

Unitat 1. Cinemàtica en una dimensió

Activitats

1. Analitza aquest fet:

Un avió està agafant velocitat en la pista d'enlairament. Com veu el moviment de l'avió:

a) Una persona a la torre de control de l'aeroport.

Veu l'avió movent-se amb moviment rectilini.

b) El xofer del cotxe que ha posat combustible i va cap a dins de l'aeroport en sentit contrari a l'avió.

Pel retrovisor del seu cotxe veu l'avió movent-se en sentit contrari amb moviment rectilini.

c) L'hostessa que es dirigeix al seu seient per estar a punt en el moment de l'enlairament.

L'hostessa veu l'avió movent-se respecte d'ella.

d) Un viatger assegut al seu seient.

No observa cap moviment.

2. Citeu cinc cossos que estiguin en repòs respecte del sistema laboratori i cinc cossos que es moguin respecte del sistema laboratori.

Qualsevol cos en repòs damunt de qualsevol superfície en repòs respecte del terra.

Qualsevol cos que estigui en moviment damunt d'una superfície o bé que no estigui recolzat.

3. Un cos es mou cap a l'esquerra amb una velocitat de 2,45 m/s. Quant val el vector velocitat? I la celeritat?

Per escriure el vector velocitat hem de tenir present el mòdul i el sentit del moviment. El criteri que s'utilitza normalment és considerar que cap a la dreta és el sentit positiu i cap a l'esquerra el negatiu. En el nostre cas escriurem:

Velocitat: $-2,45 \text{ m/s}$

La celeritat és el mòdul de la velocitat, per tant el sentit de moviment no té cap rellevància. Escriurem doncs:

Celeritat: $2,45 \text{ m/s}$

4. Determineu els signes de la velocitat, si augmenta o disminueix i quina acceleració mitjana s'obté amb el signe corresponent en els casos següents:

a) Un cos es mou cap a la dreta, amb una velocitat inicial de 15 m/s; quan han passat 30 s, la seva velocitat val 75 m/s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{75 - 15}{30} = 2 \text{ m/s}^2$$

b) Un cos es mou cap a la dreta, amb una velocitat inicial de 100 m/s; quan han passat 25 s, la seva velocitat val 20 m/s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 100}{25} = -3,2 \text{ m/s}^2$$

c) Un cos es mou cap a l'esquerra, amb una velocitat inicial de 12 m/s; quan han passat 18 s, la seva velocitat val 72 m/s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-72 - (-12)}{18} = -3,33 \text{ m/s}^2$$

d) