

Unitat 8. Naturalesa de la llum

Activitats

1. Quines objeccions van posar els defensors del model ondulatori de la llum al model corpuscular?

Les objeccions són les següents:

- La llum consisteix en un feix de partícules que són emeses per la font, com és que aquesta no va perdent massa d'una manera apreciable?
- En la realitat observem que, quan dos raigs de llum es creuen, continuen la seva trajectòria rectilínia impertorbables; aquest fet experimental contradiu el model corpuscular, ja que si la llum estigués composta per partícules, moltes d'aquestes partícules haurien de xocar entre si en creuar-se els dos raigs i canviarien les seves trajectòries.
- El fenomen de la reflexió està associat moltes vegades al fenomen de la refracció; per tant, quina explicació donem al fet que alguns corpuscles rebotin elàsticament en la superfície de separació, produint la reflexió, mentre que d'altres la traspassen i continuen movent-se en el segon medi donant un raig refractat?
- El fenomen de la refracció es pot explicar, en principi, amb el model corpuscular; en l'obtenció de la llei d'Snell, però, s'arriba a una greu contradicció amb els fets experimentals, i es prediu que el raig refractat s'allunya de la normal quan passem d'un medi menys dens a un altre més dens; això és exactament el contrari del que s'observa en la realitat.

2. Quines objeccions van posar els defensors del model corpuscular de la llum al model ondulatori?

Les principals objeccions a la teoria ondulatoria van ser les següents:

- El so, a causa del fenomen de la difracció, pot creuar obstacles; en el cas de la llum, per contra, no s'observa aquest fenomen sinó que dibuixa ombres perfectament nítides.
- La propagació de la llum en forma d'ona a través dels medis materials és fàcilment explicable si s'admet que les partícules del medi vibren al pas del raig de llum; però, a través de quin medi material es propaga la llum que prové del Sol i de les estrelles?

3. La llum blanca del sol, és monocromàtica? Què vol dir aquest concepte? Si en un experiment com el de Young il·luminem les esclatxes amb llum blanca, què observarem?

La llum del Sol no és monocromàtica. Per a comprovar-ho n'hi ha prou en fer passar un feix de llum solar a través d'un prisma de vidre i observar que es descompon en diferents colors.

El concepte de llum monocromàtica significa llum d'una única freqüència; és a dir que no està formada per l'agrupació d'ones de diferents freqüències i longituds d'ona.

L'experiment de Young de la doble esclatxa mostra que la separació entre franges Δx que es veu a la pantalla depèn de la longitud d'ona: $\Delta x = \frac{d\lambda}{a}$, essent d la longitud que hi ha entre les

esclatxes i la pantalla, i a la distància entre les esclatxes. Per tant, i si recordem que la llum blanca conté totes les longituds d'ona corresponents a tots els colors, cada un d'aquests pateix una separació Δx diferent. Així, observarem cada franja com una suma de tots els colors, tal com passa amb un prisma, que separa els colors de la llum blanca, o amb l'arc de sant Martí.

4. Per què les lleis de Maxwell semblen reforçar la idea de l'èter?

Les lleis de Maxwell prediuen que la velocitat de la llum en un medi determinat es pot determinar a partir de les propietats elèctriques i magnètiques del medi, i aquesta velocitat representa la velocitat de la llum *relativa* al medi. Per tant, com que la velocitat de la llum en el buit també es pot calcular a partir de les propietats elèctriques i magnètiques del buit, en principi, es pot suposar que el buit es comporta com un medi material, medi que ha de ser l'èter. Sota aquesta idea es trobava la concepció mecanicista que es tenia del món en l'època de Maxwell, que feia veure les ones electromagnètiques com un cas particular d'ones mecàniques, les quals, recordem-ho, necessiten un medi material per a la seva propagació.

5. Quines condicions s'han de donar perquè es produeixi l'emissió d'ones electromagnètiques en un circuit? Com ha de ser el corrent en el circuit? Per què creieu que ha de ser així?

Les ones electromagnètiques són generades per càrregues elèctriques accelerades i, per tant, aquesta és la condició que s'ha de donar per produir-les. Recordem que un corrent elèctric consisteix en un moviment de càrregues (electrons en moviment). En principi, si podem disposar d'un circuit elèctric on les càrregues estiguin accelerades, podem generar ones electromagnètiques. Això es pot aconseguir amb un corrent que sigui variable en el temps, com ara el corrent que proporciona un alternador, ja que es tracta d'un corrent oscil·lant en el qual les càrregues (electrons) estan accelerats. Depenent de la freqüència d'oscil·lació de les càrregues s'obté un tipus o un altre d'ones electromagnètiques.

6. Un cos que veiem de color blau quan l'il·luminem amb llum blanca, quines longituds d'ona de l'espectre visible absorbeix i quines emet?

Emet les longituds d'ona corresponents a la franja del blau i absorbeix tota la resta.

7. La càrrega elèctrica és una magnitud que està quantitzada en els mateixos «paquets», tots del mateix valor (pensem en els electrons, o en els protons). Passa el mateix amb l'energia irradiada per un cos en forma d'ona electromagnètica?

Sí, l'energia irradiada en forma d'ones electromagnètiques està també quantitzada. És múltiple del quàntum corresponent, de valor hf , on h és la constant de Planck i f és la freqüència de les ones emeses.

8. Experimentalment, les corbes d'energia emesa per un cos negre tenen l'aspecte mostrat a la figura 8.17. Si augmenta la temperatura del cos negre, com es desplaça el màxim de la corba d'energia emesa?

En augmentar la temperatura, disminueix el valor de la longitud d'ona a la qual la intensitat d'energia emesa és màxima.

9. Calculeu el valor de la longitud d'ona d'un fotó d'energia 3 keV.

Dades: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;

$1 \text{ eV} = 1,609 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{f} \\ E &= h \cdot f \end{aligned} \right\} \lambda = \frac{ch}{E} \rightarrow \lambda = 4,11 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 411 \text{ pm}$$

10. Calculeu l'energia i la longitud d'ona d'un fotó de 1015 Hz de freqüència.

Dades: $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$E = h \cdot f = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 1015 = 6,72 \cdot 10^{-31} \text{ J}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 2,96 \cdot 10^5 \text{ m}$$

11. Calculeu l'energia cinètica màxima dels electrons emesos per una superfície metàl·lica quan hi incideixen fotons de longitud d'ona $\lambda = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. L'energia mínima per alliberar els electrons (treball d'extracció) és $W_0 = 6,72 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Dades: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

L'energia cinètica de cada electró és igual a l'energia rebuda menys el treball d'extracció:

$$\begin{aligned} T &= E - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \\ &= 6,625 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} - 6,72 \cdot 10^{-19} = \\ &= 3,22 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 2 \text{ eV} \end{aligned}$$

12. Un metall emet electrons quan se l'il·lumina amb llum verda, però no quan se l'il·lumina amb llum groga. Trieu la resposta correcta i justifiqueu la vostra elecció.

- a) Hi haurà efecte fotoelèctric quan s'il·lumini amb llum blava?

Sí que hi haurà efecte fotoelèctric perquè la llum blava té una freqüència superior a la llum verda.

- b) Hi haurà efecte fotoelèctric quan s'il·lumini amb llum vermella?

No hi haurà efecte fotoelèctric perquè la llum vermella té una freqüència inferior a la llum groga.

13. Entre dos punts A i B s'estableix una diferència de potencial $V_A - V_B = 120 \text{ V}$. Un electró està situat al punt B, inicialment en repòs. Determineu:

- a) La velocitat amb què arriba al punt A.

$$W = q_e \cdot \Delta V = 1,92 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_e v_A^2 - 0 \rightarrow v_A = 6,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- b) La longitud d'ona de De Broglie de l'electró, corresponent a la velocitat anterior.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v_A} \rightarrow \lambda = 1,1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Dades: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

14. En un microscopi electrònic s'aplica una diferència de potencial de 20 kV per tal d'accelerar els electrons. Quina longitud d'ona assoleix el feix d'electrons?

$$\lambda = 8,67 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

15. Un àtom d'hidrogen en repòs assoleix un estat excitat quan absorbeix un fotó d'energia 10,6 eV. Determineu: a) la longitud d'ona del fotó incident i la zona de l'espectre a la qual pertany; b) La velocitat amb què retrocedeix l'àtom excitat; c) La longitud d'ona de De Broglie de l'àtom excitat.

a) $\lambda = 1,17 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

b) $v = 3,38 \text{ m/s}$

c) $\lambda = 1,17 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

16. Hem mesurat l'interval d'incertesa de la velocitat d'una bala de fusell i d'un electró, i en ambdós casos hem obtingut el mateix valor de $5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$.

