2 Potències i radicals

INTRODUCCIÓ

Els alumnes ja han treballat amb potències d'exponent positiu i han efectuat multiplicacions i divisions de potències i potències de potències.

En aquesta unitat s'introdueixen les potències d'exponents negatius i fraccionaris. És important insistir en el fet que compleixen les mateixes propietats que les potències d'exponent positiu.

La notació científica serveix per expressar nombres molt grans o molt petits, i es tractarà en aquesta unitat. Els alumnes aprendran a efectuar les quatre operacions fonamentals amb nombres expressats en aquesta forma.

Finalment, es treballarà amb radicals expressats en forma de potència.

RESUM DE LA UNITAT

- Un nombre a, anomenat base, elevat a un exponent n és igual al resultat de multiplicar a per ell mateix n vegades: a^n.
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\quad a^n : a^m = a^{n-m}$

  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ $\quad \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$
- Un nombre en notació científica és un nombre enter o decimal, amb una sola xifra entera (de l'1 al 9), multiplicat per una potència de base 10.
- Ordre de magnitud d'un nombre expressat en notació científica és l'exponent de la potència de base 10.

OBJECTIUS	CONTINGUTS	PROCEDIMENTS
1. Operar amb potències: multiplicació, divisió i potència de potència.	• Potències: base i exponent. • Multiplicació de potències de la mateixa base. • Divisió de potències de la mateixa base. • Potència d'una potència. • Potències d'exponent negatiu.	• Expressió del producte de diversos factors iguals com a potència. • Producte i divisió de potències de la mateixa base. • Potència d'una potència. • Ús de les regles de les operacions combinades amb potències. • Operacions amb potències d'exponent negatiu.
2. Expressar un nombre en notació científica.	• Notació científica.	• Transformació d'un nombre en forma decimal en producte d'una part decimal per la corresponent potència de 10.
3. Efectuar operacions en notació científica.	• Sumes i restes de nombres amb el mateix exponent a la potència de 10. • Sumes i restes de nombres amb exponents diferents a la potència de 10. • Productes i quocients de nombres amb exponents a la potència de 10 iguals o diferents.	• Sumes i restes de nombres, agafant com a factor comú 10 elevat a l'exponent comú. • Sumes i restes de nombres, agafant com a factor comú 10 elevat al menor dels exponents no comuns. • Multiplicacions i divisions de nombres, sumant o restant els exponents de 10.
4. Operar amb radicals.	• Transformació de radicals en potències. • Multiplicació i divisió de radicals. • Racionalització de denominadors.	• Expressió de nombres expressats en forma d'arrels a les potències. • Operacions amb radicals. • Multiplicació pel conjugat del denominador.

2 OBJECTIU 1

OPERAR AMB POTÈNCIES: MULTIPLICACIÓ, DIVISIÓ I POTÈNCIA DE POTÈNCIA

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

POTÈNCIA

Un nombre a, anomenat base, elevat a un exponent n és igual al resultat de multiplicar a per ell mateix n vegades:

$$\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a}^{\text{n vegades}} = a^n$$ Es llegeix: «a elevat a n».

a^n → **n: exponent**, indica quantes vegades es multiplica la base per ella mateixa.
a^n → **a: base**

EXEMPLE

$\mathbf{6 \cdot 6 \cdot 6} = 6^3$

Es llegeix: «sis elevat a tres».

1 **Completa.**

a) $29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = \boxed{}$ «______________»

b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \boxed{}$ «______________»

c) $\boxed{} = 13^5$ «______________»

d) $\boxed{} = \boxed{}$ «Set elevat a quatre»

MULTIPLICACIÓ DE POTÈNCIES

- Com que les potències són multiplicacions, les fem servir quan multipliquem o dividim:

$$3^4 \cdot 3^3 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3} = 3^7$$

$$5^2 \cdot 5^4 = \overbrace{5 \cdot 5} \cdot \overbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = 5^{6} \leftarrow \textbf{exponent}$$

- Per unificar-ne l'exponent, les potències han de tenir la **mateixa base**.

