

## Unitat 4. Electromagnetisme I

### Activitats

1. Un imant atrau una peça de ferro. Aleshores el ferro pot atraure una altra peça de ferro. Podeu donar una explicació d'aquest fenomen?

Quan un imant natural atrau un tros de ferro, aquest s'ima, és a dir, el moments bipolars magnètics s'arreglen en una direcció determinada; aleshores el tros de ferro manifesta el caràcter magnètic, o sigui, es converteix en un altre imant.

2. Quines d'aquestes sis afirmacions són certes i quines són falses?

Una càrrega en repòs només pot crear un camp elèctric. Quan es mou, pot crear un camp elèctric i magnètic, és a dir, un camp electromagnètic.

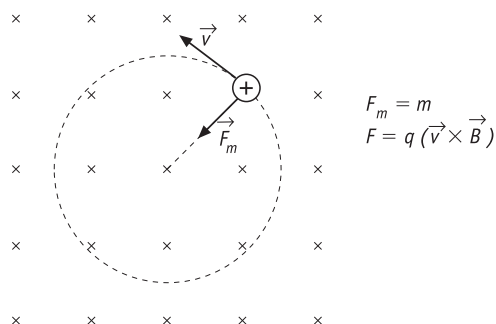
- a) Una càrrega elèctrica en repòs crea: 1) només camp elèctric, 2) només camp magnètic, 3) un camp elèctric i un camp magnètic.

- 1) Certa
- 2) Falsa
- 3) Falsa

- b) Una càrrega elèctrica en moviment crea: 4) només camp elèctric, 5) només camp magnètic, 6) un camp elèctric i un camp magnètic.

- 4) Falsa
- 5) Falsa
- 6) Certa

3. Per què la força que rep una càrrega a causa d'un camp magnètic no fa treball?



Perquè la força magnètica és igual a la força centrípeta. Recordeu que la força centrípeta va dirigida cap al centre de la trajectòria circular.

En la figura il·lustrem la situació d'un camp magnètic uniforme perpendicular al paper i una càrrega  $Q$  que gira en una trajectòria circular.

El treball realitzat és zero, ja que la força és en tot moment perpendicular al vector desplaçament:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

4. El camp magnètic, pot fer variar l'energia cinètica d'una càrrega?

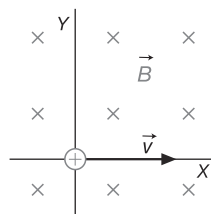
En la qüestió anterior hem dit que la força magnètica no realitza treball. D'altra banda, tenim que:

$$W = \Delta E_c = 0$$

Per tant, no hi ha variació d'energia cinètica.

5. Es llança un protó amb una velocitat de  $3 \cdot 10^4$  m/s perpendicularment a un camp magnètic uniforme d'intensitat 0,4 T. Calculeu la força que rep la càrrega en aquest instant.

$$\text{Dada: } Q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$



Amb l'expressió  $\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$  calculem la força que rep la partícula:

$$\vec{F} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} = 1,9 \cdot 10^{-15} \vec{j} \text{ N}$$

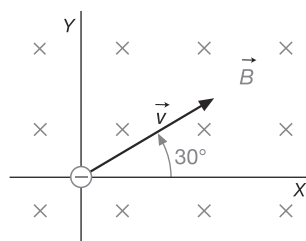
6. El camp magnètic pot fer variar la quantitat de moviment d'una càrrega?

Sí que fa variar la quantitat de moviment.

En el cos del camp magnètic uniforme de la figura de l'activitat 3, la càrrega gira en una trajectòria circular amb velocitat constant. La velocitat és constant en mòdul, però no en direcció. Per tant, la quantitat de moviment de la càrrega varia vectorialment, encara que el seu mòdul sigui constant.

7. Es llança un electró amb una velocitat de  $5 \cdot 10^5$  m/s perpendicularment a un camp magnètic uniforme d'intensitat 0,4 T. Calculeu la força que rep la càrrega en aquest instant.

$$\text{Dada: } |Q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$





Utilitzem la mateixa expressió que en el problema anterior:

$$\vec{F} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 \cdot \cos 30^\circ & 5 \cdot 10^5 \cdot \sin 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} =$$

$$= (1,60 \cdot 10^{-14} \vec{i} - 2,77 \cdot 10^{-14} \vec{j}) \text{ N}$$

8. S'allibera un protó des del repòs en una regió on hi ha un camp elèctric i un camp magnètic paral·lels i uniformes. Com es mourà el protó? I un electró?

El camp elèctric farà moure la càrrega  $Q$  amb moviment uniforme accelerat:

$$\vec{F} = Q\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{Q\vec{E}}{m}$$

El camp magnètic, que actua en la mateixa direcció que la càrrega, no li farà cap efecte.