- a) Quin és l'interval d'incertesa de la posició en ambdós casos tenint en compte que la massa de la bala és de 12 g, mentre que la massa de l'electró és de $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$?

- b) Atenent als valors obtinguts, quina conclusió podem extreure'n?

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x = \frac{h}{2\pi \Delta p} = \frac{h}{2\pi m \Delta v}$$

Bala:

$$\Delta v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} ; m = 12 \text{ g} = 0,012 \text{ kg}$$

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 0,012 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 1,76 \cdot 10^{-30} \text{ m}$$

Electró:

$$\Delta v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} ; m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\Delta x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

17. a) Per a un electró a l'interior d'una caixa cúbica d'aresta a , quina és la mínima incertesa per a la seva velocitat?

b) Aquest electró pot estar exactament en repòs a l'interior de la caixa?

La incertesa màxima de la posició ve donada per les dimensions de la caixa. En una dimensió:

$$\Delta x = \pm \frac{1}{2} a$$

Utilitzant el principi d'incertesa de Heisenberg podem calcular la mínima incertesa en la velocitat en aquest cas:

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$$

$$\Delta v = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta x} = \frac{2,3 \cdot 10^{-4}}{a}$$

Un electró completament en repòs suposaria que $\Delta v = 0$ i, per tant, una incertesa en la posició infinita. Això seria impossible perquè com sabem $\Delta x = \pm \frac{1}{2} a$

18. Si poguéssim observar el rellotge d'una nau espacial que viatges a una velocitat de $0,6 c$, tindríem la impressió que s'alenteix. Quan triga el rellotge de la nau a marcar un segon vist des del nostre sistema de referència?

Apliquem la transformació de Lorentz per al temps:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,36}} = 1,25 \text{ s}$$

19. Quina és la massa d'un protó que és accelerat en un sincrotró fins a assolir una energia de 25 MeV , si la seva massa en repòs és d' $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$?

Apliquem l'expressió d'Einstein d'equivalència entre la massa i l'energia:

$$E_c = 25 \text{ MeV} = 2,5 \cdot 10^7 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$m_0 = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 \rightarrow mc^2 = E_c + m_0c^2 \rightarrow m = \frac{E_c}{c^2} + m_0$$

$$m = \frac{4 \cdot 10^{-12}}{(3 \cdot 10^8)^2} + 1,7 \cdot 10^{-27} = 1,74 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Activitats finals

Qüestions

1. Enumereu els principals arguments clàssics en favor de la naturalesa corpuscular de la llum, i les contradiccions que plantegen.

Els principals arguments a favor del model corpuscular clàssic són:

- La trajectòria rectilínia de la llum té una fàcil explicació si s'admet que està formada per partícules que es mouen en línia recta en totes direccions i a gran velocitat.
- El fet que les ombres formades pels objectes il·luminats siguin, generalment, nítides s'explica fàcilment si suposem que els corpuscles que formen la llum segueixen una trajectòria rectilínia, de manera que, quan s'il·lumina l'objecte, alguns corpuscles hi reboten i altres continuen el seu camí rectilini tot «dibuixant» la forma de l'objecte.
- El camp gravitatori sembla no afectar la trajectòria rectilínia de la llum, que s'explica pel valor tant gran de la velocitat de la llum, que impedeix que s'alteri la trajectòria rectilínia de les partícules que formen la llum.
- La llei de la reflexió s'explica fàcilment com una conseqüència del xoc elàstic entre les partícules de la llum i la superfície reflectora.

Les contradiccions que plantegen aquests arguments són:

- Si la llum està formada per partícules, com és que les fonts emissores de llum no perden massa de manera apreciable en emetre les partícules de llum?
- Dos raigs de llum que es creuen no podrien seguir la seva trajectòria rectilínia, ja que les partícules xocaríen entre si i canviarien les seves trajectòries.
- La refracció no té explicació dins del model corpuscular quan va acompanyada de la reflexió, ja que no té sentit que algunes partícules de llum rebotin a la superfície de separació dels dos medis, i altres passin al segon medi. A més, en la deducció de la llei de la refracció, Newton va arribar a una conclusió que és justament la contrària de la que es dona en la realitat.

2. Enumereu els principals arguments clàssics en favor de la naturalesa ondulatoria de la llum, i les contradiccions que plantegen.

Els principals arguments a favor de la teoria ondulatoria clàssica són:

- Les lleis de la reflexió i de la refracció es demostren fàcilment a partir del principi de Huygens, que, recordem, s'aplica als moviments ondulatoris, en concordança amb el que s'observa en la realitat.
- Els colors que formen la llum blanca es poden interpretar fàcilment si s'admet que els diferents colors són ones amb longituds d'ona diferent.

- El fet que un raig de llum blanca es descompongui en els seus colors quan travessa un prisma és una conseqüència de la difracció i de la refracció que efectua el prisma sobre el raig de llum blanca.
- Dos raigs de llum que es creuen interfereixen en la zona de l'espai on coincideixen, però continuen impertorbables el seu camí una vegada han interferit, com passa amb la resta d'ones.

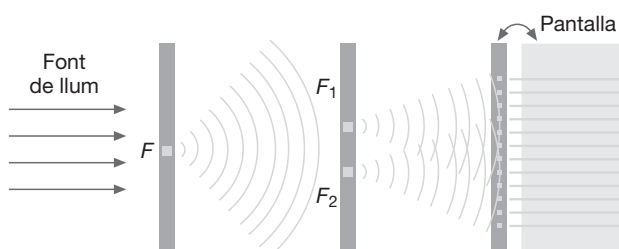
Les contradiccions d'aquest model són:

- Normalment no s'observen fenòmens de difracció ni d'interferències amb la llum.
 - La trajectòria rectilínia de la llum hauria de veure's alterada sota determinades condicions a causa del fenomen de la difracció.
 - Les ones necessiten un medi material per a la seva propagació. Però si, com és de suposar, l'espai entre el Sol i la Terra és buit, com ens pot arribar la llum del Sol?
3. Quins problemes planteja per a la física clàssica la idea de l'èter? És correcte, aquest concepte? Expliqueu-ho detalladament.

La hipòtesi de l'èter va sorgir per explicar la propagació ondulatoria de la llum a través de l'espai: l'èter havia de ser molt dens per permetre una propagació de les ones de llum a una gran velocitat, però alhora molt tènue per no dificultar el moviment dels planetes i els astres. Aquestes dues propietats de l'èter són contradictòries, i, de fet, aquesta hipòtesi és errònia i es va abandonar a principis del segle xx.

4. Quin experiment confirma el caràcter ondulatori de la llum? Efectueu un esquema i expliqueu-ho.

El caràcter ondulatori de la llum va quedar definitivament confirmat amb l'experiment de Young que va fer palesos fenòmens d'interferència amb la llum sota determinades condicions i que va rebatre, per tant, un dels principals arguments en contra del model ondulatori de la llum. Una versió d'aquest experiment és l'anomenat *experiment de la doble esclota*: es fa passar un raig de llum per una paret opaca on s'ha fet una petita esclota; el raig prim que en resulta es fa passar per una segona paret opaca on s'han fet dues esclotes i darrera de la qual hi ha una pantalla. Els raigs difractats produïts en aquestes dues esclotes interfereixen i donen una sèrie de franges clares i fosques alternatives a la pantalla. Això indica que s'han produït fenòmens d'interferència constructiva i d'interferència destructiva, respectivament.



5. Per què els espectres discontinus dels elements demostren la hipòtesis del quanta de llum? Expliqueu-lo detalladament.

Un element, en ser excitat (per exemple escalfant-lo) el que fa és absorbir energia i tornar a reemetre aquesta energia (espectre d'emissió). Si s'escalfa a una temperatura adequada, l'energia emesa és lluminosa, és a dir, emet ones electromagnètiques en la franja del visible. En principi, és d'esperar que en aquestes condicions emeti energia de manera contínua i amb totes les freqüències del visible, és a dir, que tots els colors estarien presents en el seu espectre d'emissió. Però això no és el que passa en la realitat, sinó que sempre emet uns colors determinats i no hi són la resta de colors. Dit d'una altra manera, un element determinat emet radiacions electromagnètiques de manera discontinua, és a dir, sempre amb unes freqüències fixes. Això sembla donar peu a la idea que, per a cada una de les freqüències que emet l'element, l'energia és emesa en forma de «paquets», tots de la mateixa freqüència. Planck va anomenar *quàntum* a cada un d'aquests paquets.

