$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=(-2)\cdot 6+\frac{9}{2}\cdot 3=-12+\frac{27}{2}\neq 0$$

per tant, no és un triangle rectangle.

L'àrea és $S=\frac{1}{2}(b\cdot h)=\frac{1}{2}\left(d(B,\ C)\cdot d(A,\ r_{BC})\right)$

Tenim $d(B,\ C)=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$ u i $r_{BC}:\ \frac{x-8}{6}=\frac{y-2}{3}\to x-2y-4=0$

$$d(A,\ r_{BC})=\frac{\left|0-2\cdot\frac{7}{2}-4\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{11}{\sqrt{5}}$$

L'àrea: $S=\frac{1}{2}\left(3\sqrt{5}\cdot\frac{11}{\sqrt{5}}\right)=\frac{33}{2}$ u$^2$

## PREPARA LA SELECTIVITAT

*(Activitats de Selectivitat)*

1 **Sigui *r* la recta d'equació $3x-5y+2=0$. Troba les equacions de les rectes paral·lela i perpendicular a *r* que passen pel punt $(-15, 4)$.**

Paral·lela: $3x-5y+k=0\xrightarrow{(-15,4)\in r}3(-15)-5\cdot 4+k=0\to k=65$; així doncs, $r$: $3x-5y+65=0$.

Perpendicular: El vector director serà el normal a $\vec{d_r}=(5, 3)\to\vec{n}=(-3, 5)$; per tant, la recta serà: $s$: $\frac{x+15}{-3}=\frac{y-4}{5}\to 5x+3y+63=0$.

2 **Determina el valor de *a* perquè la recta $x-2ay=1$ i la recta $x+3y=8$ siguin:**

**a) Paral·leles.**

**b) Perpendiculars.**

a) Paral·leles: $\frac{1}{1}=\frac{-2a}{3}\to -2a=3\to a=-\frac{3}{2}$

b) Perpendiculars:

$\vec{u_r}\perp\vec{u_s}\to\vec{u_r}\cdot\vec{u_s}=0\to(2a,\ 1)\cdot(-3,\ 1)=-6a+1=0\to a=\frac{1}{6}$

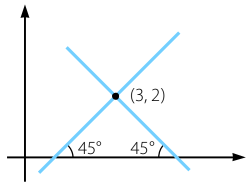
3 **Considera els punts del pla $A(2, -1)$ i $B(0, 3)$ i la recta *r* d'equació $x+y-2=0$. Calcula les coordenades d'un punt *C* de *r* que estigui alineat amb *A* i *B*.**

Serà un punt $C(c_1, c_2)\in r\xrightarrow{y=2-x}C(c_1, 2-c_1)$.

Els punts *A*, *B* i *C* han d'estar alineats:

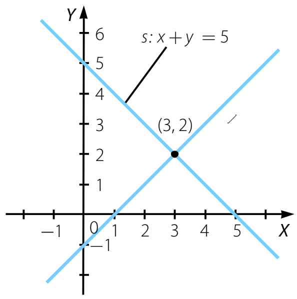
$$\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{BC}\to(-2, 4)\parallel(c_1,\ -1-c_1)\to\frac{-2}{c_1}=\frac{4}{-1-c_1}\to c_1=1\to C(1,\ 1)$$

4 Escriu l'equació de les dues rectes que passen pel punt (3, 2) i formen un angle de 45° amb l'eix de les $x$ tal com s'indica en el dibuix següent:




Recta $r$: $\begin{cases} A(3,2) \\ m = \text{tg } 45° = 1 \end{cases} \rightarrow y - 2 = 1(x - 3) \rightarrow x - y = 1$

Recta $s$: $\begin{cases} A(3,2) \\ m = \text{tg } (-45°) = -1 \end{cases} \rightarrow y - 2 = (-1)(x - 3) \rightarrow x + y = 5$




5 L'eix $OX$ representa la banda d'una taula de billar. Una bola que està situada al punt $A(1, 6)$ ha de tocar una bola situada al punt $B = (5, 2)$ després d'haver rebotat a la banda (quan una bola de billar rebota a la banda, els angles $\alpha$ i $\beta$ de la figura són iguals).

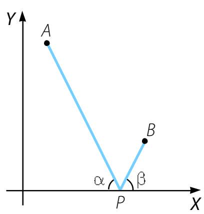
Determina:

a) El punt exacte $P$ on la bola hauria de tocar amb la banda.

b) L'equació de la trajectòria inicial que ha de seguir la bola.

c) L'equació de la trajectòria que segueix la bola després d'haver topat amb la banda, fins a tocar la bola en el punt $B$.

d) L'angle entre les trajectòries $AP$ i $PB$.




a) Busquem el punt $B'$ simètric a $B$ respecte de l'eix d'abscisses: $B'(5, -2)$.
Els punts $A(1, 6)$, $P(x, 0)$ i $B'(5, -2)$ han d'estar alineats, o sigui que

$$\frac{x-1}{5-1} = \frac{0-6}{-2-6} \rightarrow \frac{x-1}{4} = \frac{6}{8} \rightarrow x = 4$$

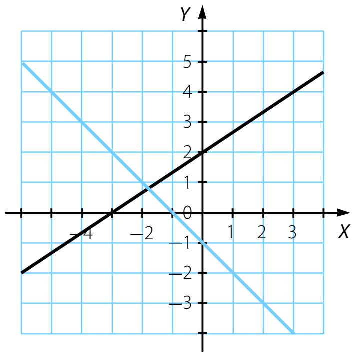
El punt és $P(4, 0)$.

b) Equació: $r_{AP}: \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-0}{-6} \rightarrow 2x + y = 8$

c) Equació: $r_{PB}: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-0}{2} \rightarrow 2x - y = 8$

d) Angle: $\cos\gamma = \dfrac{\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PA}|\cdot|\overrightarrow{PB}|} = \dfrac{(-3)\cdot 1 + 6\cdot 2}{\sqrt{42}\sqrt{5}} = \dfrac{9}{\sqrt{210}} \rightarrow \gamma = 51^\circ\, 36'\, 23''$

6 **Cadascuna de les rectes del gràfic passa, almenys, per dos punts de coordenades enteres.**




**a) Troba les equacions de les dues rectes.**

**b) Determina el punt d'intersecció *P*.**

a) Agafem l'equació segmentària de cada recta:

$$r: \begin{cases} A(-3,\ 0) \\ B(0,\ 2) \end{cases} \rightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1 \rightarrow 2x - 3y = -6$$

$$s: \begin{cases} C(-1,\ 0) \\ D(0,\ -1) \end{cases} \rightarrow \frac{x}{-1} + \frac{y}{-1} = 1 \rightarrow x + y = -1$$

b) Punt de tall:

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y &= -6 \\ x + y &= -1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 2x - 3y &= -6 \\ 3x + 3y &= -3 \end{aligned}\right\} \rightarrow 5x = -9 \rightarrow x = -\frac{9}{5} \rightarrow P\left(-\frac{9}{5}, \frac{4}{5}\right)$$