OPERACIONS COMBINADES AMB NOMBRES RACIONALS

La jerarquia de les operacions és:

- Primer es fan les operacions dels parèntesis.
- Després, es calculen les potències, si n'hi ha.
- A continuació, s'efectuen les multiplicacions i les divisions.
- Per últim, es resolen les sumes i les restes.
- Sempre s'opera respectant l'ordre en què estan escrites les operacions, d'esquerra a dreta.

EXEMPLE

$$\left(\mathbf{\frac{3}{2}} + \mathbf{\frac{1}{5}}\right) \mathbf{:} \left(\mathbf{3} - \mathbf{\frac{1}{7}} + \mathbf{\frac{1}{2}}\right)$$

Hi ha dos blocs amb els quals hem d'operar per separat:

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{15}{10} + \frac{2}{10} = \frac{17}{10}$$

$$3 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 7 \cdot 2}{7 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 2}{7 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{42}{14} - \frac{2}{14} + \frac{7}{14} = \frac{42 - 2 + 7}{14} = \frac{47}{14}$$

Operem i simplifiquem:

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right) : \left(3 - \frac{1}{7} + \frac{1}{2}\right) = \frac{17}{10} : \frac{47}{14} = \frac{17 \cdot 14}{10 \cdot 47} = \frac{238}{470} = \frac{119}{235}$$

5 **Efectua les operacions.**

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 - \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{7-4}\right] = \left(\frac{1}{5}\right)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 0$

b) $\left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{\quad + \quad}{3}\right) - \left(\frac{\quad + \quad}{4}\right) + \left(\frac{\quad - \quad}{12}\right) = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} =$

$$= \frac{\quad - \quad + \quad}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

c) $\dfrac{3 + \frac{1}{7}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{14}} = \dfrac{\frac{\quad + \quad}{7}}{\frac{\quad + \quad}{14}} = \frac{\quad}{7} \cdot \frac{14}{\quad} = \frac{308}{70} = \frac{154}{35} = \frac{22}{5}$

d) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(3 - \frac{1}{2}\right) - \left(2 + \frac{1}{5}\right) = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{2} - \frac{\quad}{5} = \frac{\quad + \quad - \quad}{30} = -\frac{16}{30}$

e) $\left(2 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) : \left(4 - \frac{2}{3}\right) = \frac{\quad}{5} \cdot \frac{\quad}{2} : \frac{\quad}{3} = \frac{\quad}{5} \cdot \frac{\quad}{2} \cdot \frac{3}{\quad} = \frac{189}{100}$

1 OBJECTIU 6
EXPRESSAR UN NOMBRE DECIMAL EN FORMA DE FRACCIÓ I A LA INVERSA

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Per expressar un nombre fraccionari en **forma decimal** es divideix el numerador entre el denominador.

EXEMPLE

a) $\frac{\mathbf{49}}{\mathbf{20}} = 2{,}45 \rightarrow$ decimal exacte

b) $\frac{\mathbf{86}}{\mathbf{11}} = 7{,}8181\ldots = 7{,}\overset{\frown}{81} \rightarrow$ decimal periòdic pur

c) $\frac{\mathbf{87}}{\mathbf{66}} = 1{,}31818\ldots = 1{,}3\overset{\frown}{18} \rightarrow$ decimal periòdic mixt

Per expressar un nombre decimal en forma de fracció, operem de manera diferent en cada un dels tres casos anteriors.