6. Quins fets experimentals fan que es torni a postular un model corpuscular per a la llum a principis del segle xx? Contradiu aquest model el caràcter ondulatori de la llum?

Els experiments que fan reprendre el model corpuscular de la llum a principis del segle xx són els estudis sobre la radiació d'un cos negre, els espectres d'emissió dels elements, i l'efecte fotoelèctric. En tots aquests fenòmens el que s'estudia és la interacció de la radiació electromagnètica amb la matèria, o, dit d'una altra manera, com té lloc l'absorció i la emissió de la radiació electromagnètica per la matèria. Tots ells s'expliquen admetent que la radiació, quan és absorbida o emesa, ho fa en forma de partícules que primer van ser anomenades *quanta* i, posteriorment, *fotoons*. Aquest nou model per a la llum no entra en contradicció amb la seva naturalesa ondulatoria, ja que, quan la llum es propaga, continua mostrant el seu caràcter ondulatori.

7. La radiació electromagnètica, quan mostra el seu aspecte ondulatori? Quan mostra el seu aspecte corpuscular? Expliqueu-ho detalladament.

Com ja s'ha comentat a la qüestió anterior, la llum mostra el seu caràcter ondulatori quan es propaga, i així, en la seva propagació pateix fenòmens de difracció d'interferència, de reflexió i refracció, de polarització, etc., com qualsevol ona. Per contra, mostra el seu caràcter corpuscular quan interacciona amb la matèria, i així, és absorbida i emesa per aquesta en forma de partícules (fotoons).

8. En què consisteix l'efecte fotoelèctric? Quines aplicacions pràctiques té?

L'efecte fotoelèctric consisteix en l'emissió d'electrons de un material quan és il·luminat amb radiació electromagnètica.

Com aplicacions, entre d'altres, l'efecte fotoelèctric és la base en la producció d'energia elèctrica per radiació solar i de l'aprofitament de l'energia solar. També és utilitzat en diodes fotosensibles (cèl·lules fotovoltaïques) i en electroscoips i electròmetres.



9. En alguns metalls l'efecte fotoelèctric només té lloc amb llum ultraviolada, mentre que en d'altres té lloc amb llum visible. A què és degut aquest fet?

L'efecte fotoelèctric té lloc en els metalls quan la freqüència de la radiació incident supera un cert valor llindar. Aquest valor està relacionat amb el treball d'extracció dels electrons del metall, i té un valor diferent per a cada metall. Per tant, aquells metalls que tinguin un treball d'extracció petit presenten l'efecte fotoelèctric a partir de freqüències que pertanyen a la franja de l'espectre visible. Per contra, aquells metalls que tinguin un treball d'extracció gran no presentaran l'efecte fotoelèctric amb radiacions del visible, sinó només per a freqüències més grans, com per exemple, aquelles que corresponen a la franja de l'espectre corresponent a la radiació ultraviolada.

10. a) Expliqueu breument en què consisteix l'efecte fotoelèctric.

És l'emissió d'electrons que presenta un metall quan sobre ell incideix una radiació electromagnètica (fotons) de freqüència prou alta.

- b) Supposeu que en irradiar un metall amb llum blava es produeix l'efecte fotoelèctric. Discutiu si també es produirà quan irradiem el metall amb llum groga, sabent que la llum groga té una freqüència més baixa que la llum blava. Justifiqueu la resposta.

Que hi hagi efecte fotoelèctric amb llum blava no garanteix que es produeixi també amb llum groga. L'energia $E = h \cdot f$ dels fotons d'aquesta última podria no ser suficient per produir l'efecte fotoelèctric.

11. En un experiment sobre l'efecte fotoelèctric s'ha il·luminat una placa feta d'un cert metall, de freqüència llindar f_0 , amb llum ultraviolada de determinada intensitat, i s'ha mesurat l'energia cinètica màxima dels electrons emesos. Trieu la resposta correcta.

- A. Només es produeix l'efecte fotoelèctric si la freqüència de la radiació incident és, respecte de f_0 :

- a) Més gran.
- b) Més petita.
- c) Sempre hi ha efecte fotoelèctric.

- B. Si es duplica la intensitat de la radiació ultraviolada incident, l'energia cinètica màxima:

- a) Augmenta.
- b) Disminueix.
- c) No varia.

- C. Si es duplica la freqüència de la radiació incident, l'energia cinètica màxima:

- a) Augmenta.
- b) Disminueix.
- c) No varia.

- D. Si es duplica la longitud d'ona de la radiació incident, l'energia cinètica màxima:

- a) Augmenta.
- b) Disminueix.
- c) No varia.

Aplicant el principi de conservació de l'energia i igualant el treball d'extracció a l'energia associada a la freqüència llindar obtenim, per a l'efecte fotoelèctric:

$$h \cdot f = \frac{1}{2} m_e \cdot v_{e \text{ màx}}^2 + h \cdot f_0$$

- A. Per produir l'efecte fotoelèctric ($v_e > 0$) la freqüència de la radiació incident (com observem en la fórmula) ha de ser més gran que f_0 . La resposta correcta és la a).

- B. L'energia cinètica màxima no depèn de la intensitat de la radiació. La resposta correcta és la c).

- C. Com veiem en la fórmula, augmenta. La resposta correcta és la a).

- D. La longitud d'ona és una magnitud inversa a la freqüència, per tant, disminueix. La resposta correcta és la b).

12. Què és el treball d'extracció d'un metall? Com el podem mesurar? Expliqueu-lo amb cert detall.

El treball d'extracció d'un metall és la quantitat mínima d'energia que un electró ha de vèncer per poder escapar de la superfície del metall.

Abans del descobriment de l'efecte fotoelèctric, Edison havia descobert que escalfant un metall a temperatura molt alta s'alliberaven electrons. El treball d'extracció es pot calcular mesurant l'energia (en aquest cas calorífica) aplicada al metall fins que comencen a alliberar-se els electrons.

13. A la figura 8.25 observem que la representació gràfica del potencial de frenada en funció de la freqüència de la radiació incident és una recta.

- a) Què representa el pendent d'aquesta recta. Quin és el seu valor?

El pendent d'aquesta recta és una constant $\left(\frac{h}{e}\right)$ i experimentalment permet calcular la constant de Planck, ja que la càrrega de l'electró, e , és una magnitud coneguda.

- b) Quin és el punt de tall amb l'eix d'abscisses, i què representa aquest punt?

El punt de tall amb l'eix d'abscisses és la freqüència llindar, és a dir, la freqüència mínima amb què hem d'il·luminar el càtode per que hi hagi emissió fotoelectrònica.

- c) Quin és el punt de tall amb l'eix d'ordenades, i què representa aquest punt?

El punt de tall amb l'eix d'ordenades representa el treball d'extracció per unitat de càrrega $\left(\frac{-W_0}{e}\right)$, en altres paraules, el treball d'extracció expressat en eV.

14. Per què en l'efecte fotoelèctric el corrent elèctric no és nul encara que ho sigui el potencial aplicat als elèctrodes?

Si l'energia dels fotons que incideixen sobre la superfície del metall supera el treball d'extracció d'aquest metall, alguns electrons poden escapar-ne, arribar a la placa metàl·lica contrària i tancar el circuit, donant un valor no nul, encara que molt petit, de corrent elèctric.

15. Suposem que una superfície metàl·lica emet fotoelectrons quan s'il·lumina amb llum groga, però que no ho fa quan s'il·lumina amb llum taronja. Hi haurà efecte fotoelèctric en il·luminar la superfície amb llum verda? I amb llum vermella?

D'acord amb la taula 8.1 del llibre, podem ordenar els colors esmentats en ordre creixent de freqüències: vermell, taronja, groc i verd. Si l'efecte fotoelèctric té lloc en aquest metall amb llum groga, però no taronja, deduïm que la freqüència llindar es dona pel color groc. Per tant, l'efecte fotoelèctric tindrà lloc amb llum verda, ja que aquesta té una freqüència més gran que la llum groga. Per contra, l'efecte fotoelèctric no tindrà lloc amb llum vermella, ja que aquesta té una freqüència més petita que la llum groga.