$3^2 \cdot 5^4 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ (no es pot posar amb el mateix exponent)

- La fórmula general per **multiplicar potències de la mateixa base** és:

$$\mathbf{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

2 **Fes les operacions següents:**

a) $10^2 \cdot 10^5 =$

b) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{\square}$

c) $11^3 \cdot 11^2 \cdot 11 =$

d) $3^2 \cdot 3^6 =$

e) $3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^5 =$

f) $\boxed{} \cdot 3^5 = 3^7$

g) $11^3 \cdot 11^3 =$

h) $19^5 \cdot 19^7 =$

i) $2^2 \cdot \boxed{} = 2^5$

DIVISIÓ DE POTÈNCIES

- Per dividir potències de la mateixa base, es deixa la base i es resten els exponents: $\mathbf{a^n : a^m = a^{n-m}}$.
- La divisió entre potències de base diferent no es pot fer, i ha de quedar indicada.

EXEMPLE

$$\mathbf{7^5 : 7^2} = \frac{7^5}{7^2} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{\cancel{7} \cdot \cancel{7}} = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$$

3 **Opera amb les potències següents:**

a) $5^6 : 5^4 = \dfrac{5^6}{5^4} = \underline{\qquad\qquad\qquad} = 5 \cdot 5 = \boxed{}$

b) $3^7 : 3^4 = \underline{\qquad} = \dfrac{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \boxed{} \cdot \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

c) $11^5 : 11^3 =$

d) $13^6 : 13^2 =$

e) $7^2 : 7^3 =$

4 **Fes aquestes divisions.**

a) $3^5 : 3^4 = \boxed{}$

c) $4^6 : \boxed{} = 4^3$

e) $5^7 : \boxed{} = 5^2$

b) $\boxed{} : 7^2 = 7^5$

d) $12^7 : 12^4 = \boxed{}$

f) $6^{12} : 6^5 = \boxed{}$

- De vegades es combinen les operacions de multiplicació i divisió. En aquests casos, es fan les diverses operacions, pas a pas:

$$\frac{3^2 \cdot 3^5 \cdot 3}{3^6} = \frac{3^8}{3^6} = 3^2$$

$$\frac{5^6 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 5^3} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

- S'ha de tenir en compte que només es pot operar quan s'unifiquin les bases de les potències:

$$\frac{7^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2}{7^2 \cdot 7} = \frac{7^5 \cdot 5^2}{7^3} = 7^2 \cdot 5^2$$

5 **Completa les operacions següents:**

a) $(2^5 \cdot 2^4) : (2^3 \cdot 2^2) = \dfrac{\underline{\qquad\qquad}}{\qquad\qquad} = \dfrac{2^{\square}}{2^{\square}} = \boxed{}$

b) $(11^5 \cdot 11^2 \cdot 11^3) : (11^4 \cdot 11) =$

c) $(10^5 : 10^2) \cdot 10^5 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

ADAPTACIÓ CURRICULAR

POTÈNCIA D'UNA POTÈNCIA

Si elevem una potència a una altra potència, el resultat és una altra potència amb la mateixa base i l'exponent de la qual és el producte dels exponents:

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

EXEMPLE

$\mathbf{(7^2)^3} = (7 \cdot 7)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^6$

$\mathbf{(5^4)^2} = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^8$

6 **Completa les operacions següents:**

a) $(7^3)^4 = 7^{\square}$

b) $(3^3)^{\square} = 3^{15}$

c) $(6^2)^{\square} = 6^{12}$

d) $(9^3)^{\square} = 9^{15}$

e) $(4^2)^{\square} = 4^8$

f) $(2^5)^2 = 2^{\square}$

g) $(5^3)^4 = 5^{\square}$

h) $(10^2)^3 = 10^{\square}$

També hi ha operacions combinades que presenten les tres operacions que hem estudiat fins ara.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Multiplicació	**Divisió**	**Potència d'una potència**

EXEMPLE

$$\mathbf{(2^5 \cdot 2^4) : (2^2)^3} = \frac{2^5 \cdot 2^4}{(2^2)^3} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3$$