Per tant, la càrrega es mourà amb moviment uniformement accelerat en la direcció del camp elèctric.

Si la càrrega és un protó, es mourà en la mateixa direcció i el mateix sentit que el camp elèctric. Si la càrrega és un electró, es mourà en la mateixa direcció i sentit contrari al camp elèctric.

9. Els protons i les partícules  $\alpha$  passaran amb la mateixa velocitat per un selector de velocitats? Raoneu la resposta (una partícula  $\alpha$  és un nucli de He, és a dir, un nucli format per 2 protons i 2 neutrons).

La velocitat que selecciona un selector de velocitats només depèn del camp elèctric i del camp magnètic i ve donada per l'expressió:

$$v = \frac{E}{B}$$

Per tant, és independent de la massa i de la càrrega de la partícula.

10. Els protons i els electrons passaran amb la mateixa velocitat per un selector de velocitats? Raoneu la resposta.

És independent de la quantitat de càrrega i del signe de la càrrega.

11. Per un conductor rectilini de 3 m de longitud passa un corrent de 20 A. Quina força rep el conductor, quan hi actua un camp magnètic de 0,5 T perpendicular al conductor?

Apliquem l'expressió per determinar la força d'un element lineal de corrent quan és sotmès a un camp magnètic extern:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

En mòdul, i sabent que el camp magnètic actua perpendicular, podem escriure:

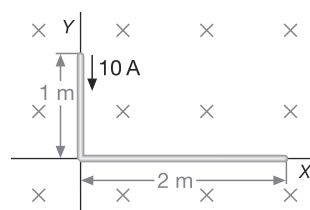
$$F = I l B \sin \mu = 20 \cdot 3 \cdot 0,5 = 30 \text{ N}$$

12. Determineu la força que rep una espira de 5 cm de radi quan hi circula un corrent de 10 A en presència d'un camp magnètic uniforme de 0,2 T.

Quan el circuit és tancat, la força neta que rep a causa del camp magnètic uniforme extern sempre és nul.

$$\vec{F} = \int I(d\vec{l} \times \vec{B}) = 0$$

13. Determineu la força que rep el conductor de la figura, vectorialment i en mòdul, si la intensitat del camp és de 0,4 T.



Apliquem l'expressió  $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$  en el segment de l'eix Y i apliquem la regla de la mà dreta:

$$\vec{F} = 10 \cdot 1 \cdot 0,4 \vec{i} = 4 \vec{i} \text{ N}$$

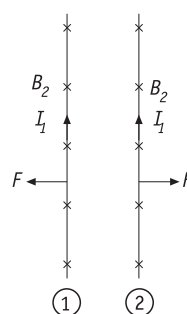
Pel segment de l'eix X és:

$$\vec{F} = 10 \cdot 2 \cdot 0,4 \vec{j} = 8 \vec{j} \text{ N}$$

La força total, vectorialment i en mòdul, que rep el conductor és:

$$\vec{F} = (4 \vec{i} + 8 \vec{j}) \text{ N} \rightarrow F = 8,94 \text{ N}$$

14. Expliqueu per què dos conductors rectes molt llargs que porten corrents elèctrics en direccions oposades es repel·leixen l'un a l'altre.



El conductor 1 crea un camp magnètic  $B_1$  sobre el conductor 2 en la direcció i sentit indicat per x. Amb la regla de la mà dreta, deduíem que el conductor 2 rep una força cap a la dreta.

Fem el mateix amb el conductor 2 sobre el conductor 1, i comprovem que farà una força cap a l'esquerra.

Per tant, els conductors es repel·leixen.

15. Per un fil de coure rectilini molt llarg passa un corrent de 5 A. Calculeu el valor del camp magnètic en un punt que dista 5 cm del conductor.



Quan per un conductor passa un corrent elèctric, aquest crea un camp magnètic la intensitat en mòdul del qual ve donada per l'expressió:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2 \cdot \pi \cdot 0,05} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} = 0,2 \text{ G}$$

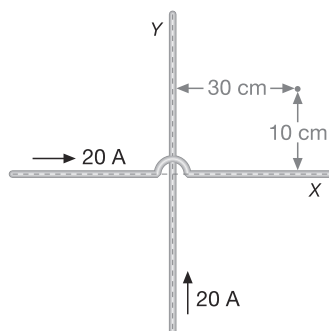
16. Una anella de radi 12 cm està formada per 100 espires molt compactades.

Quin camp crea en el seu centre quan hi passa un corrent de 5 A?

El camp magnètic creat al centre d'una anella quan hi passa un corrent elèctric és:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2r} = 2,62 \text{ mT}$$

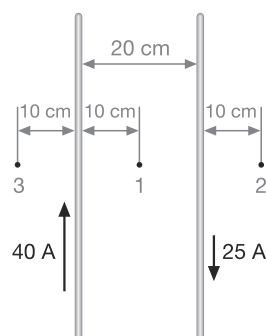
17. Dos conductors rectilinis molt llargs es creuen perpendicularment sense fer contacte entre si. Per cadascun passa un corrent de 20 A. Calculeu el camp magnètic que hi ha en el punt P i doneu el resultat segons el sistema de referència indicat.