16. Quina o quines de les magnituds següents varien quan un fotó passa d'un medi a un altre: la freqüència, la longitud d'ona, la velocitat, l'energia? Justifiqueu les respostes.

La freqüència no es modifica en variar de medi. Per tant, l'energia que ve donada per $E = hf$ tampoc varia.

En canvi la velocitat sí que varia. En conseqüència, la longitud d'ona $\lambda = \frac{v}{f}$ també varia.

17. Expliqueu breument un fenomen relacionat amb la llum que pugui ser explicat satisfactòriament amb la teoria corpuscular de la llum però no segons la teoria ondulatoria.

Per exemple, l'efecte fotoelèctric que consisteix en l'emissió d'electrons per part d'un metall quan hi incideix llum amb una determinada freqüència. L'existència d'una freqüència llindar, característica de cada metall, a partir de la qual s'observa aquest efecte, no es pot explicar amb la teoria ondulatoria de la llum.

18. Quin significat té la frase «els fotons són partícules de massa en repòs nul·la»?

Aquesta afirmació no vol dir que els fotons no tinguin massa, simplement vol dir que el fotó no pot estar mai en repòs i sempre es mou a la velocitat de la llum c . Tenint en compte l'expressió de la massa en funció de la velocitat, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$,

hem de concloure que, si un fotó pogués romandre en repòs, hauria de tenir una massa no nul·la, ja que, en cas contrari, de l'expressió anterior es deduiria que la seva massa seria infinita, en ser la velocitat del fotó igual a la velocitat de la llum: $v = c$.

19. Segons el model atòmic de Bòhr, els electrons en un àtom ocupen òrbites discretes. És correcta aquesta afirmació? D'acord amb la física quàntica, té sentit el concepte d'òrbita per als electrons lligat a un àtom? Expliqueu-lo detalladament.

D'acord amb la mecànica quàntica, qualsevol partícula participa de la doble dualitat ona-corpuscle. Quan l'electró està lligat a un àtom, podem considerar que té associada una ona que, recordem-ho, representa una certa deslocalització del moviment. Per tant, l'electró no té una trajectòria perfectament definida, ja que no es comporta en rigor com un corpuscle; i hem de concloure que el concepte d'òrbita tal com l'entendem, no té sentit. En aquestes situacions se sol parlar d'orbital de l'electró, entenent-lo com aquella ona que acompanya l'electró i que està restringida a la regió de l'espai al voltant del nucli on hi ha una certa probabilitat que es trobi l'electró.

20. S'acceleren un electró i un protó fins que assoleixen la mateixa energia cinètica. Quina és la relació entre les seves longituds d'ona? Trieu la resposta correcta.

a) 43 b) 23 c) 53

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

L'enunciat ens diu que electró i protó assoleixen la mateixa energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} m_p \cdot v_p^2 \rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}}$$

$$\frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot E_c}{m_p}}{\frac{2 \cdot E_c}{m_e}}} = \sqrt{\frac{m_e}{m_p}}$$

D'altra banda, la hipòtesi de De Broglie, relaciona la longitud d'ona associada a una partícula amb la seva massa i la seva velocitat:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v_e}$$

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v_p}$$

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot v_e} = \frac{m_p}{m_e} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} = \sqrt{1840} \approx 43$$

La resposta correcta és la a).

- 21. Les partícules α són nuclis d'heli i, per tant, consisteixen en una partícula formada per dos protons i dos neutrons; suposeu que una d'aquestes partícules s'accelera, juntament amb un protó, a través de la mateixa diferència de potencial. Quina és la relació entre les seves longituds d'ona?**

Anomenem m_p la massa del protó p^+ . Recordem que el neutró té aproximadament la mateixa massa que el protó i que una partícula α consisteix en una partícula formada per dos protons i dos neutrons. Per tant, la massa m_α d'una partícula α és $m_\alpha = 4 m_p$, mentre que la càrrega d'un protó és e i la d'una partícula α és $2e$, ja que el neutró no té càrrega. Si ambdues partícules s'acceleren a través de la mateixa diferència de potencial V , que suposem constant, podem establir, aplicant el principi de conservació de l'energia:

$$p^+: eV = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}$$

$$\alpha: 2 eV = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} 4 m_p v_\alpha^2 = 2 m_p v_\alpha^2 \rightarrow$$

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{eV}{m_p}}$$

Per calcular la relació entre les longituds d'ona d'ambdues partícules, recordem primer la relació entre aquesta magnitud i la velocitat, $\lambda = \frac{h}{mv}$. Així, podem establir:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p &= \frac{h}{m_p v_p} = \frac{h}{m_p \sqrt{\frac{2 eV}{m_p}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2 eV m_p}{m_p}}} \\ \lambda_\alpha &= \frac{h}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{h}{4 m_p \sqrt{\frac{eV}{m_p}}} = \frac{h}{4 \sqrt{\frac{eV m_p}{m_p}}} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{\frac{h}{\sqrt{\frac{2 eV m_p}{m_p}}}}{\frac{h}{4 \sqrt{\frac{eV m_p}{m_p}}}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{4}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = 2\sqrt{2}$$

- 22. Escriu el principi d'incertesa per a les magnituds conjugades x, p , i demostreu, multiplicant i dividint pel terme $\frac{\Delta p}{2m}$, que les magnituds conjugades E, t també el verifiquen.**

En primer lloc, fixem-nos que l'energia cinètica es pot expressar en funció de la quantitat de moviment:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \Delta E = \frac{\Delta p^2}{2m}$$

Per tant, si partim de l'expressió que estableix el principi d'incertesa i multipliquem, i dividim pel terme $\frac{\Delta p}{2m}$ per fer aparèixer el terme ΔE , tenim que:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p &\geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x \Delta p \cdot \frac{\Delta p}{2m} \cdot \frac{2m}{\Delta p} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\Delta p^2}{2m} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta p} &\geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \frac{\Delta p^2}{2m} \cdot \frac{\Delta x}{\frac{\Delta p}{2m}} \geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \\ \rightarrow \Delta E \cdot \frac{\Delta x}{\Delta v} &\geq \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \end{aligned}$$

Per tant, deduïm que les magnituds energia i temps també verifiquen el principi d'incertesa.

- 23. En quin sentit diem que la física moderna no és mecanicista, mentre que la física clàssica sí que ho és? En quin sentit diem que la física clàssica és determinista, mentre que la física moderna no ho és?**

La física moderna no és mecanicista en el sentit que les lleis de la mecànica de Newton no són aplicables a les situacions que estudia, com, per exemple, les partícules elementals com l'electró i els protons. En canvi, la física clàssica sí que és mecanicista, ja que es basa en les lleis de Newton i només s'aplica a escala macroscòpica, encara que no sempre. La física clàssica és determinista en el sentit que el moviment de qualsevol cos es pot estudiar sempre descrivint-lo en termes d'una trajectòria perfectament definida que permet determinar exactament la posició del cos en tot moment. En canvi, i admetent que qualsevol cos presenta una dualitat ona-corpúscle, la física moderna no permet determinar amb total exactitud la posició d'un cos, ja que l'ona associada al cos introdueix una certa deslocalització de la posició; aquesta propietat de la matèria queda reflectida en el principi d'incertesa de Heisenberg, però només es fa patent a escala microscòpica.

- 24. Per què segons la teoria de la relativitat el temps no és absolut, sinó que depèn del sistema de referència? Quines conseqüències té aquest fet?**

Segons la teoria de la relativitat, el temps no és una magnitud absoluta. Això vol dir que l'interval de temps que hi ha entre dos successos determinats té una durada diferent quan s'observa des de diversos sistemes de referència que estiguin en moviment relatiu.

Aquest fet és una conseqüència del segon postulat de la relativitat restringida, que afirma que tot observador mesura el mateix valor de la velocitat de la llum. Recordem que la noció que teniu de temps, i que es posa en evidència amb la manera en què el mesurem, ve donada per la durada d'algun esdeveniment determinat (per exemple, pel període d'oscil·lació d'un pèndol, com ho fa un rellotge clàssic, o d'un cristall de quars, com ho fa un rellotge digital). La invariança de la velocitat de la llum ens porta a concloure que el temps no pot ser considerat com a invariant i absolut, sinó que, tal com també passa amb les mesures de les coordenades espacials, depèn del sistema de referència.