7 **Efectua aquestes operacions.**

a) $(3^5 : 3^2)^3 = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3 = (\square)^3 =$

b) $(5^7 : 5^3) \cdot (5^6 : 5^2) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$

c) $(10^3)^4 : (10^2 \cdot 10^3) =$

d) $(4^2)^3 \cdot (4^5)^2 =$

e) $(6^5 : 6^2) \cdot (6^3)^4 =$

POTÈNCIA D'EXPONENT NEGATIU

- Quan efectuem una divisió de potències, el resultat pot ser una potència d'exponent negatiu:

$$7^3 : 7^5 = \frac{7^3}{7^5} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{7 \cdot 7 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}} = \frac{1}{7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$$

- Si hi ha exponents negatius, els podem transformar en una fracció: $\frac{1}{a^n}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{81}$$

- En general, les potències d'exponent negatiu es defineixen: $\mathbf{a^{-n}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a^n}}$

- Les potències d'exponent negatiu compleixen les propietats que ja coneixem per a les potències d'exponent natural.

8 **Opera amb potències d'exponents negatius.**

a) $5^2 \cdot 3^{-2} = 5^2 \cdot \frac{1}{3^{\square}} = \frac{5^2}{3^{\square}} = \frac{25}{\square}$

b) $5^2 \cdot 5^{-7} \cdot 5^3 = 5^2 \cdot \frac{1}{\square} \cdot 5^3 = \frac{5^2 \cdot 5^3}{\square} = \square$

c) $6^3 \cdot 2^{-4} = 6^3 \cdot \frac{1}{\square} = (2 \cdot 3)^3 \cdot \frac{1}{\square} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{\square} = \square$

$\boxed{6 = 2 \cdot 3}$

d) $4^3 \cdot 2^{-3} \cdot 8 = 4^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 8 = (2 \cdot 2)^3 \cdot \frac{\square}{\square} \cdot 2^3 = \frac{\square}{\square} =$

$\boxed{4 = 2 \cdot 2}$ $\boxed{8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3}$

9 **Expressa en forma de potència de la base indicada en cada cas.**

OPERACIÓ	BASE	RESULTAT
$9^{-7} \cdot 9^{11}$	3	
$4^6 : 8^{-3}$	2	
$(25^9)^{-3}$	5	
$(16^{-5} : 4^3)^{-2}$	2	
$(49^{-3})^4 : 7^{-6}$	7	

2 OBJECTIU 2
EXPRESSAR UN NOMBRE EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Per expressar un nombre en notació científica, l'escrivim amb una sola xifra, diferent de zero, com a part entera i les altres xifres decimals, multiplicat per una potència de 10 amb exponent igual a:

- el nombre de xifres que hem passat a la part decimal, o
- menys el nombre de posicions que hem saltat per aconseguir que la primera xifra sigui entera.

EXEMPLE

5.438 $= 5{,}438 \cdot 10^{3}$	3 xifres hem hagut de passar a decimals.
34,7 $= 3{,}47 \cdot 10^{1}$	1 xifra hem hagut de passar a decimal.
800 $= 8 \cdot 10^{2}$	2 xifres hem hagut de passar a decimals.
0,00748 $= 7{,}48 \cdot 10^{-3}$	3 salts hem hagut de fer per aconseguir que la primera xifra, 7, estigui a la part entera.
0,356 $= 3{,}56 \cdot 10^{-1}$	1 salt hem hagut de fer per aconseguir que la primera xifra, 3, estigui a la part entera.
0,0691 $= 6{,}91 \cdot 10^{-2}$	2 salts hem hagut de fer per aconseguir que la primera xifra, 6, estigui a la part entera.