Apliquem per a cada conductor l'expressió  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  i amb la regla de la mà dreta determinem el resultat vectorialment:

$$\vec{B} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \vec{k}}{2 \cdot \pi \cdot 0,3} - \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \vec{k}}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} = 0,266 \vec{k} \text{ G}$$

18. Calculeu el camp magnètic produït per dos conductors lineals paral·lels i molt llargs en els punts 1, 2 i 3. Utilitzeu la nomenclatura del punt i de la creu per indicar el sentit del camp.



Punt 1:

$$B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} + \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ T } (\times)$$

Punt 2:

$$B_2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2 \cdot \pi \cdot 0,3} - \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ T } (\bullet)$$

Punt 3:

$$B_3 = \frac{-4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 40}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} + \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 25}{2 \cdot \pi \cdot 0,3} = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ T } (\bullet)$$

## Activitats finals

### Qüestions

1. La direcció del camp elèctric  $\vec{E}$  es pot definir a partir de la força que rep una càrrega puntual. Per què no podem definir de la mateixa manera la direcció d'un camp magnètic?

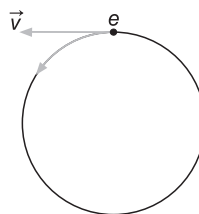
Suposem una càrrega puntual positiva en el si d'un camp elèctric. La força elèctrica que rep ve donada per l'expressió  $\vec{F} = Q \vec{E}$ , d'on deduïm que la força pren la mateixa direcció i el mateix sentit que el camp elèctric.

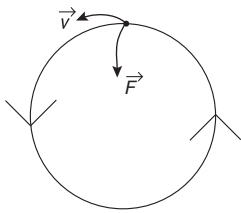
Si ara suposem que el camp que actua sobre la càrrega puntual positiva és magnètic, aleshores la força ve donada per l'expressió  $\vec{F} = Q (\vec{v} \times \vec{B})$ , d'on deduïm que la direcció de la força no coincideix amb la direcció del camp magnètic.

2. Quan llancem un electró amb una velocitat  $v$  perpendicularment a un camp magnètic uniforme  $B$ , la seva trajectòria és: a) lineal amb velocitat constant; b) circular uniforme; c) lineal accelerada; d) circular accelerada.

La resposta correcta és la b), ja que la força magnètica és constant i perpendicular a la velocitat i, per tant, descriu una trajectòria circular.

3. Un electró es mou en un camp magnètic uniforme i descriu una trajectòria circular continguda en el pla del paper, com indica la figura. Determineu la direcció i el sentit del camp magnètic amb referència al pla del paper. Raoneu la resposta.





$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \\ q &< 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{B} \text{ és perpendicular al paper i cap enfora } (\bullet).$$

4. Quan llancem un electró amb una velocitat  $v$  i en sentit contrari a un camp magnètic uniforme  $B$ , la seva velocitat: a) augmenta; b) disminueix; c) no s'altera.

La resposta correcta és la c), ja que la força que rep segons l'expressió  $\vec{F} = Q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$  és nul·la. El producte vectorial de dos vectors paral·lels s'anul·la.

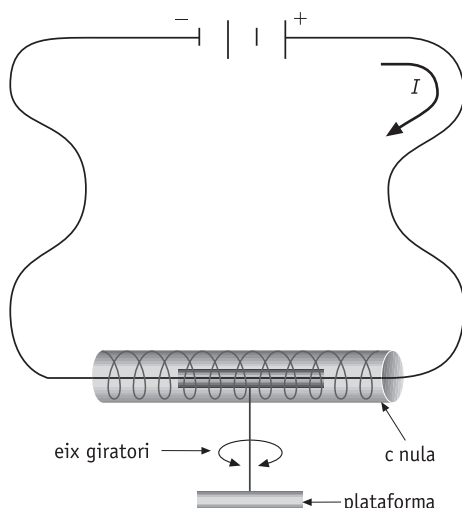
5. En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric i un camp magnètic constants en la mateixa direcció i sentit. En un determinat instant penetra en aquesta regió un electró amb velocitat paral·lela als camps i de sentit contrari. Descriviu el tipus de moviment que farà l'electró. Justifiqueu la resposta.

$\vec{E}$ : fa sobre  $e^-$  una força  $-e\vec{E}$  que l'accelera en el mateix sentit que  $\vec{v}$ .

$\vec{B}$ : es paral·lel a  $\vec{v}$  i, per tant,  $\vec{E} = (-e)\vec{v} \times \vec{B} = 0$ ; no fa cap efecte sobre l'electró.

Conclusió: l'electró segueix un MUA en el sentit de  $\vec{v}_0$ .

6. Expliqueu com es pot fer una brúixola amb un generador de CC, una bobina i un fil conductor.



En la figura hem fet un esquema on connectem la font de CC amb la bobina mitjançant fils conductors. Situem la bobina en una base sobre la qual pot girar lliurement sobre un eix.

La font d'alimentació proporciona un corrent elèctric de valor  $I = \frac{\Delta V}{R}$ , en què  $R$  és la resistència del circuit.

La intensitat del camp magnètic a l'interior de la bobina és aproximadament  $B = \mu_0 nI$ .

7. L'energia cinètica d'una partícula carregada, pot ser modificada per un camp magnètic uniforme? I per un camp elèctric uniforme? Justifiqueu les respostes.

Un camp magnètic uniforme no pot canviar l'energia cinètica d'una partícula carregada, perquè:

$$\text{si } \vec{B} \parallel \vec{v} \rightarrow \vec{F}_B = 0 \rightarrow \vec{v} = \text{constant}$$

$$\text{si } \vec{B} \times \vec{v} \rightarrow \vec{F}_B \perp 0 \rightarrow |\vec{v}| = \text{constant}$$

Un camp elèctric uniforme sempre canvia l'energia cinètica d'una partícula carregada, perquè:

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = 0 \text{ canvia el component de } \vec{v} \text{ en la direcció de } \vec{E}.$$

8. Quina magnitud representa  $N/A^2$ ?

Si prenem l'expressió de la força entre dos conductors paral·lels i infinits, la podem escriure com:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d} \rightarrow \frac{F}{I_1 I_2} = \frac{\mu_0 l}{2\pi d}$$

Observeu que la magnitud que representa  $\frac{F}{I_1 I_2} \approx \frac{N}{A^2}$  és la permeabilitat.

Recordem que les constants no es tenen en compte, i que la distància  $d$  i la longitud  $l$  es cancel·len.

Per tant, tenim:

$$\mu \rightarrow \frac{N}{A^2} = \frac{Tm}{A}$$

9. Un electró i un protó que tenen la mateixa velocitat penetren en una regió on hi ha un camp magnètic perpendicular a la direcció de la seva velocitat. Aleshores la seva trajectòria passa a ser circular.



- a) Raoneu quina de les dues partícules descriurà una trajectòria de radi més gran.

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{qB}; \text{ com, } m_e \ll m_p \rightarrow R_e < R_p$$

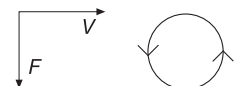
- b) Dibuixeu esquemàticament la trajectòria de cada partícula i indiqueu quin és el sentit de gir del seu moviment.

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}$$

Protó:



Electró:



Recordeu que  $m_e < m_p$ ;  $q_e = -q_p$

10. Una càrrega està en repòs en les proximitats d'un fil recte pel qual passa un corrent elèctric d'intensitat constant. Existeix camp magnètic en el punt on es troba la càrrega? Actua una força sobre la càrrega? Raoneu les respostes.

En efecte, hi ha camp magnètic en les proximitats d'un conductor quan hi circula un corrent elèctric. El seu valor és:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r}$$

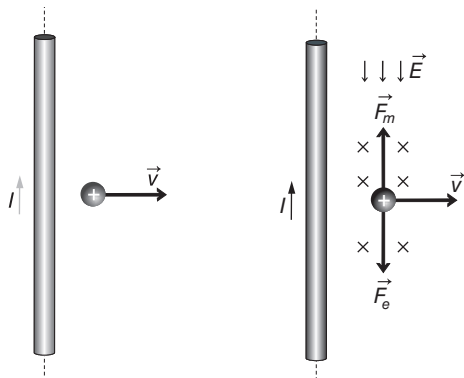
Però com que la càrrega elèctrica es troba en repòs, el camp magnètic no li fa cap efecte, ja que:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Si  $v = 0$ , aleshores  $F = 0$ . I, per tant, continuarà en estat de repòs.

11. Per un fil, que suposem indefinidament llarg, circula un corrent continu d'intensitat  $I$ . A prop del fil es mou una partícula amb càrrega positiva amb velocitat  $v$ . Tant el fil com el vector velocitat estan en el pla del paper. Indiqueu la direcció i el sentit del camp magnètic creat pel corrent en el punt on es troba la càrrega.

Feu un dibuix indicant la direcció i el sentit que hauria de tenir un camp elèctric addicional per tal que la resultant sobre la partícula fos nul·la. Raoneu la resposta.