25. Quines magnituds són absolutes en la dinàmica de Newton?

En la dinàmica de Newton (dinàmica clàssica) les magnituds que són absolutes són el temps i la massa; així, la dinàmica clàssica considera que el temps és el mateix a tot l'Univers, és a dir, per a tots els observadors. La massa també és un concepte absolut en la dinàmica clàssica, ja que qualsevol cos sempre té la mateixa massa independentment de l'observador. Aquestes magnituds deixen de ser absolutes per a la física moderna.

26. Què passa amb la massa d'una partícula quan n'augmenta l'energia cinètica?

Si augmentem l'energia cinètica d'una partícula vol dir que augmenta la seva velocitat, i, d'acord amb la física moderna, la seva massa també ha d'augmentar. Recordem que aquest augment només es fa palès per a velocitats properes a la de la llum, i només s'ha observat treballant amb partícules elementals que han estat accelerades fins a velocitats properes a la de la llum. A la nostra vida quotidiana aquest augment passa desapercebut perquè les velocitats implicades són molt més petites que la de la llum, i podem aplicar la dinàmica newtoniana.

27. Proposa un argument que demostrï que és impossible accelerar un objecte de massa m a la velocitat de la llum, encara que hi actuï contínuament una força a sobre.

Si considerem l'expressió d'augment de la massa amb la velocitat proposada per Einstein, veiem que si un cos pogués anar a la velocitat de la llum tindria una massa infinita, ja que, en aquest cas, el denominador d'aquesta expressió s'anul·la i dona un valor infinit per a la massa. Deduïm, per tant, que és impossible que un cos vagi a la velocitat de la llum, sempre ha d'anar a una velocitat inferior; només els fotons van a aquesta velocitat.

Un argument intuïtiu que demostra aquest fet és el següent: suposem que fem contínuament una força sobre un cos; d'acord amb la segona llei de Newton ($F = ma$), el cos s'accelera, és a dir, va augmentant la seva velocitat i, per tant, el que estem fent és augmentar la seva energia cinètica. Donat que, d'acord amb la física moderna, l'energia és una de les formes en què es pot presentar la massa, deduïm que la massa del cos va augmentant a mesura que augmenta la seva energia cinètica. És a dir, com més velocitat tingui el cos, més massa tindrà, i, per tant, d'acord amb la segona llei de Newton, cada vegada serà més petita l'acceleració que podrà assolir el cos amb la força efectuada, és a dir, més costarà accelerar-lo fent aquesta força.

Així doncs, l'acceleració del cos va tendint a zero a mesura que augmenta la seva velocitat, de manera que arribarà un moment en què la massa ja haurà assolit un valor tant gran que l'acceleració que pot aconseguir el cos és insignificant i ja no el podrà fer augmentar de velocitat de manera significativa. Deduïm que, en tendir l'acceleració a zero, la velocitat tendeix a un valor límit que no pot ser sobrepassat, ni tant sols assolit. Aquest valor límit de la velocitat és, precisament, la velocitat de la llum.

□ Problemes

1. En un experiment com el de Young s'il·luminen les esclatxes amb llum monocromàtica de longitud d'ona $4,95 \cdot 10^{-7}$ m. Si situem la pantalla a 1,5 m de les esclatxes, que estan separades per una distància de 0,2 mm, quina separació entre franges observarem?

$$\lambda = 4,95 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$d = 1,5 \text{ m}$$

$$a = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Apliquem l'expressió corresponent:

$$\Delta x = \frac{d\lambda}{a} = \frac{1,5 \cdot 4,95 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-4}} = 3,71 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3,71 \text{ mm}$$

2. Efectuem un experiment similar al de Young per determinar la longitud d'ona de la radiació ultraviolada que emet un determinat gas quan s'excita amb un corrent elèctric. La pantalla consisteix en una placa fotogràfica, que és impressionada per la radiació ultraviolada emesa pel gas; una vegada revelada, s'observa que la separació entre franges és de 3 mm. Si la separació entre les esclatxes és de 0,25 mm i la pantalla hi està situada a 2,2 m, quina és la longitud d'ona de la radiació?

$$\Delta x = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$a = 0,25 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$d = 2,2 \text{ m}$$

Apliquem l'expressió $\Delta x = \frac{d\lambda}{a}$ i aïllem λ :

$$\Delta x = \frac{d\lambda}{a} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{\Delta x a}{d} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}}{2,2} = 3,41 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

3. S'il·lumina una xarxa de difracció de 1500 ratlles/mm, amb llum blanca, i s'observa el patró d'interferències corresponent a 90 cm de la xarxa.

A. La separació entre màxims d'interferència és de:

a) 0,56 m

b) 1,52 m

c) 0,74 m

La resposta correcta és la c).

- B. La separació entre un màxim per al color groc ($\lambda = 575 \text{ nm}$) i el següent màxim consecutiu del color blau ($\lambda = 475 \text{ nm}$) és de:

a) 0,51 m

b) 0,65 m

c) 0,82 m

La resposta correcta és la a).

C. La separació entre un màxim per al color taronja ($\lambda = 610 \text{ nm}$) i el següent mínim consecutiu del color violeta ($\lambda = 410 \text{ nm}$) és de:

- a) 0,32 m
- b) 0,56 m
- c) 1,03 m

La resposta correcta és la b).

4. El radar d'un aeroport funciona a una freqüència central de 10 500 GHz. Si la potència mitjana del radar és de 15 kW, quants fotons emet en un minut? Quina quantitat de moviment té cada fotó?

Emet $1,29 \cdot 10^{26}$ fotons/min

$$p = 2,32 \cdot 10^{-29} \text{ N}\cdot\text{s}$$

5. Es defineix el potencial d'ionització d'un element com l'energia que ha d'absorbir l'electró de l'últim nivell d'un àtom de l'element per escapar-ne. Calculeu quina ha de ser la freqüència i la longitud d'ona dels fotons que poden ionitzar els elements següents:

Expressem les energies en J i apliquem l'expressió de Planck.

a) Rubidi, de potencial d'ionització 4,18 eV.

$$E_1 = 4,18 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,688 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = hf \rightarrow f_1 = \frac{E}{h} = \frac{6,688 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,01 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{1,01 \cdot 10^{15}} = 2,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

b) Fluor, de potencial d'ionització 17,42 eV.

$$E_2 = 17,42 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,787 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$f_2 = \frac{2,787 \cdot 10^{-18}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 4,21 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,21 \cdot 10^{15}} = 7,13 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

c) Carboni, de potencial d'ionització 11,26 eV.

$$E_3 = 11,26 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1,8016 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$f_3 = \frac{1,8016 \cdot 10^{-18}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 2,72 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\lambda_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{2,72 \cdot 10^{15}} = 1,10 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

6. Les característiques d'un làser comercial d'infrarojos ens indiquen que pot donar una potència màxima del feix làser de 250 mW amb una longitud d'ona de 1060 nm. Determineu la quantitat de moviment i l'energia de cada fotó del feix, i el nombre de fotons que dona en mitja hora.

$$p = 6,25 \cdot 10^{-28} \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$E = 1,15 \text{ eV}$$

$$2,4 \cdot 10^{21} \text{ fotons}$$

7. La superfície d'un metall sotmès a una temperatura alta emet radiació electromagnètica de diverses freqüències, la màxima de les quals és de $7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Trieu la resposta correcta.

A. A quina franja de l'espectre pertany aquesta radiació?

- a) Visible, color blau.
- b) Ultraviolat.
- c) Microones.

Com que la freqüència màxima és de $7,5 \cdot 10^{14}$, és radiació visible, color blau. Les freqüències superiors a aquesta ja formen part de la radiació ultraviolada. La resposta correcta és la a).

B. Quina és la longitud d'ona d'aquesta radiació?

- a) $2 \cdot 10^7 \text{ m}$
- b) $4 \cdot 10^7 \text{ m}$
- c) $8 \cdot 10^7 \text{ m}$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^{14}} = 4 \cdot 10^{-7}$$

La resposta correcta és la b).

C. Quina potència emet si suposem que desprèn $2 \cdot 10^{20}$ fotons cada hora tots amb la mateixa freqüència?

- a) 27,58 μW
- b) 27,58 W
- c) 27,58 mW

$$E = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,5 \cdot 10^{14} = 4,9 \cdot 10^{-19} \text{ J (un fotó)}.$$

$$2 \cdot 10^{20} \frac{\text{fotons}}{\text{h}} = 2 \cdot 10^{20} \frac{\text{fotons}}{1 \text{ hora}} \cdot \frac{1 \text{ hora}}{3600 \text{ s}} = 5,56 \cdot 10^{16} \text{ fotons/s}$$

Multipliant el nombre de fotons per segon per la quantitat d'energia de cada fotó, expressada en Joules, obtindrem la potència en watts:

$$5,56 \cdot 10^{16} \cdot 4,97 \cdot 10^{-19} = 0,02758 \text{ W} = 27,58 \text{ mW}$$

La resposta correcta és la c).

D. La quantitat de moviment d'un fotó d'aquesta freqüència és:

- a) $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ N}\cdot\text{s}$
 b) $2,34 \cdot 10^{-27} \text{ N}\cdot\text{s}$
 c) $5,89 \cdot 10^{-27} \text{ N}\cdot\text{s}$

La quantitat de moviment d'un fotó és: $p = \frac{E}{c}$

$$p = \frac{4,97 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ N}\cdot\text{s}$$

La resposta correcta és la a).

E. Quants fotons emet en 15 minuts si la potència emesa disminueix a la tercera part?

- a) $0,75 \cdot 10^{19}$
 b) $1,25 \cdot 10^{19}$
 c) $2,50 \cdot 10^{19}$

La potència disminueix una tercera part:

$$\frac{0,02758}{3} = 9,19 \cdot 10^{-3} \text{ J/s (W)}$$

Dividint per l'energia de cada fotó (apartat c)) obtindrem el nombre de fotons emesos en 1 segon:

$$\frac{9,19 \cdot 10^{-3}}{4,97 \cdot 10^{-19}} = 1,85 \cdot 10^{16} \text{ fotons/s}$$

Multiplicant per 900 s (15 minuts) obtenim el nombre de fotons en un quart d'hora:

$$1,85 \cdot 10^{16} \text{ (fotons/s)} \cdot 900 \text{ s} = 1,66 \cdot 10^{19} \text{ fotons}$$

8. L'efecte fotoelèctric amb llum groga, $\lambda = 5900 \text{ Å}$, deixa de tenir lloc quan la tensió del generador val $-1,5 \text{ V}$. Calculeu:

a) L'energia cinètica màxima dels fotoelectrons.

$$V_0 = 1,5 \text{ V} \rightarrow E_c = eV_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,5 \text{ eV}$$

b) La freqüència llindar.

$$hf - hf_0 = E_c \rightarrow f_0 = f - \frac{E_c}{h} \rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda} - \frac{E_c}{h}$$

Com que $\lambda = 5900 \text{ Å} = 5,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, tenim:

$$f_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,9 \cdot 10^{-7}} - \frac{2,4 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,46 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

c) El treball d'extracció.

$$W_0 = hf_0 \rightarrow W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 1,46 \cdot 10^{14} = 9,66 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,6 \text{ eV}$$

9. En un tub de descàrrega cal aplicar una tensió inversa de $3,5 \text{ V}$ per anul·lar el corrent elèctric quan s'il·lumina amb llum blava de longitud d'ona 470 nm . Determineu la màxima longitud d'ona a la qual deixa d'haver-hi emissió de fotoelectrons.

$$\lambda = 8,81 \text{ μm}$$

10. El treball d'extracció per al sodi és de $2,5 \text{ eV}$. Calculeu la freqüència llindar i la longitud d'ona corresponent.

$$W_0 = 2,5 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = hf_0 \rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4 \cdot 10^{-19}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 6,04 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{6,04 \cdot 10^{14}} = 4,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

11. En una cèl·lula fotoelèctrica il·luminem el càtode amb llum verda, de longitud d'ona 5500 Å , i s'origina un corrent elèctric. Calculeu el treball d'extracció de l'electró i la seva velocitat màxima, sabent que el corrent es deté quan el potencial invers és de $0,95 \text{ V}$, i que la massa de l'electró és de $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

En primer lloc determinem la velocitat màxima v :

$$V_0 = 0,95 \text{ V} \rightarrow E_c = eV_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,95 = 1,52 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Com que } m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \rightarrow E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,52 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,78 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\text{D'altra banda, } \lambda = 5500 \text{ Å} \cdot \frac{10^{-10}}{1 \text{ Å}} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m, i}$$

$$\left. \begin{aligned} W_0 &= hf_0 \\ hf - hf_0 &= E_c \end{aligned} \right\} W_0 = hf - E_c = h \frac{c}{\lambda} - E_c \rightarrow$$

$$W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} - 1,52 \cdot 10^{-19} = 2,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

12. S'il·lumina una làmina de plata, de freqüència llindar $1,14 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, amb llum ultraviolada de longitud d'ona 190 nm . Trieu la resposta correcta:

A. La màxima longitud d'ona perquè es produeixi efecte fotoelèctric a la plata és:

- a) 156 nm
 b) 263 nm
 c) 326 nm

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,14 \cdot 10^{15}} = 263 \text{ nm}$$

La resposta correcta és la b).

B. El treball d'extracció val:

- a) 6,53 eV
- b) 4,72 eV
- c) 1,82 eV

$$W_0 = h \cdot f_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,14 \cdot 10^{15} = 7,59 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot (1 \text{ eV} / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) = 4,72 \text{ eV}$$

La resposta correcta és la b).

C. L'energia cinètica màxima amb què surten els electrons emesos és:

- a) 6,53 eV
- b) 4,72 eV
- c) 1,82 eV

L'energia cinètica dels electrons és la diferència entre l'energia proporcionada pels fotons i el treball d'extracció (4,72 eV):

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{190 \cdot 10^{-9}} = 1,05 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 6,54 \text{ eV}$$

Per tant:

$$6,54 \text{ eV} - 4,72 \text{ eV} = 1,82 \text{ eV}$$

La resposta correcta és la c).

D. El potencial invers de frenada val:

- a) 6,53 V
- b) 4,72 V
- c) 1,82 V

El potencial de frenada correspon numèricament a l'energia cinètica màxima en eV (1,82 V).

La resposta correcta és la c).

13. El feix d'un làser de 5 mW s'utilitza per produir efecte fotoelèctric en un elèctrode de potassi, metall que té una energia d'extracció de 2 eV. Si el làser emet radiació amb una longitud d'ona de 5970 Å, calculeu:

Expressem les dades en unitats del SI:

$$P = 5 \text{ mW} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$\lambda = 5970 \text{ Å} = 5,97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

a) El nombre de fotons que emet el làser en un segon.

Calculeu l'energia total emesa pel làser en 1 s:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta t = 1 \text{ s} \\ P = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W} \end{array} \right\} E = P \Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Amb l'expressió de Planck, $E_1 = hf$, calculem el nombre de fotons n tenint en compte que l'energia del conjunt ha de ser E_1 :

$$E = nE_1 \rightarrow E = nhf = nh \frac{c}{\lambda} \rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} \rightarrow$$

$$n = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 5,97 \cdot 10^{-7}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1,50 \cdot 10^{16} \text{ fotons}$$

b) La velocitat màxima dels fotoelectrons.

$$W_0 = 2 \text{ eV} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = hf - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$E_c = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,97 \cdot 10^{-7}} - 3,2 \cdot 10^{-19} = 1,27 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-20}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

14. La superfície d'un metall ha estat il·luminada amb llum de longituds d'ona diferents, i s'han mesurat els potencials de frenada corresponents. Els resultats obtinguts han estat els següents:

λ (10^{-7} m)	3,71	4,21	4,80	5,16	5,54
V_0 (V)	1,43	1,03	0,66	0,49	0,34

Representeu gràficament els potencials de frenada en front de les freqüències i calculeu:

En primer lloc, calculem les freqüències f corresponents a cada

longitud d'ona: $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$\lambda_1 = 3,71 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{3,71 \cdot 10^{-7}} = 8,09 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