1 **Expressa en notació científica els nombres següents.**

a) $2.000.000 = 2{,}000000 \cdot 10^{6} = 2 \cdot 10^{6}$

b) 4.000 = __________

c) 100 = __________

d) 700 = __________

e) 10 = __________

f) 80.000 = __________

g) 5.000.000 = 5 · __________

2 **Expressa en notació científica aquests nombres amb part entera i part decimal.**

a) $990{,}85 = 9{,}9085 \cdot 10^{2}$

b) 340 = 3,4 · __________

c) 655,1 = 6,551 · __________

d) 567.765,22 = __________

e) 15,35 = __________

f) 340,05 = 3,4005 · __________

g) 37,986 = 3,7986 · __________

h) 4,4 = __________

i) 3,45 = __________

3 **Expressa els nombres decimals en notació científica.**

a) $0{,}0567 = 5{,}67 \cdot 10^{-2}$

b) 0,000045 = 4,5 · __________

c) 0,0000061 = __________

d) 0,093 = __________

e) 0,367 = 3,67 · __________

f) 0,0073 = __________

g) 0,000101 = __________

h) 0,0007 = __________

i) 0,4765 = __________

EFECTUAR OPERACIONS EN NOTACIÓ CIENTÍFICA

NOM: ______________________ CURS: __________ DATA: __________

Per efectuar operacions amb nombres expressats en notació científica, s'han de seguir unes regles senzilles que veurem amb exemples; per fer-ho amb la calculadora, és important aprendre primer a calcular sense, ja que funciona amb les mateixes regles.

EXEMPLE

1r cas: quan les potències de 10 estan elevades al **mateix exponent**, un nombre enter positiu o negatiu.

Efectua la suma $13{,}42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5$.

En aquest cas, les dues potències de 10 estan elevades al mateix exponent: 5, de manera que podem **extreure factor comú**. El resultat es dóna en notació científica.

$$13{,}42 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 = (13{,}42 + 4) \cdot 10^5 = 17{,}42 \cdot 10^5 = 1{,}742 \cdot 10^6$$

1 **Fes aquestes sumes i restes en notació científica.**

a) $6 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^3 = (\_\_\_ - \_\_\_ + \_\_\_) \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^3$

b) $[101{,}17 \cdot 10^2 - 5{,}87 \cdot 10^2] \cdot 3 = [(\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10^2] \cdot 3 = [\_\_\_\_\_ \cdot 10^2] \cdot 3 = 2{,}859 \cdot 10^4$

c) $(33{,}3 \cdot 10 + 2{,}5 \cdot 10 - 6{,}7 \cdot 10) \cdot \dfrac{2}{7} = [(\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot 10] \cdot \dfrac{2}{7} =$

$= [\_\_\_\_\_ \cdot 10] \cdot \dfrac{2}{7} = 8{,}31 \cdot 10$

EXEMPLE

2n cas: quan les potències de 10 estan elevades a **exponents enters positius diferents**.

Efectua la resta $6{,}74 \cdot 10^5 - 2{,}85 \cdot 10^3$.

Observa que, en aquest cas, les dues potències de 10 estan elevades a nombres diferents, 5 i 3, de manera que no podem extreure factor comú directament. Hem d'expressar els dos nombres en funció de la **potència de valor més petit**, en aquest cas 3.

$2{,}85 \cdot 10^3$

$6{,}74 \cdot 10^5 = 6{,}74 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3$

$6{,}74 \cdot 10^5 - 2{,}85 \cdot 10^3 = 674 \cdot 10^3 - 2{,}85 \cdot 10^3 = (674 - 2{,}85) \cdot 10^3 = 671{,}15 \cdot 10^3$

Un cop feta l'operació, convertim el resultat en notació científica:

$671{,}15 \cdot 10^3 = 6{,}7115 \cdot 10^5$

2 **Fes les següents sumes i restes en notació científica.**

a) $2{,}71 \cdot 10^3 - 1{,}9 \cdot 10^2 + 5{,}43 \cdot 10^4 = 2{,}71 \cdot 10 \cdot 10^2 - 1{,}9 \cdot 10^2 + 5{,}43 \cdot 10^2 \cdot 10^2 =$

$= \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^2 = (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_) = 568{,}2 \cdot 10^2$

b) $3{,}76 \cdot 10^4 - 5{,}78 \cdot 10^3 = 3{,}76 \cdot 10 \cdot 10^3 - 5{,}78 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 - \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 =$

$= (\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_) \cdot \_\_\_\_\_ = 31{,}82 \cdot 10^3$

c) $5{,}25 \cdot 10^4 + 60{,}4 \cdot 10^3 = \_\_\_\_\_ \cdot 10 \cdot 10^3 + \_\_\_\_\_ \cdot 10^3 = 5{,}854 \cdot 10^5$

EXEMPLE

3r cas: quan les potències de 10 estan elevades a **exponents diferents**, amb nombres enters negatius.

