

Reflexions entorn als polinomis

1. Construeix un polinomi $P(x)$ que sigui divisible per $(2x-1)$. Comprova-ho. Justifica la resposta.
2. Construeix un polinomi $P(x)$ que al dividir-ho per $(2x-1)$ doni de residu 3. Comprova-ho. Justifica la resposta.
3. El mateix que abans però que $P(x)$ sigui de grau 3. Podria existir un $P(x)$ de grau 1 que complís amb la condició demanada? Existeix més d'una solució? Justifica la resposta.
4. Construeix un polinomi $P(x)$ que sigui divisible per x^2+x+5 . Justifica la resposta.
5. Construeix un polinomi $P(x)$ que al dividir-ho per x^2+x+5 doni de residu 7. Comprova-ho i justifica la resposta.
6. Construeix un polinomi $P(x)$ que al dividir-ho per x^2+x+5 doni de residu $2x$. Comprova-ho i justifica la resposta.
7. Donat un polinomi qualsevol $P(x)$ si sabem que $P(2) = 3$ Què podem dir de $\frac{P(x)}{(x-2)}$. Justifica la resposta.
8. Donat un polinomi qualsevol $P(x)$ si sabem que és divisible per $(2x-1)$ què puc dir de $P(1)$ i de $P(\frac{1}{2})$? Justifica la resposta. Busca un exemple de $P(x)$ que compleixi amb la condició donada i comprova les respostes que has donat. El que ha passat és tal com l'havies previst? Interpreta i justifica els resultats obtinguts.
9. Què tenen en comú i què tenen de diferent les equacions

$$x^2 + x - 2 = 0$$

i

$$3x^2 + 3x - 6 = 0$$

Justifica la resposta.

10. Quan tinc una expressió com $x(x^3 + 5x^2 - 7x + 1) = 0$ puc deduir que $x = 0$ és una solució de l'equació. De la mateixa manera si $x(x^3 + 5x^2 - 7x + 1) = 5$ puc dir que $x = 5$ és una solució de l'equació? Diges si estàs d'acord i per què.
11. Fent la divisió de $\frac{x^3 + 3x^2 - 7x + 4}{x + 2}$ obtinc un residu de 22. Què puc dir de $P(-2)$? Per què?
12. Donat el polinomi $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ i sabent que les solucions de l'equació $P(x) = 0$ són $x = 1$, $x = -2$ i $x = -3$. Què puc dir de $P(-3)$? i de $P(1)$? Comprova-ho i justifica la resposta.

13. Donat el polinomi $P(x) = 2x^3 + 4x^2 + x - 6$ Sabent que les solucions de $P(x) = 0$ són $x = 1$, $x = -2$ i $x = -3$ pots factoritzar el polinomi sense haver d'aplicar la regla de Ruffini? Justifica la resposta. Fes la comprovació.
14. Sabent que $P(x) = x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 4 = (x^3 + 2x^2 - 9x + 33)(x + 3) - 103$ Calcula $P(-3)$. Justifica la resposta.
15. La divisió de polinomis $\frac{x^5 - x^4 - 2x^3 + x^2 + x + 2}{(2x - 6)}$ es pot fer aplicant la regla de Ruffini? Justifica la resposta.
16. Donada l'equació $x(x^3 + 2x + 5) + 1 = 0$ ja podem saber que una arrel serà $x = 0$ perquè la x està multiplicat a l'altre expressió que es troba igualada a zero. Digue's si estàs d'acord i per què.
17. Donada l'equació $x^4 + 5x^3 - x^2 = 8$ podem treure x^2 factor comú i aleshores ja sabem que una solució de l'equació serà $x = 0$. Digue's si estàs d'acord i per què.
18. Si ens diuen que les solucions de l'equació $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = 0$ són $x = 5$, $x = -2$, i $x = 1$. Com pots comprovar-ho per estar ben segur?
19. Donat el polinomi $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 23x + 10$ i sabent que $\frac{P(x)}{(2x - 1)} = x^2 + 3x - 10$ pots factoritzar el polinomi $P(x)$ sense haver de fer servir la regla de Ruffini? Justifica la resposta.
20. Sabent que les solucions de l'equació $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = 0$ són $x = 5$, $x = -2$, i $x = 1$. Quin és el residu de la divisió $\frac{x^3 - 4x^2 - 7x + 10}{(x + 2)}$ Justifica la resposta.
21. Donat un polinomi $P(x)$ és compleix que $\frac{P(x)}{(2x - 1)} = \frac{P(x)}{2 \cdot (x - 1)}$? Justifica la resposta.