Apliquem la regla de la mà dreta i observem que el camp magnètic que genera el conductor és perpendicular al paper i cap endins, és a dir, ( $\times$ ). Aquest camp actua sobre la càrrega  $+q$ , que segons la regla de la mà dreta, rep una força en la direcció i sentit del corrent elèctric. Per tant, el camp elèctric que s'hauria d'aplicar perquè la resultant de les forces sobre la càrrega fos nul·la ha d'anar en sentit contrari al corrent elèctric del conductor.

12. Per un fil, que suposarem infinitament llarg, circula un corrent continu d'intensitat  $I$ . A prop del fil i amb velocitat  $v$  paral·lela a aquest fil es mou una partícula amb càrrega negativa.

- a) Quines seran la direcció i sentit del camp magnètic creat per  $I$  en el punt on és la partícula? I els de la força que el camp magnètic fa sobre la partícula?

El corrent que circula pel fil genera un camp magnètic perpendicular al paper i en sentit cap endins ( $\times$ ) segons la regla de la mà dreta i, per tant, la càrrega rep una força cap a la dreta, segons la regla de la mà dreta.

- b) Canviarien les respostes de l'apartat a) si la càrrega fos positiva? En cas afirmatiu, quin seria el canvi?

Si la càrrega fos negativa, evidentment que el camp magnètic continuaria sent igual, però la força que rebria la càrrega positiva canviaria de sentit, és a dir, s'aproparia cap al conductor.

13. En quines condicions una partícula carregada descriu una trajectòria rectilínia en presència d'un camp magnètic uniforme? I en presència d'un camp elèctric uniforme?

Com que el camp magnètic exerceix una força en una direcció diferent de la velocitat, és necessari que aquesta sigui nul·la.

De l'expressió  $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$ , deduïm que només pot seguir una trajectòria rectilínia quan l'angle que formen els vectors  $\vec{v}$  i  $\vec{B}$  és de  $0^\circ$  i  $180^\circ$ . Per tant, quan llancem una partícula carregada en la direcció d'un camp magnètic uniforme, aquesta segueix una trajectòria rectilínia en la mateixa direcció que el camp magnètic.

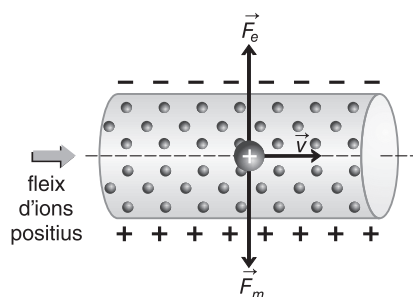
Quan actua un camp elèctric, la força que rep ve donada per l'expressió  $\vec{F} = q \vec{E}$ , on veiem, com hem comentat abans, que la força pren la mateixa direcció que el camp elèctric.

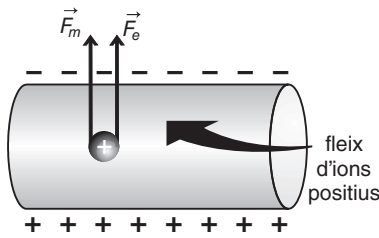
Per tant, una partícula carregada elèctricament seguirà una trajectòria rectilínia en un camp elèctric quan aquest sigui uniforme.

14. Un canó dispara ions en direcció a un selector de velocitats. Si volem determinar la velocitat màxima dels ions emesos pel canó i suposem que només podem variar la intensitat del camp elèctric, què hem de fer, augmentar-la o disminuir-la? Raoneu la resposta.

En un selector de velocitats, la velocitat seleccionada ve donada per l'expressió  $v = \frac{E}{B}$ . Per seleccionar la velocitat màxima caldrà anar augmentant el camp magnètic fins assolir un màxim.

15. Un feix d'ions positius passa sense desviar-se d'esquerra a dreta a través d'un selector de velocitats en el qual el sentit del camp elèctric actua cap amunt. Si ara s'inverteix el sentit del feix de dreta a esquerra, continuarà no desviant-se en el selector? Si es desvia, raoneu en quina direcció.





Segons la figura de l'enunciat, observem que si el camp elèctric actua cap amunt, la força elèctrica també i, per tant, la força magnètica ha d'actuar cap avall. En conseqüència, el camp magnètic actua perpendicularment al paper i cap a nosaltres ( $\bullet$ ). Si ara els ions positius entren pel cantó oposat del selector, observem que les forces a causa del camp elèctric i magnètic actuen cap amunt i, per tant, els ions es desvien cap amunt.

16. En un circuit hi circula un corrent d'intensitat  $I$  i es troba en el si d'un camp magnètic uniforme. La força magnètica total que rep el circuit és:

- Diferent de zero.
- Nul·la.
- Variable en funció de la posició.

La resposta correcta és la b).

17. Indiqueu tres factors dels components d'un motor elèctric que poden fer augmentar la seva potència.

Augmentar la intensitat de corrent que passa pel rotor, augmentar el nombre d'espores del rotor i augmentar la intensitat de camp magnètic de l'estator.