EXEMPLE

a) Decimal exacte:

$$2{,}4625 = \frac{24.625}{10.000} = \frac{4.925}{2.000} = \frac{985}{400} = \frac{197}{80}$$

b) Decimal periòdic pur:

Es resta la part entera

$$3{,}\overset{\frown}{45} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{342}{99} = \frac{114}{33} = \frac{38}{11}$$

Posem tants 9 com xifres tingui la part periòdica

c) Decimal periòdic mixt:

Xifres de la part entera i la part decimal no periòdica

$$3{,}21\overset{\frown}{7} = \frac{3.217 - 321}{900} = \frac{2.896}{900} = \frac{1.448}{450} = \frac{724}{225}$$

Posem tants 9 com xifres tingui la part periòdica i tants 0 com xifres tingui l'anteperíode

1 **Troba la fracció generatriu dels nombres següents:**

a) $0{,}87 = \frac{87}{100}$

b) $0{,}\overset{\frown}{3} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{3}$

c) $3{,}15\overset{\frown}{27} = \frac{31.527 - 315}{9.900} =$

$= \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d) $2{,}\overset{\frown}{45} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{27}{11}$

e) $0{,}0\overset{\frown}{15} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{66}$

f) $-235{,}75 = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{\quad}{\quad} = -\frac{\quad}{\quad}$

g) $6{,}\overset{\frown}{2} = \frac{\quad - \quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

APROXIMAR UN NOMBRE DECIMAL

Per **truncar** les xifres decimals d'un nombre fins a un ordre determinat eliminem les xifres que vénen a continuació d'aquest ordre.

EXEMPLE

5,751 truncat als dècims és 5,7.
0,837 truncat als centèsims és 0,83.
12,3146 truncat als mil·lèsims és 12,314.

1 **Trunca els nombres decimals a la xifra dels dècims, dels centèsims i dels mil·lèsims.**

a) 0,2765	b) 12,34	c) 8,7521	d) 361,4938
0,2	________	________	________
0,27	________	________	________
0,276	________	________	________

Per **arrodonir** un nombre decimal fins a un ordre determinat mirem si la xifra de l'ordre següent és més petita que 5 o més gran que 5 i, en funció d'això, deixem la xifra anterior com està o la incrementem en una unitat.

EXEMPLE

5,751 arrodonit als dècims és 5,8.
0,837 arrodonit als centèsims és 0,84.
12,3146 arrodonit als mil·lèsims és 12,315.

2 **Arrodoneix els nombres decimals als dècims, centèsims i mil·lèsims.**

a) 0,2765	b) 12,3453	c) 8,7521	d) 361,4932
0,3	________	________	________
0,28	________	________	________
0,277	________	________	________

3 **Efectua les operacions amb nombres decimals, i arrodoneix el resultat als centèsims.**

a) $(1{,}367 + 4{,}875) \cdot 2 = \_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot 2 = \_\_\_\_\_\_\_\_ = 12{,}48$

b) $(3{,}642 - 2{,}485) - (9{,}675 + 1{,}476) = \_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_ = -9{,}99$

c) $\left(\dfrac{43{,}764}{2{,}15} \cdot 3{,}831\right) - \left(\dfrac{74{,}772}{13{,}57} \cdot 5{,}63\right) = \_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_ = 46{,}959 = 46{,}96$

d) $\sqrt{37} - \sqrt{22} = \_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_ = 1{,}39$

e) $\dfrac{35{,}732 - 20{,}189}{63{,}562 - 18{,}987} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 0{,}349 = 0{,}35$

ADAPTACIÓ CURRICULAR

OBJECTIU 8

CALCULAR L'ERROR COMÈS QUAN APROXIMEM UN NOMBRE DECIMAL

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

L'**error absolut** que cometem quan aproximem un nombre decimal és igual al valor absolut de la diferència entre el nombre donat i el nombre aproximat. Es representa amb **Ea**.

EXEMPLE

Sigui el nombre 3,5765. Quin error absolut es comet quan l'aproximem als centèsims?

Podem aproximar el nombre de dues maneres: truncant-lo o arrodonint-lo.

Si el trunquem als centèsims, el nombre és 3,57, i l'error absolut serà:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}57| = 0{,}0065$$

Si l'arrodonim als centèsims, el nombre és 3,58, i l'error absolut serà:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}58| = 0{,}0035$$

Com que l'error comès quan arrodonim és menor, aquesta forma d'aproximació és millor que el truncament.