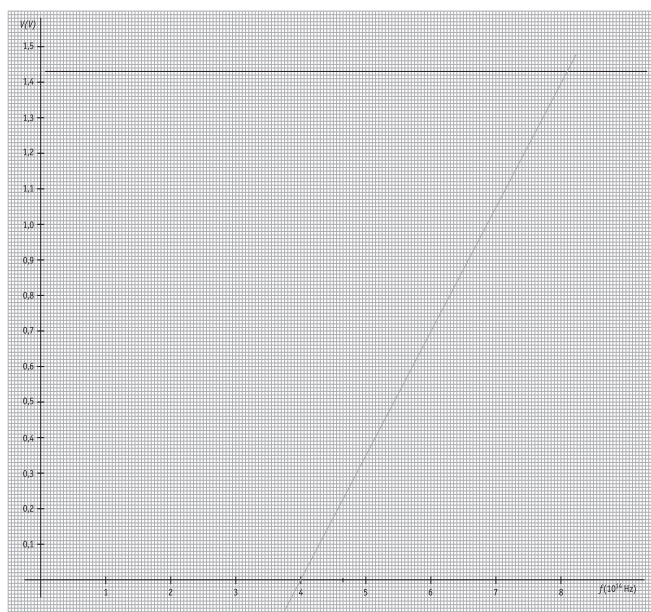
$$\lambda_2 = 4,21 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,21 \cdot 10^{-7}} = 7,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_3 = 4,80 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_3 = \frac{3 \cdot 10^8}{4,80 \cdot 10^{-7}} = 6,25 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_4 = 5,16 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_4 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,16 \cdot 10^{-7}} = 5,81 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda_5 = 5,54 \cdot 10^{-7} \rightarrow f_5 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,54 \cdot 10^{-7}} = 5,42 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

A continuació, representem v_0 en front de f :



a) La freqüència llindar.

La freqüència llindar f_0 és el punt de tall de la recta anterior amb l'eix X (eix de les f). Del gràfic anterior, deduïm que $f_0 = 4,65 \cdot 10^{14}$ Hz.

b) L'energia mínima necessària per arrancar un electró.

$$E_0 = hf_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 4,65 \cdot 10^{14} = 3,0783 \cdot 10^{-19} = 1,924 \text{ eV}$$

c) El quocient h/e .

El pendent de la recta és el terme $\frac{h}{e}$, que calculat sobre la gràfica dóna un valor de:

$$\frac{h}{e} = 4,08 \cdot 10^{-15} \text{ J} \cdot \text{s/C}$$

15. Calculeu la longitud d'ona associada als cossos en moviment següents. Atenent als resultats que s'obtenen, quina conclusió podem extreure'n?

Apliquem en tots els casos l'expressió de De Broglie.

a) Un automòbil de 300 kg de massa que va a una velocitat de 120 km/h.

$$\left. \begin{array}{l} m = 300 \text{ kg} \\ v = 120 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{300 \cdot 35} = 6,31 \cdot 10^{-38} \text{ m}$$

b) La bala d'un fusell, de 15 g de massa, quan surt d'aquest a una velocitat de 250 m/s.

$$\left. \begin{array}{l} m = 15 \text{ g} = 0,015 \text{ kg} \\ v = 250 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{0,015 \cdot 250} = 1,76 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

c) Un electró que es mou a una velocitat de $0,5c$.

$$\left. \begin{array}{l} m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ v = 0,5 \end{array} \right\}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 0,5 \cdot 3 \cdot 10^8} = 4,84 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Podem concloure que les longituds d'ona de les ones associades són molt petites. La més gran correspon a l'electró i és de l'ordre de l'àngstrom, per això s'utilitzen per a l'estudi de xarxes cristal·logràfiques, ja que la separació entre àtoms és $\approx 10^{-10}$ m.

16. Podem considerar que la velocitat mitjana dels electrons que es mouen per dintre d'un conductor metàl·lic val aproximadament 10^{-4} m/s, encara que aquest valor depengui de la intensitat de corrent i del tipus de conductor. Quina longitud d'ona tenen els electrons a aquesta velocitat?

$$\left. \begin{array}{l} v = 10^{-4} \text{ m/s} \\ m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{array} \right\}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = 7,27 \text{ m}$$

17. En un experiment de difracció amb electrons es bombardeja amb aquestes partícules una mostra d'una substància pura. Si la distància mitjana entre els àtoms de la xarxa cristal·lina de la substància és de 150 pm, amb quina diferència de potencial cal accelerar els electrons per tal que la seva longitud d'ona tingui unes dimensions comparables a la separació entre àtoms?

$$\Delta V = 67 \text{ V}$$

18. Un protó i un petit cos esfèric de massa 5 g i càrrega 250 nC són accelerats a través de la mateixa diferència de potencial de 500 V. Determineu la longitud d'ona d'aquests dos cossos i justifiqueu en quin cas es fa patent el comportament ondulatori.

$$\lambda_1 = 1,28 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 5,92 \cdot 10^{-31} \text{ m}$$

19. Es mesura una longitud d'ona per a una partícula α de 0,55 pm. Trieu la resposta correcta.

A. L'energia cinètica de la partícula és:

- a) 68 eV
- b) 6,8 eV
- c) 0,68 keV

B. La velocitat de la partícula val:

- a) $1,80 \cdot 10^5$ m/s
- b) $1,80 \cdot 10^3$ m/s
- c) 1,80 m/s

C. La tensió que l'ha accelerat és:

- a) 189 V
- b) 45 V
- c) 338 V

Primer calculem la velocitat, seguint la fórmula de De Broglie

$$\lambda_{\alpha} = \frac{h}{m_{\alpha} \cdot v_{\alpha}} \rightarrow v_{\alpha} = \frac{h}{m_{\alpha} \cdot \lambda_{\alpha}}$$

Les dades son:

$$E_c = 2,04 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$\lambda_{\alpha} = 0,55 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$m_{\alpha} = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$$

Per tant:

$$v_{\alpha} = 1,80 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

D'altra banda:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

En el nostre cas, substituint les dades anteriors:

$$E_c = 1,08 \cdot 10^{-20} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 680 \text{ eV} = 0,68 \text{ keV}$$

Per calcular el potencial de frenada utilitzarem l'expressió:

$$q \cdot V = E_c$$

Com la càrrega de la partícula alfa és +2:

$$V = \frac{E_c}{2} = 340 \text{ V}$$

Per tant:

A. La resposta correcta és la c).

B. La resposta correcta és la a).

C. La resposta correcta és la c).

20. Els fotons d'una de les radiacions electromagnètiques emeses pels àtoms d'hidrogen quan es desexciten, tenen una energia de 12,73 eV. Determineu:

a) La quantitat de moviment i la longitud d'ona d'un d'aquests fotons emesos. Pertanyen a la franja del visible?

$$\text{La quantitat de moviment: } p = \frac{E}{c}$$

$$E = 12,73 \text{ eV} = 12,73 \text{ eV} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}) = 2,04 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$p = \frac{2,04 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 6,8 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 6,8 \cdot 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$\text{La longitud d'ona: } \lambda = \frac{h}{p} = 98 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 98 \text{ nm}$$

No pertany a la radiació visible, ja que aquesta correspon a longituds d'ona entre $4 \cdot 10^2$ nanòmetres i $7,8 \cdot 10^2$ nanòmetres. És radiació ultraviolada.

b) La quantitat de moviment i la velocitat amb què retrocedeix un àtom excitat en repòs que emet un d'aquests fotons.

Com que l'àtom excitat està en repòs per a que es conservi la quantitat de moviment, la quantitat de moviment de l'àtom serà igual en mòdul a la del fotó emès:

$$p_h = 6,8 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 6,8 \cdot 10^{-27} \text{ N} \cdot \text{s}$$

D'altra banda, la massa de l'àtom d'hidrogen és:

$$m_h = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Com que $p = m \cdot v$, la velocitat de retrocés serà: $v_h = 4 \text{ m/s}$.

c) La longitud d'ona de De Broglie de l'àtom desexcitat.

$$\lambda_h = \frac{h}{m_h \cdot v_h} = 97 \text{ nm} = 9,74 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

21. Un electró és a l'interior d'una esfera buida de radi 2 cm. Si no es coneix la seva posició exacta:

$$R = \Delta x = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

a) Quina és la mínima incertesa en la seva velocitat?

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta x m \Delta v = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta v = \frac{h}{2\pi m \Delta x}$$

$$\Delta v = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 5,78 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

b) Quina és la mínima incertesa en la seva energia si la incertesa en l'interval de temps és de 3 ms?

$$\Delta t = 3 \text{ ms} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Delta E \Delta t = \frac{h}{2\pi} \rightarrow \Delta E = \frac{h}{2\pi \Delta t} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 3,51 \cdot 10^{-32} \text{ J}$$

c) Quines conclusions extraïem dels resultats anteriors?

