$$\left.\begin{array}{l} f(0^+) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x-k}{x+1} = -k \\ f(0^-) = \lim\limits_{x\to 0^-} (x^2+2x+1) = 1 \end{array}\right\} \to f(0^+) = f(0^-) = f(0) \to -k = 1 \to k = -1$$

- Perquè la funció sigui derivable en $x = 0$, les derivades laterals han d'existir i han de ser iguals:

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x > 0 \\ 2x+2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(0^+) = 0 \\ f'(0^-) = 2 \end{array}\right\} \to f(x) \text{ no és derivable en } x = 0.$$

5 **Deriva les funcions:** $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - 8$ $g(x) = \sqrt{x^3}$ $h(x) = x^2 - e^x$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{3} = x^2 \qquad g'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x} \qquad h'(x) = 2x - e^x$$

6 **Calcula les derivades següents i simplifica'n els resultats tant com sigui possible.**

a) $y = \dfrac{3}{2}\ln\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}}$ **b)** $y = (5x-1)e^{3x} + \sin^2 5x$ **c)** $y = \sqrt{(1-x^2)^3}$

a) $$y' = \frac{3}{2}\cdot\frac{\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot\dfrac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2}}{\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\dfrac{2}{(x+1)^2}}{\dfrac{x-1}{x+1}} =$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x^2-1}$$

b) $y' = 5e^{3x} + (5x-1)e^{3x}\cdot 3 + 2\sin 5x\cdot\cos 5x\cdot 5 =$
$= (15x+2)e^{3x} + 10\sin 5x\cdot\cos 5x$

c) $y' = \dfrac{3}{2}(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\cdot(-2x) = -3x\sqrt{1-x^2}$

7 **Troba els valors *a*, *b* i *c* de la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ de manera que una arrel de la funció és el valor $x = +1$, $f'(2) = 40$ i la segona derivada s'anul·la en $x = -1$.**

Calculem les derivades primera i segona de la funció:

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ i $f''(x) = 6ax + 2b$

Les dades del problema donen lloc a les equacions següents:

$$\left.\begin{array}{r} a+b+c=0 \\ 12a+4b+c=40 \\ -6a+2b=0 \end{array}\right\}$$

Resolem el sistema pel mètode de Gauss i la solució és:

$$a = \frac{40}{29} \qquad b = \frac{240}{29} \qquad c = -\frac{280}{29}$$