1 **Calcula l'error que cometem en aproximar els nombres decimals següents als mil·lèsims.**

a) 35,3277

Per truncament queda 35,327. Per arrodoniment queda 35,328.

$E_a = |35{,}3277 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0007$ $E_a = |\_\_\_\_\_\_\_\_ - 35{,}3277| = 0{,}0003$

b) 107,8912

Per truncament queda: __________ Per arrodoniment queda: __________

$E_a = |107{,}8912 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0002$ $E_a = |107{,}8912 - \_\_\_\_\_\_\_\_| = 0{,}0002$

El màxim error absolut que cometem en fer una aproximació s'anomena **cota** o **marge d'error**.

EXEMPLE

Quan trobem amb la calculadora el valor de $\sqrt{3}$, obtenim:

$$\sqrt{3} = 1{,}7320508$$

Però és una aproximació per arrodoniment que fa la calculadora a 7 xifres decimals i, per tant, no és el valor exacte de $\sqrt{3}$.

Com que no podem trobar l'error absolut, perquè no en coneixem el valor exacte, calcularem una cota de l'error absolut comès. Si aproximem, per exemple, als centèsims:

$$1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$$

L'error que cometem serà menor o, com a màxim, igual que la diferència entre 1,73 i 1,74, és a dir: és a dir: $1{,}74 - 1{,}73 = 0{,}01$.

Així, resulta que 0,01 és una cota de l'error comès quan aproximem $\sqrt{3}$ als centèsims.

2 **Troba una cota d'error quan aproximem $\sqrt{3}$ als mil·lèsims.**

$1{,}73\mathbf{2} < \sqrt{3} < 1{,}73\mathbf{3}$ $1{,}73\mathbf{3} - 1{,}73\mathbf{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

3 **Troba la cota d'error quan aproximem aquests nombres als dècims i als centèsims.**

a) $\frac{3}{7}$ $\qquad \frac{3}{7} = 0{,}42857\ldots$

Per a l'aproximació als **dècims**:

$$0{,}4 < \frac{3}{7} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$0{,}5 - 0{,}4 = \_\_\_\_\_\_$$

Per a l'aproximació als **centèsims**:

$$0{,}42 < \frac{3}{7} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$0{,}43 - 0{,}42 = \_\_\_\_\_\_$$

b) $\frac{3}{11}$ $\qquad \frac{3}{11} = 0{,}272727$

Per a l'aproximació als **dècims**:

$$0{,}2 < \frac{3}{11} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$0{,}3 - 0{,}2 = \_\_\_\_\_\_$$

Per a l'aproximació als **centèsims**:

$$0{,}27 < \frac{3}{11} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$0{,}28 - 0{,}27 = \_\_\_\_\_\_$$

c) $2{,}3\widehat{5}$ $\qquad 2{,}3\widehat{5} = 2{,}35555\ldots$

Per a l'aproximació als **dècims**:

$$2{,}3 < 2{,}3\widehat{5} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_ = 0{,}1$$

Per a l'aproximació als **centèsims**:

$$2{,}35 < 2{,}3\widehat{5} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$2{,}36 - 2{,}35 = 0{,}01$$

d) $\sqrt{7}$ $\qquad \sqrt{7} = 2{,}64575$

Per a l'aproximació als **dècims**:

$$2{,}6 < \sqrt{7} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$\_\_\_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_\_\_ = 0{,}1$$

Per a l'aproximació als **centèsims**:

$$2{,}64 < \sqrt{7} < \_\_\_\_\_\_$$

Per tant, la cota d'error serà:

$$2{,}65 - 2{,}64 = 0{,}01$$

L'**error relatiu** que cometem quan aproximem un nombre decimal és el quocient entre l'error absolut i el valor exacte del nombre. Es representa amb $\mathbf{E_r}$.