Efectua la suma $2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4}$.

En aquest cas, les dues potencias de 10 estan elevades a nombres enters negatius diferents, -5 i -4.
Per tant, per extreure factor comú escollim el més gran d'aquests nombres, -4, i procedim d'aquesta manera:

$$2,5 \cdot 10^{-5} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}$$
$$9,6 \cdot 10^{-4}$$
$$2,5 \cdot 10^{-5} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 2,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} = 0,25 \cdot 10^{-4} + 9,6 \cdot 10^{-4} =$$
$$= (0,25 + 9,6) \cdot 10^{-4} = 9,85 \cdot 10^{-4}$$

3 **Fes aquestes sumes i restes en notació científica.**

a) $2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4}$
Com que $10^{-4} = 10^{-1} \cdot 10^{-3}$, resulta que:
$2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-4} = 2,32 \cdot 10^{-3} - 3,76 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} = (2,32 - 0,376) \cdot 10^{-3} = 1,944 \cdot 10^{-3}$

b) $7,9 \cdot 10^{-6} + 5,5 \cdot 10^{-5} =$ ____ · ____ · ____ + ____ · ____ = ____ · ____ + ____ · ____ =
= (______ + ______) $\cdot 10^{-5} = 6,29 \cdot 10^{-5}$

c) $3 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} =$
= (____ $- 2 +$ ____ $-$ ____) $\cdot 10^{-3} = -1,677 \cdot 10^{-3}$

EXEMPLE

Efectua el producte $(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3)$.

Multipliquem els nombres: $6,2 \cdot 4 = 24,8$, i, per una altra banda, multipliquem les potències:
$10^5 \cdot 10^3 = 10^8$

$$(6,2 \cdot 10^5) \cdot (4 \cdot 10^3) = 24,8 \cdot 10^8 = 2,48 \cdot 10^9$$

Efectua la divisió $(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3)$.

Dividim els nombres: $6,2 : 4 = 1,55$. Dividim les potències: $10^5 : 10^3 = 10^2$

$$(6,2 \cdot 10^5) : (4 \cdot 10^3) = 1,55 \cdot 10^2$$

4 **Fes aquests productes i quocients en notació científica.**

a) $(5 \cdot 10^4) \cdot (12 \cdot 10^7) = (5 \cdot 12) \cdot 10^{4+7} = 60 \cdot 10^{11}$

b) $(34,4 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,1 \cdot 10^4) =$ (____ · ____) · 10^{__} $= 209,84 \cdot 10^{-1}$

c) $(60 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^6) = (60 : 3) \cdot$ 10^{__} $= 20 \cdot 10^{-1}$

5 **Efectua les operacions combinades en notació científica.**

a) $[(3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^5) : (5 \cdot 10^3)] - [(2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-4}) \cdot 10^4] =$ (2 · 10^{__}) $- (-3 \cdot 10^0) =$
$= 200 + 3 = 203 = 2,03 \cdot 10^2$

b) $(6 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) = (6 \cdot 10^{-3}) :$ [(____ − ____ − ____) $\cdot 10^{-3}$] =
$= (6 \cdot 10^{-3}) :$ (____ $\cdot 10^{-3}) = 2 \cdot 10^0 = 2$

OPERAR AMB RADICALS

NOM: ______ CURS: ______ DATA: ______

L'arrel n-èsima d'un nombre es pot posar en forma de potència:

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$\sqrt[n]{a}$ s'anomena **radical**, a és el **radicand** i n és l'**índex** de l'arrel.
És més fàcil operar amb potències que amb arrels; per això transformem les arrels en potències.