## Problemes

1. Trobeu el moment dipolar magnètic d'una bobina de 1000 voltes superconductora, de radi 5 cm, quan hi passa un corrent 12 A. Indiqueu-ne la direcció i el sentit.

El moment dipolar magnètic d'una espira és en mòdul:

$$m = NIS = 1000 \cdot 12 \cdot \pi \cdot 0,05^2 = 94,2 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

2. El camp magnètic varia bastant d'un lloc a un altre de la superfície de la Terra. A Manresa, de latitud  $41^\circ 44' 10''$ , li correspon un valor de  $2,221 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . Expressen el resultat en gauss.

$$2,221 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot \frac{10^4 \text{ G}}{1 \text{ T}} = 0,222 \text{ G}$$

3. Un protó entra en una regió on hi ha un camp magnètic uniforme  $B = 0,2 \text{ T}$ . Si, en entrar-hi, va a una velocitat  $v = 10^6 \text{ m/s}$ , perpendicular a la direcció del camp, calculeu el radi de la trajectòria circular que descriu el protó.

Dades:  $Q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  i  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{qB} = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5,2 \text{ cm}$$

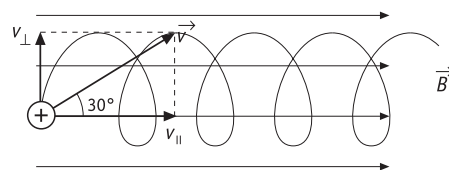
4. Una partícula  $\alpha$ , que és un catíon format per dos protons i dos neutrons, es llança a una velocitat de  $8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$  que forma un angle de  $30^\circ$  respecte d'un camp magnètic uniforme de  $0,3 \text{ T}$ . Representeu la situació i calculeu la força que rep la partícula  $\alpha$ .

Dada:  $Q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Calculeu la força en mòdul amb l'expressió  $\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$ :

$$F = QvB \sin \varphi = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,3 \cdot \sin 30^\circ = 3,84 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

Aplicant la regla de la mà dreta determinem la direcció i el sentit de la força. La partícula segueix una trajectòria helicoidal.



5. Un camp magnètic uniforme fa que un protó giri en una òrbita circular estacionària de radi 5 mm i amb una freqüència de  $10^7 \text{ Hz}$ . Calculeu el mòdul de  $\vec{B}$  i l'energia cinètica en eV.

Dades:  $Q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  i  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Si l'òrbita on gira el protó és estacionària, hem d'interpretar que el vector velocitat és perpendicular al camp magnètic. De l'expressió  $F = QvB \sin \varphi$  deduïm que:

$$F = QvB$$

Apliquem la 2a llei de Newton:

$$ma = QvB \rightarrow m\omega^2 r = Q\omega rB \rightarrow$$

$$m\omega = QB \rightarrow m2\pi f = QB \rightarrow B = \frac{2\pi f m}{Q}$$

Substituint valors, la intensitat de camp magnètic és:

$$B = 0,657 \text{ T}$$

Calculem l'energia cinètica:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (2\pi f r)^2 = 8,24 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Expressada en eV:

$$8,24 \cdot 10^{-17} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 515,4 \text{ eV}$$

6. Un camp magnètic uniforme de  $0,8 \text{ T}$  fa girar una partícula en una òrbita circular estacionària de radi 2 mm, i amb una energia cinètica d'1 keV. Si sabem que és un catíon de tipus  $X^+$ , calculeu-ne la massa.

Prèviament expressem l'energia en unitats del SI i ho substituïm en l'expressió de l'energia cinètica:

$$10^3 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$



$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow 1,6 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow$$

$$m v = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{v}$$

$$\text{De l'expressió } Q v B = \frac{m v^2}{R} \rightarrow m v = Q B R = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{v}$$

podem determinar la velocitat de la partícula:

$$1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{v} \rightarrow v = 1,25 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Amb l'expressió  $m v = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{v}$  podem calcular la massa:

$$m = \frac{3,2 \cdot 10^{-16}}{(1,25 \cdot 10^6)^2} = 2,05 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

7. Una partícula  $\alpha$  entra dins d'un camp magnètic uniforme de 0,2 T a una velocitat de  $5 \cdot 10^5$  m/s que forma un angle de  $30^\circ$  respecte del camp. Calculeu el radi de l'òrbita i la freqüència amb què gira.