EXEMPLE

Sigui el nombre 3,5765. Quin error relatiu es comet quan l'aproximem per truncament als centèsims? I als mil·lèsims?

Si el truncquem als centèsims, el nombre és 3,57, i l'error absolut E_a serà:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}57| = 0{,}0065$$

L'error relatiu, en aquest cas, és: $E_r = \left|\frac{0{,}0065}{3{,}5765}\right| = 0{,}001817$

Si el truncquem als mil·lèsims, el nombre és 3,576, i l'error absolut E_a serà:

$$E_a = |3{,}5765 - 3{,}576| = 0{,}0005$$

L'error relatiu, en aquest cas, és: $E_r = \left|\frac{0{,}0005}{3{,}5765}\right| = 0{,}000139$

Una altra manera d'expressar l'error relatiu és utilitzar el tant per cent:

Per als centèsims: $E_r = 0{,}001817 = 0{,}18\,\%$ $\qquad$ Per als mil·lèsims: $E_r = 0{,}000139 = 0{,}01\,\%$

Observa que, en tots dos casos, hem arrodonit l'error per expressar el tant per cent (%) amb dues xifres decimals.

4 **Troba l'error relatiu que cometem quan aproximem per truncament als centèsims.**

a) $\frac{5}{7}$ $\qquad \frac{5}{7} = 0{,}71428$

L'error absolut serà:

$E_a = |0{,}71428 - 0{,}71| =$ ______

L'error relatiu serà:

$E_r = \left|\frac{0{,}00428}{0{,}71428}\right| = 0{,}005992 = 0{,}60\ \%$

b) $\frac{7}{9}$ $\qquad \frac{7}{9} = 0{,}77777$

L'error absolut serà:

$E_a = |0{,}77777 - 0{,}77| =$ ______

L'error relatiu serà:

$E_r = \left|\frac{0{,}00777}{0{,}77777}\right| = 0{,}00999 = 1\ \%$

c) $3{,}87\widehat{5}$ $\qquad 3{,}87\widehat{5} = 3{,}87555\ldots$

L'error absolut serà:

$E_a = |3{,}87555 - 3{,}87| = 0{,}00555$

L'error relatiu serà:

$E_r = \left|\frac{0{,}00555}{3{,}87555}\right| = 0{,}001432 =$ ______ %

d) $\sqrt{7}$ $\qquad \sqrt{7} = 2{,}64575$

L'error absolut serà:

$E_a = |2{,}64575 - 2{,}64| = 0{,}00575$

L'error relatiu serà:

$E_r = \left|\frac{0{,}00575}{2{,}64575}\right| = 0{,}00217 =$ ______ %

5 **En mesurar diverses vegades amb una cinta mètrica, graduada en centímetres, l'alçada d'un company de classe, hem obtingut els valors següents:**

MESURES	177	173	175	174	177	174	174	173	175	172

Calcula la mitjana d'aquestes mesures i l'error relatiu comès.

El valor mitjà d'aquestes mesures és:

$$\text{alçada mitjana} = \frac{177 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{10} = \frac{1.744}{10} = 174{,}4 \text{ cm}$$

L'error absolut comès en cada una de les mesures és el valor absolut de restar la mitjana a cada mesura:

MESURES	177	173	175	174	177	174	174	173	175	172
ERROR ABSOLUT	$\vert 177 - 174{,}4\vert = 2{,}6$	$\vert 173 - 174{,}4\vert = 1{,}4$	0,6	0,4	2,6	0,4	0,4	1,4	0,6	2,4

La mitjana dels errors absoluts serà:

$$\frac{2{,}6 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{10} = \frac{12{,}8}{10} = 1{,}28 = 1{,}3$$

L'alçada del company és: $174{,}4 \pm 1{,}3$ cm, i l'error relatiu comès és:

$$\left|\frac{1{,}3}{174{,}4}\right| = 0{,}00745 = 0{,}75\ \%$$