EXEMPLE

$\sqrt{\mathbf{5}} = 5^{1/2}$ $\qquad$ $\sqrt[7]{\mathbf{3^2}} = 3^{2/7}$

1 **Escriu els radicals en forma de potències.**

a) $\sqrt[5]{7^3} = \_\_\_^{3/5}$ $\qquad$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{8^5}} = \dfrac{1}{8^{5/2}} = 8^{\square}$ $\qquad$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \_\_\_$

MULTIPLICACIÓ (O DIVISIÓ) DE RADICALS
Per multiplicar o dividir radicals amb el **mateix radicand**, primer els convertim en potències.

EXEMPLE

$\sqrt[3]{\mathbf{2}} \cdot \sqrt[5]{\mathbf{2}} = 2^{1/3} \cdot 2^{1/5} = 2^{1/3+1/5} = 2^{(5+3)/15} = 2^{8/15} = \sqrt[15]{2^8}$

$\sqrt[7]{\mathbf{3^5}}\ \mathbf{:}\ \sqrt[3]{\mathbf{3}} = 3^{5/7} : 3^{1/3} = 3^{5/7-1/3} = 3^{(15-7)/21} = 3^{8/21} = \sqrt[21]{3^8}$

2 **Calcula els productes de radicals següents:**

a) $\sqrt[5]{7^3} \cdot \sqrt{7^3} = 7^{3/5} \cdot 7^{3/2} = 7^{3/5+3/2} = 7^{(\_\_+\_\_)/\_\_} = 7^{21/10} = \sqrt[10]{7^{21}}$

b) $\sqrt[7]{6^2} + 6 = 6^{\_\_} \cdot 6 = 6^{\_\_+\_\_} = 6^{9/7} = \sqrt[7]{6^9}$

c) $\sqrt{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2} = 3^{\_\_} \cdot 3^{\_\_} = 3^{\_\_+\_\_} = 3^{19/10} = \sqrt[10]{3^{19}}$

d) $\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2^{3/4} \cdot 2^{2/3} \cdot 2^{1/2} = 2^{\_\_\_\_} = 2^{\_\_\_\_} = 2^{23/12} = \sqrt[12]{2^{23}}$

3 **Troba aquests quocients de radicals.**

a) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = 2^{1/2} : 2^{1/3} = 2^{1/2-1/3} = 2^{(3-2)/6} = 2^{1/6} = \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[3]{8^5} : \sqrt[3]{8^2} =$

c) $\sqrt[7]{5} : \sqrt[4]{5^3} =$

d) $(\sqrt[3]{3^7} \cdot \sqrt[3]{3^4}) : \sqrt{3^2} = (3^{\_\_} \cdot 3^{\_\_}) : 3 = 3^{\_\_} : 3 = 3^{8/3} = \sqrt[3]{3^8}$

ADAPTACIÓ CURRICULAR

RACIONALITZAR DENOMINADORS

Racionalitzar un denominador és el procés mitjançant el qual fem desaparèixer el radical del denominador de la fracció.

Aquest procés consisteix a multiplicar el numerador i el denominador per un nombre que faci que s'elimini l'arrel del denominador.

EXEMPLE

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\sqrt[5]{\mathbf{3^2}}} = \frac{1 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt[5]{3^3}}{3}$$

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3} - \sqrt{\mathbf{2}}} = \frac{1 \cdot (3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})} = \frac{3 + \sqrt{2}}{7}$$

En aquest cas, apliquem la propietat que una suma per una diferència de dos nombres és igual a una diferència de quadrats:

$$(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$$

4 **Racionalitza els denominadors de les fraccions.**

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}} =$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^2}} =$

c) $\dfrac{5}{2 + \sqrt{3}} = \dfrac{5 \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3})} = \dfrac{\quad}{\quad} = 10 - 5\sqrt{3}$

d) $-\dfrac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = -\dfrac{1 \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3})} = -\dfrac{\quad}{\quad} = -\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

e) $\dfrac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \dfrac{(1 + \sqrt{2}) \cdot (\qquad)}{(1 - \sqrt{2}) \cdot (\qquad)} = \dfrac{(\qquad)^2}{\quad} = -(1 + \sqrt{2})^2$

f) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \dfrac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \dfrac{\sqrt{15}}{10}$

g) $\dfrac{2}{1 - \sqrt{3}} =$