Dades:  $m_p \approx m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  i  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Calculeu el component perpendicular de la velocitat en la direcció del camp magnètic:

$$v_{\perp} = v \sin \varphi = 5 \cdot 10^5 \sin 30^\circ = 2,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Simplificant i substituint valors en l'expressió  $Q v_{\perp} B = \frac{m v_{\perp}^2}{R}$ , determinem el radi:

$$Q B = \frac{m v_{\perp}}{R} \rightarrow R = \frac{4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} = 0,026 \text{ m}$$

Calculeu la freqüència:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{2,5 \cdot 10^5}{2 \cdot \pi \cdot 0,026} = 1,52 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

8. Un selector de velocitats té un camp magnètic 0,4 T perpendicular a un camp elèctric d' $1,5 \cdot 10^5$  N/C. Quina és la velocitat d'una partícula carregada? Si són protons, amb quina energia es mou en eV?

Dades:  $m_p = 1,672623 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

La velocitat no depèn ni de la massa ni de la càrrega, ja que:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1,5 \cdot 10^5}{0,4} = 3,75 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

L'energia cinètica que correspon a un protó amb aquesta velocitat és:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1,672623 \cdot 10^{-27} (3,75 \cdot 10^5)^2 = 1,176 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

Expressat en eV, és:

$$1,176 \cdot 10^{-16} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 735 \text{ eV}$$

9. Un ciclotró utilitzat per accelerar partícules  $\alpha$  té un camp magnètic d'1,2 T i un radi de 0,8 m. Calcula la freqüència del ciclotró i l'energia màxima de les partícules  $\alpha$ .

$$\text{De la relació } Q v B = \frac{m v^2}{R} \rightarrow Q B = \frac{m v}{R}.$$

Tenint en compte que  $v = \omega R$ :

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{Q B}{m} = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,2}{4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,74 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 9,14 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

L'energia cinètica de la partícula és:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\omega R)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (5,74 \cdot 10^7 \cdot 0,8)^2 = 7,043 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Expressada en MeV és:

$$7,043 \cdot 10^{-12} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4,4 \cdot 10^7 \text{ eV} = 44,1 \text{ MeV}$$

10. Un ió de  $^{24}\text{Mg}^{2+}$ , de massa  $3,983 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ , s'accelera amb una diferència de potencial de 2,5 kV i es desvia amb un camp magnètic de 100 mT a l'interior d'un espectròmetre de masses.

a) Trobeu el radi de la seva òrbita.

De l'expressió  $Q v B = \frac{m v^2}{R}$ , aïllem el radi:

$$R = \frac{m v}{Q B} = \frac{P}{Q B}$$

Calculeu la quantitat de moviment de la partícula a partir de l'energia cinètica fent les transformacions següents:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = Q \Delta V \rightarrow p = \sqrt{2 m Q \Delta V} \rightarrow$$

$$p = \sqrt{2 \cdot 3,983 \cdot 10^{-26} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5 \cdot 10^3} = 7,983 \cdot 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Ara ja podem calcular el radi:

$$R = \frac{P}{Q B} = \frac{7,983 \cdot 10^{-21}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,1} = 0,249 \text{ m} \rightarrow 24,9 \text{ cm}$$

- b) Quina és la diferència entre els radis de les òrbites dels ions  $^{26}\text{Mg}^{2+}$  i  $^{24}\text{Mg}^{2+}$ , si la relació entre les masses és 26/24?

Establim la relació entre els radis combinant l'expressió anterior:

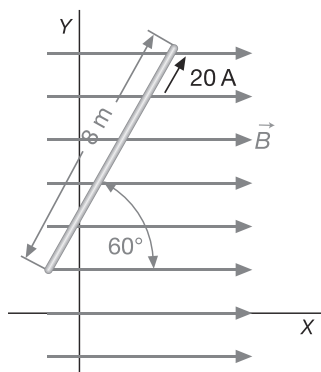
$$\frac{R}{R'} = \frac{\frac{m v}{Q B}}{\frac{m' v'}{Q B}} = \frac{m}{m'}$$



$$R' = \frac{m' R}{m} = \frac{26 \cdot 0,249}{24} = 0,269$$

$$\Delta R = 0,269 - 0,249 = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

11. Calculeu la força que rep una porció d'un conductor rectilini, quan hi passa un corrent de 20 A en presència d'un camp magnètic de 0,2 T.



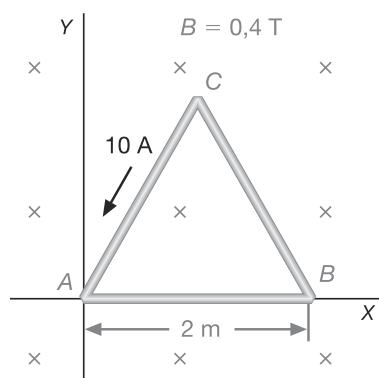
Apliquem l'expressió  $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$  en mòdul:

$$F = I l B \sin \varphi = 20 \cdot 8 \cdot 0,2 \cdot \sin 60^\circ = 27,7 \text{ N}$$

Apliquem la regla de la mà dreta per determinar-la vectorialment:

$$27,7 (-\vec{k}) = -27,7 \vec{k}$$

12. Determineu la força que actua sobre cadascun dels segments del circuit triangular equilàter i la força neta. La intensitat que circula és de 10 A i el camp magnètic és de 0,4 T i actua perpendicularment a la superfície del circuit. Expressu els resultats segons el sistema de referència establert.