Deduïm que la incertesa en la velocitat és relativament gran, per la qual cosa la velocitat està força indefinida. Per contra, la incertesa en l'energia és petitíssima, pràcticament nul·la, i, així, el valor de l'energia es pot conèixer amb total exactitud.

22. S'accelera un feix d'electrons a través d'una diferència de potencial de 5000 V. Quan es mesura la velocitat, es troba que la incertesa que s'ha comès en la mesura és del 0,02%. Quina és la mínima incertesa en la posició? Si s'accelerés un feix de protons a través de la mateixa diferència de potencial i la incertesa en la velocitat tingués el mateix percentatge, quina seria ara la mínima incertesa en la posició?

$$\Delta x_1 = 1,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 3,22 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

23. Els mesons pi (o pions) són partícules elementals originades en alguns processos nuclears i es desintegren ràpidament en altres partícules. Una d'aquestes partícules triga $2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ a desintegrar-se quan s'observa des d'un sistema en el qual la partícula està en repòs. Quan triga a desintegrar-se quan s'observa des d'un sistema en el qual el mesó viatja a una velocitat de $\frac{3c}{5}$?

En el sistema S respecte del qual el pió està en repòs, aquest triga a desintegrar-se un temps de $t = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$.

Per calcular el temps t' que triga a desintegrar-se el pió quan s'observa des del sistema S' que es mou a velocitat $v = \frac{3c}{5}$, apliquem la transformació de Lorentz per al temps:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t}{\sqrt{1 - \left(\frac{3c}{5}\right)^2}} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{1 - \frac{9}{25}}} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s} \end{aligned}$$

24. Un astronauta marxa a l'espai l'endemà del dia de l'aniversari del seu fill, que ha fet dos anys. Després de tres anys de viatge per l'espai, mesurats respecte del sistema de referència de l'astronauta, torna a la Terra el dia que el seu fill fa deu anys. A quina velocitat mitjana ha estat viatjant l'astronauta?

Amb les dades que es donen, tenim que:

$$t = 3 \text{ anys (temps propi de l'astronauta)}$$

$$t' = 10 \text{ anys} - 2 \text{ anys} = 8 \text{ anys}$$

Per tant:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 8 = \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \\ &\rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{3}{8} \rightarrow \\ &\rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{3}{8}\right)^2 \rightarrow \\ v^2 &= c^2 \left(1 - \frac{9}{64}\right) \rightarrow v = 0,927 c \end{aligned}$$

25. Una nau espacial, de longitud pròpia 25 m, passa ràpidament per sobre d'una estació espacial en òrbita al voltant de la Terra. Si considerem l'estació en repòs i la nau passa a una velocitat de $0,45 c$ respecte d'aquesta, quina longitud mesura un astronauta que és a dins de l'estació?

Apliquem l'expressió de Lorentz per a la contracció de la longitud:

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= 25 \text{ m (longitud pròpia)} \\ v &= 0,45 c \end{aligned} \right\}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 25 \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,45c)^2}{c^2}} = 22,32 \text{ m}$$

26. Un protó en repòs es desintegra amb un antiprotó i donen lloc a dos fotons idèntics. Determineu les energies dels fotons i les seves freqüències i longituds d'ona tenint en compte que tota la massa de les partícules inicials es converteix en energia.

Dada: la massa del protó és igual que la de l'antiprotó, de valor $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Tota la massa de les dues partícules inicials, $2m$, es converteix íntegrament en energia dels 2 fotons. Per tant, com que aquests són idèntics, tenim que:

$$2E = (2m) c^2 \rightarrow$$

$$E = mc^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,503 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Per calcular la freqüència de cada fotó, apliquem l'expressió de Planck:

$$E = hf \rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{1,503 \cdot 10^{-10}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 2,2704 \cdot 10^{23} \text{ Hz}$$

Finalment, calculem λ :

$$c = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,2704 \cdot 10^{23}} = 1,3214 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Aquests fotons pertanyen a la zona de l'espectre corresponent als raigs γ .

27. La massa en repòs d'un electró és de $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Quina és la massa relativista que té si la velocitat que duu és de $0,7c$?

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,7^2 c^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,7^2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow m = 1,27 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

28. Per a un electró que s'accelera fins a arribar a una velocitat de $0,6c$, compareu l'energia cinètica relativista amb el valor donat per la mecànica de Newton.

$$E_c = (m - m_0) c^2 \rightarrow \text{Relativista}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 1,14 \cdot 10^{-30} \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{rel}}} = (1,14 \cdot 10^{-30} - 9,1 \cdot 10^{-31}) (3 \cdot 10^8)^2 = 2,07 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{no rel}}} = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (0,6 \cdot 3 \cdot 10^8)^2 = 1,47 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

29. Si en un experiment físic es necessita incrementar en un 15% la massa d'una partícula respecte del seu valor en repòs, quina velocitat s'ha de comunicar a la partícula? Expressu el resultat en termes de la velocitat de la llum.

Busquem primer la massa de la partícula en funció de la seva massa en repòs:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{15}{100} m_0 \rightarrow m = \frac{115}{100} m_0$$

Busquem ara la velocitat associada a aquest valor de massa:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$\frac{115}{100} m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{100}{115} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{100^2}{115^2} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{100^2}{115^2}$$

Per tant, obtenim:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{100^2}{115^2}} = 0,49c$$

30. La quantitat de moviment $\vec{p}$ en la teoria de la relativitat es defineix com a $\vec{p} = m\vec{v}$. Calculeu el mòdul de la quantitat de moviment d'una partícula de massa en repòs igual a $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg que es mou a una velocitat d' $1,87 \cdot 10^8$ m/s. Quin error relatiu es tindria si es prengués com a valor de p el calculat segons la física clàssica?

El mòdul de la quantitat de moviment d'aquesta partícula d'acord amb la física relativista és:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,87 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - \left(\frac{1,87 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} =$$

$$= 2,18 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

En canvi, d'acord amb la física clàssica, val:

$$p = mv = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,87 \cdot 10^8 = 1,70 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Per tant, l'error relatiu és:

$$E_{\text{relatiu}} = \frac{p_{\text{relativista}} - p_{\text{clàssica}}}{p_{\text{relativista}}} = \frac{2,18 - 1,70}{2,18} = 22\%$$

31. Un satèl·lit ($m_0 = 325$ kg) es desplaça sobre la seva òrbita a una velocitat $v = 1$ km/s. Quin augment de massa li veu un observador que es troba fix respecte del sistema Terra?

$$m_0 = 325 \text{ kg} \quad E_c = \Delta m c^2 \quad v = 1000 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \cdot 325 \cdot 1000^2 = 1,625 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$\Delta m = \frac{E_c}{c^2} = \frac{1,625 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

32. L'energia d'un electró en repòs és de $8,18 \cdot 10^{-14}$ J. Calculeu l'energia cinètica d'un electró en moviment amb una velocitat $v = 0,5c$.

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= m_0 c^2 \\ E_c &= \frac{1}{2} m_0 v^2 \\ E &= \Delta m c^2 \end{aligned} \right\}$$

$$m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{8,18 \cdot 10^{-14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - \frac{0,5^2 c^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{9,1 \cdot 10^{-31}}{\sqrt{1 - 0,5^2}} = 1,05 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$E = \Delta m c^2 = (1,05 \cdot 10^{-30} - 9,1 \cdot 10^{-31}) (3 \cdot 10^8)^2 \rightarrow$$

$$E = 1,26 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

33. L'energia total d'un protó és dues vegades l'energia que té en repòs. Si la massa del protó és de $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, calculeu:

a) L'energia en repòs del protó.

$$E_0 = m_0 c^2 = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \rightarrow E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

b) La velocitat del protó.

$$2E_0 = mc^2 \rightarrow m = \frac{2E_0}{c^2} \rightarrow m = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-10}}{(3 \cdot 10^8)^2} \rightarrow$$

$$m = 3,33 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow 3,33 \cdot 10^{-27} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{3,33 \cdot 10^{-27}} = 0,5 \rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,5^2$$

$$\rightarrow v = c \sqrt{1 - 0,5^2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - 0,5^2} = 2,60 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

c) L'energia cinètica del protó.

$$E_c = 2E_0 - E_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$