EQUACIONS DE SEGON GRAU

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Una equació de segon grau amb una incògnita és una equació que s'expressa de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

en què a, b i c són nombres reals i $a \neq 0$. Si els coeficients b i c són diferents de 0, l'equació s'anomena **completa**; en cas contrari, és **incompleta**.

EXEMPLE

L'equació $3x^2 - 4x + 1 = 0$ és una equació de segon grau completa, ja que $a = 3$, $b = -4$ i $c = 1$.

L'equació $3x^2 + 1 = 0$ és una equació de segon grau incompleta, perquè $a = 3$, $b = 0$ i $c = 1$.

L'equació $3x^2 = 0$ és una equació de segon grau incompleta, perquè $a = 3$, $b = 0$ i $c = 0$.

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DE SEGON GRAU INCOMPLETES

- Equacions del tipus $ax^2 + c = 0 \rightarrow ax^2 = -c \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$

  Segons el valor que tingui c, l'equació tindrà una, dues o cap solució.

- Equacions del tipus $ax^2 + bx = 0 \rightarrow x\,(ax + b) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \rightarrow x = \dfrac{-b}{a} \end{cases}$

EXEMPLE

- L'equació $2x^2 - 16 = 0$ és incompleta, del tipus $ax^2 + c = 0$, en la qual $a = 2$ i $c = -16$.

  Si hi operem, tenim que: $2x^2 = 16 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = \pm\sqrt{8}$

  Per tant, té dues solucions: $x_1 = \sqrt{8}$ y $x_2 = -\sqrt{8}$

  Comprovem que són solucions de l'equació:

  Si $x = \sqrt{8} \rightarrow 2 \cdot (\sqrt{8})^2 = 2 \cdot 8 = 16$ Si $x = -\sqrt{8} \rightarrow 2 \cdot (-\sqrt{8})^2 = 2 \cdot 8 = 16$

- L'equació $5x^2 = 0$ és incompleta, del tipus $ax^2 + c = 0$, en la qual $a = 5$ i $c = 0$.

  Té una única solució, $x = 0$.

- L'equació $2x^2 + 16 = 0$ és incompleta, del tipus $ax^2 + c = 0$, en la qual $a = 2$ i $c = 16$.

  Si hi operem, tenim que: $2x^2 = -16 \rightarrow x^2 = -8 \rightarrow x = \pm\sqrt{-8}$

  Com que no existeix $\sqrt{-8}$, l'equació no té solució.

1 **Troba, si és possible, les solucions d'aquestes equacions i comprova'n el resultat:**

a) $4x^2 - 64 = 0$

b) $4x^2 + 64 = 0$

c) $4x^2 = 0$

RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DE SEGON GRAU COMPLETES

La fórmula general per resoldre una equació de segon grau completa és:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Segons sigui el valor del discriminant, es poden donar tres casos:

- PRIMER CAS. Si $b^2 - 4ac > 0$, hi haurà dues solucions: $x_1 = +\sqrt{b^2 - 4ac}$ i $x_2 = -\sqrt{b^2 - 4ac}$
- SEGON CAS. Si $b^2 - 4ac = 0$, hi ha una única solució, $x = \frac{-b}{2a}$.
- TERCER CAS. Si $b^2 - 4ac < 0$, l'arrel $\sqrt{b^2 - 4ac}$ no és un nombre real i l'equació no té solució.

EXEMPLE

PRIMER CAS. A l'equació $x^2 - 8x + 15 = 0$, els coeficients són $a = 1$, $b = -8$ i $c = 15$.

Com que $b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 64 - 60 = 4$, tenim que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Comprovem les solucions:

– Per a $x_1 = 5$: $x^2 - 8x + 15 = 5^2 - 8 \cdot 5 + 15 = 25 - 40 + 15 = 0$

– Per a $x_2 = 3$: $x^2 - 8x + 15 = 3^2 - 8 \cdot 3 + 15 = 9 - 24 + 15 = 0$

SEGON CAS. A l'equació $x^2 - 10x + 25 = 0$, els coeficients són $a = 1$, $b = -10$ i $c = 25$.
Com que $b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$, tenim que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{10}{2} = 5$$

Comprovem la solució: $x^2 - 10x + 25 = 5^2 - 10 \cdot 5 + 25 = 25 - 50 + 25 = 0$

TERCER CAS. A l'equació $x^2 + 3x + 12 = 0$, els coeficients són $a = 1$, $b = 3$ i $c = 12$.
Com que $b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 9 - 48 = -39$, i no existeix $\sqrt{-39}$, l'equació no té solució.

2 **Resol les equacions de segon grau següents i comprova'n les solucions:**

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 12x + 36 = 0$

c) $x^2 - 3x + 2 = 0$

3 **Resol les equacions següents i comprova'n les solucions:**

a) $(x-1)(x+6)-4(3x-4)=0$

b) $x(x-1)+6(x+1)=0$

c) $(x+5)(x-1)-2(x+1)+(x+11)=0$

d) $(x+3)(x-5)+2(x-17)=0$