Apliquem l'expressió  $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$  a cada segment:

Segment AB:

$$\vec{F}_{AB} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} = 8 \vec{j} \text{ N}$$

Segment BC:

$$\vec{F}_{BC} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 \cdot \cos 120^\circ & 2 \cdot \sin 120^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} = (-6,93 \vec{i} - 4 \vec{j}) \text{ N}$$

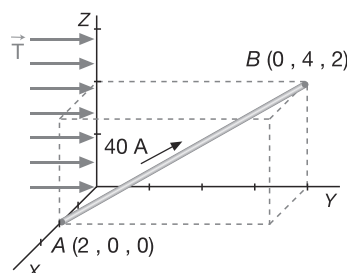
Segment CA:

$$\vec{F}_{CA} = 10 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 \cdot \cos 60^\circ & -2 \cdot \sin 60^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} = (6,93 \vec{i} - 4 \vec{j}) \text{ N}$$

Com era d'esperar, la força neta és nul·la, ja que el circuit és tancat:

$$\vec{F}_{\text{neta}} = 0$$

13. Determineu la força que rep la porció d'un conductor rectilini AB quan hi passa un corrent de 40 A en presència d'un camp magnètic uniforme de  $0,5 \vec{j}$  T.



$$\vec{F}_{AB} = 40 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 4 & 2 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{vmatrix} = (-40 \vec{i} - 40 \vec{k}) \text{ N}$$

En mòdul:  $F = 56,6 \text{ N}$

14. Calculeu el camp magnètic en el centre d'un conjunt de 100 espiras de radi 5 cm molt compactades quan hi circula un corrent de 2 A.

Sabem que el camp magnètic en el centre d'una espira ve donada per l'expressió:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

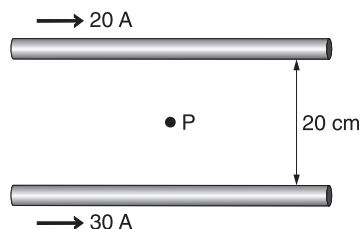
En el cas de  $N$  espiras molt compactades:  $B = N \frac{\mu_0 I}{2R}$ .

Substituïm els valors de l'enunciat i obtenim:

$$B = 100 \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot 0,05} = 2,51 \text{ mT}$$



15. En dos conductors paral·lels circulen corrents de 20 i 30 A en la mateixa direcció i sentit, i es troben separats una distància de 20 cm. Calculeu el valor del camp magnètic en un punt  $P$  que es troba en el mig dels dos conductors, així com també la seva direcció i sentit segons la figura.



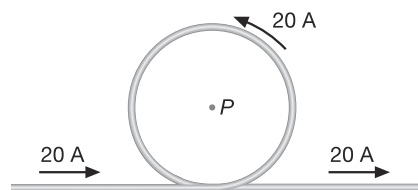
El camp magnètic generat per un conductor està determinat per l'expressió  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$  en què  $d$  és la distància del punt  $P$  al conductor.

Segons la regla de mà dreta el conductor de 20 A genera un camp en la direcció perpendicular al paper i de sentit ( $\bullet$ ). L'altre conductor genera un camp de sentit ( $\times$ ). Per tant, els camps magnètics generats pels dos conductors es resten en  $P$  i el camp resultant tindrà el sentit del camp per on passa un corrent més gran, és a dir, ( $\times$ ).

El valor d'aquesta intensitat de camp magnètic en  $P$  és, per tant:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2 \cdot \pi \cdot 0,1} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 30}{0,1} - \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 20}{0,1} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T } (\times)\end{aligned}$$

16. Calculeu la intensitat de camp magnètic que es crea en el centre d'una circumferència de radi 8 cm quan pel conductor passa un corrent de 20 A.



En el punt  $P$  el camp ve donat per la contribució de l'espira i del conductor rectilini.

$$\text{El camp creat pel l'espira és: } B = \frac{\mu_0 I N}{2r}$$

$$\text{El camp creat pel conductor és: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\rightarrow B = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2 \cdot \pi \cdot 0,08} + \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2 \cdot 0,08} = 2,1 \text{ G } (\bullet)$$

17. Per una bobina de 2 000 voltes i de 20 cm de longitud passa un corrent de 10 A. Quin és el camp magnètic en el seu interior?

El camp magnètic a l'interior d'una bobina és pràcticament constant i el seu valor ve donat per l'expressió:

$$B = \mu_0 n I = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2000 \cdot 10}{0,2} = 0,126 \text{ T}$$