt de l'eix de les y que està a una distància R de l'origen de coordenades és $E = 2k_C q R (a^2 + R^2)^{-3/2}$ on k_C és la constant de Coulomb.

b) El mòdul del camp elèctric és el mateix a tots els punts del pla yz que formen una circumferència centrada a l'origen de coordenades. Quin és el radi de la circumferència per a la qual el mòdul del camp elèctric és màxim?

12. Tres càrregues puntuals $q_1 = 4 \text{ nC}$, $q_2 = -6 \text{ nC}$ i $q_3 = 2 \text{ nC}$ estan situades als punts de coordenades $(-1 \text{ m}, 0)$, $(2 \text{ m}, 0)$ i $(0, 3 \text{ m})$, com indica la figura. Trobeu el camp elèctric i el potencial a l'origen de coordenades O .



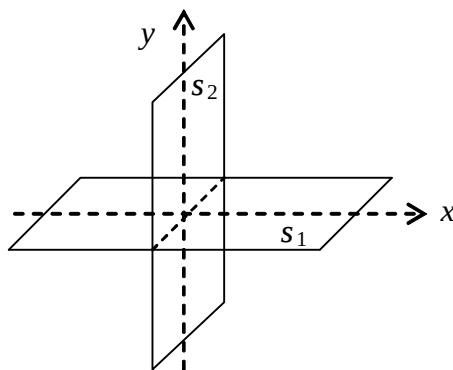
13. Dues làmines paral·leles infinites i separades una distància d , estan carregades uniformement amb una densitat superficial s i $-s$ respectivament. Calculeu el camp elèctric en qualsevol punt de l'espai.

14. Dues làmines infinites uniformement carregades amb densitats superficials $\sigma_1 = 2 \text{ nC/m}^2$ i $\sigma_2 = -2 \text{ nC/m}^2$ es col·loquen perpendicularment tal i com s'indica a la figura, de manera que la primera làmina és perpendicular a l'eix y i inclou l'eix x i la segona làmina és perpendicular a l'eix x i inclou l'eix y . Determineu:

a) El vector camp elèctric en cada quadrant que queda dividit l'espai.

b) El flux del camp elèctric a través d'una superfície esfèrica de radi 1 m centrada als punts $A(5 \text{ m}, 0)$ i $B(0, 0)$.

c) La diferència de potencial $V_C - V_D$ entre els punts $C(2 \text{ m}, 5 \text{ m})$ i $D(5 \text{ m}, 5 \text{ m})$.



15. Considereu una superfície plana molt gran, situada sobre el pla xy , que està carregada uniformement amb $s = 0.3 \text{ pC/cm}^2$. Considereu també una càrrega puntual $q = 100 \text{ pC}$ que està sobre l'eix de les z a 20 cm de la superfície.

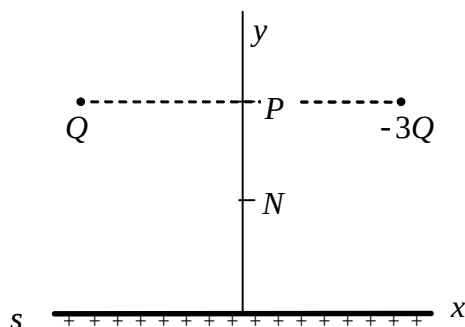
- Quina força actua sobre q ?
- Quin és el flux del camp elèctric a través d'una superfície esfèrica de 10 cm de radi centrada a l'origen de coordenades?
- Quina força actuaria sobre una càrrega puntual $Q = -200 \text{ pC}$ si la situéssim en el punt $(0 \text{ m}, 5 \text{ cm}, 20 \text{ cm})$?
- En la situació de l'apartat anterior, quin seria el flux del camp elèctric a través d'una superfície esfèrica de 10 cm de radi centrada en la càrrega Q ?

16. Sigui un pla infinit, carregat uniformement amb una distribució superficial de càrrega $s = 10 \text{ nC/m}^2$.

- Quina és la diferència de potencial elèctric $V_b - V_a$ entre un punt situat a una distància $h_a = 10 \text{ cm}$ del pla i un altre situat a $h_b = 5 \text{ cm}$?
- Quin és el valor absolut del flux del camp elèctric a través d'una superfície plana de forma circular, amb un radi $r = 5 \text{ cm}$, paral·lela al pla i situada a 15 cm d'aquest?
- Si a 20 cm del pla hi ha una càrrega puntual negativa $Q = -1 \text{ nC}$, quin és el flux del camp elèctric a través d'una superfície esfèrica, de radi $R = 10 \text{ cm}$, amb el seu centre situat sobre el pla?
- En la situació de l'apartat anterior, en quin punt de l'espai serà nul·la la força total que actua sobre una càrrega puntual $q = 1 \text{ pC}$?

17. El sistema de càrregues de la figura consisteix en un pla infinit amb una densitat superficial positiva de càrrega $s = 1 \text{ nC/m}^2$, perpendicular a l'eix de les y i que passa per $y = 0$, i en dues càrregues puntuals Q i $-3Q$ on $Q = 0.4 \text{ nC}$ situades als punts $(-7.5 \text{ cm}, 10 \text{ cm})$ i $(7.5 \text{ cm}, 10 \text{ cm})$ respectivament. Determineu:

- El camp elèctric total al punt P de coordenades $(0, 10 \text{ cm})$.
- Les coordenades del punt de la recta que passa per les dues càrregues puntuals on el camp elèctric total només té component segons y .
- La diferència de potencial $V_P - V_N$ si N té per coordenades $(0, 5 \text{ cm})$.



18. Tenim tres plans infinits, paral·lels al pla yz que tallen l'eix x en els punts $x_1 = -a$, $x_2 = 0$ i $x_3 = a$. Cada pla està carregat amb una densitat superficial s .

- Trobeu el camp elèctric a tots els punts de l'espai.
- Si $P(a/2, 0, 0)$, $N(3a/2, 0, 0)$ i $Q(-a/2, 0, 0)$, trobeu $V_P - V_N$ i $V_Q - V_P$.

19. Considereu un condensador de plaques paral·leles, format per dues làmines conductores quadrades de 10 cm de costat i separades 1 mm, que està connectat a una bateria de 12 V. Calculeu la seva càrrega i el camp elèctric entre les plaques quan

- a) l'espai entre les plaques és ple d'aire ($\epsilon_r \approx 1$),
- b) l'espai entre les plaques és ple de paper ($\epsilon_r = 3.6$).

20. Un condensador de plaques paral·leles separades per aire es connecta a una bateria i adquireix una càrrega de 150 μC . Mentre es manté la connexió s'introdueix un dielèctric que omple la regió entre plaques i que produeix una càrrega addicional de 200 μC . Calculeu la seva constant dielèctrica.

21. Un condensador de plaques paral·leles separades per aire es connecta a una bateria de 15 V i adquireix una càrrega de 150 μC . Si desconnectem el condensador de la bateria i introduïm un material dielèctric que omple la regió entre plaques, la càrrega del condensador no canvia i la diferència de potencial entre les plaques disminueix a 10 V. Calculeu la constant dielèctrica del material.

22. Carreguem un condensador de plaques paral·leles, de capacitat C_0 , tot connectant-lo a una bateria de fem $\mathcal{E}$. Una vegada carregat i sense desconnectar-lo de la bateria dupliquem la separació entre les plaques. Quins canvis es produiran a les següents magnituds? (Raoneu la resposta).

- a) La capacitat.
- b) La càrrega de les plaques.
- c) El camp entre les armadures.
- d) L'energia del condensador.
- e) La densitat d'energia entre les plaques.
- f) Com haurien canviat les magnituds anteriors si abans de duplicar la separació entre les plaques haguéssim desconnectat el condensador de la bateria?

23. Alguns teclats d'ordinador fan servir un interruptor de capacitat. Una placa metàl·lica muntada sobre un èmbol connectat a la tecla actua com a placa superior del condensador. Quan premem la tecla cap avall la separació entre plaques disminueix i la capacitat augmenta. Aleshores, com que la ddp entre plaques es manté constant, la càrrega del condensador augmenta, la qual cosa produeix un senyal elèctric que activa el circuit electrònic per introduir la informació a l'ordinador.

Si la separació entre plaques abans de prémer la tecla és de 5 mm, i la separació quan la premem és de 0.3 mm, en quin factor augmentarà la càrrega?

24. Quina és la densitat d'energia elèctrica a 1 m d'una càrrega puntual de 1 nC submergida a l'aigua? I a l'espai lliure?
(ϵ_r de l'aigua = 80)

Solucions dels problemes d'electrostàtica

1. a) $(6.48 \times 10^{-9} \text{ N}) \mathbf{i} - (8.64 \times 10^{-9} \text{ N}) \mathbf{j}$; b) $-(6.48 \times 10^{-9} \text{ N}) \mathbf{i} + (8.64 \times 10^{-9} \text{ N}) \mathbf{j}$
2. $(6.6 \text{ N}) \mathbf{i} + (6.6 \text{ N}) \mathbf{j}$
3. a) $-(37500 \text{ N/C}) \mathbf{i}$; b) $-34219 \text{ N/C } \mathbf{i}$; c) $18706 \text{ N/C } \mathbf{j}$
4. a) $\mathbf{F}_1 = (54 \text{ nN}) \mathbf{i} - (18 \text{ nN}) \mathbf{j}$, $\mathbf{F}_2 = -(63.55 \text{ nN}) \mathbf{i} + (9.55 \text{ nN}) \mathbf{j}$,
 $\mathbf{F}_3 = (9.55 \text{ nN}) \mathbf{i} + (8.45 \text{ nN}) \mathbf{j}$;
b) $\mathbf{E}_P = (3.07 \text{ N/C}) \mathbf{i} - (4.13 \text{ N/C}) \mathbf{j}$; c) $\mathbf{F}_4 = -(6.14 \text{ nN}) \mathbf{i} + (8.26 \text{ nN}) \mathbf{j}$
5. a) $-(5.57 \times 10^{-11} \text{ N/C}) \mathbf{j}$; b) $(1.02 \times 10^{-7} \text{ N/C}) \mathbf{j}$; c) $(1.22 \times 10^6 \text{ N/C}) \mathbf{j}$
6. $\mathbf{E}_O = (11250 \text{ N/C}) \mathbf{j}$, $V_O = -4500 \text{ V}$, $U = -22.5 \text{ mJ}$.
7. a) $(50912 \text{ N/C}) \mathbf{i} + (254558 \text{ N/C}) \mathbf{j}$; b) 0 V
8. a) $(50000 \text{ N/C}) \mathbf{i}$, -60000 V ; b) $-(925000 \text{ N/C}) \mathbf{i}$, -165000 V ;
c) A 6.7 cm de la càrrega positiva en el sentit de la negativa a la positiva, i a 2.8 cm de la positiva però en sentit oposat.
9. a) $U_A = -5.5 \text{ nJ}$ i $U_B = -90 \text{ nJ}$; b) 84.5 nJ
10. a) $(10.8 \text{ N/C}) \mathbf{i} + (8.1 \text{ N/C}) \mathbf{j}$; b) $-0.113 \text{ Nm}^2/\text{C}$; c) 1.33 cm i -12 cm ;
d) $0.81 \times 10^{-12} \text{ J}$; e) 0 J
11. b) $R = a/2^{1/2}$
12. $\mathbf{E}_O = (49.5 \mathbf{i} - 2 \mathbf{j}) \text{ N/C}$, $V_O = 15 \text{ V}$
13. Entre plaques, s/e_0 normal a les plaques i dirigit cap a la negativa. A la resta és nul.
14. a) $\mathbf{E} = 113(\mathbf{j} - \mathbf{i}) \text{ N/C}$ per a $x > 0$ i $y > 0$, $\mathbf{E} = 113(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \text{ N/C}$ per a $x < 0$ i $y > 0$,
 $\mathbf{E} = 113(\mathbf{i} - \mathbf{j}) \text{ N/C}$ per a $x < 0$ i $y < 0$, $\mathbf{E} = -113(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \text{ N/C}$, per a $x > 0$ i $y < 0$;
b) $f_A = 710 \text{ Nm}^2/\text{C}$, $f_B = 0$; c) $V_C - V_D = -339 \text{ V}$
15. a) $(16.95 \text{ nN}) \mathbf{k}$; b) $10.6 \text{ Nm}^2/\text{C}$; c) $-(72 \text{ nN}) \mathbf{j} - (34 \text{ nN}) \mathbf{k}$; d) $-11.3 \text{ Nm}^2/\text{C}$
16. a) 28.25 V ; b) 4.44 Vm ; c) 35.5 Vm ;
d) A 32.6 cm del pla, en el punt de la recta normal al pla que passa per Q.
17. a) $(2560 \text{ N/C}) \mathbf{i} + (56.55 \text{ N/C}) \mathbf{j}$; b) $(-0.28 \text{ m}, 0.1 \text{ m})$; c) -18.95 V
18. a) $\mathbf{E} = -3s/(2e_0)\mathbf{i}$ per a $x < -a$, $\mathbf{E} = -s/(2e_0)\mathbf{i}$ per a $-a < x < 0$,
 $\mathbf{E} = s/(2e_0)\mathbf{i}$ per a $0 < x < a$, $\mathbf{E} = 3s/(2e_0)\mathbf{i}$ per a $x > a$
b) $V_P - V_N = (s/e_0)a$, $V_Q - V_P = 0$
19. a) 1.06 nC i 12 kV/m ; b) 3.82 nC i 12 kV/m
20. $7/3$
21. 1.5
22. a) $C_0/2$; b) $Q_0/2$; c) $E_0/2$; d) $U_0/2$; e) $h_0/4$;
f) $C = C_0/2$, $Q = Q_0$, $E = E_0$, $U = 2U_0$ $h = h_0$
23. 16.67
24. 4.5 pJ/m^3 a l'aigua i 358 pJ/m^3 a l'espai lliure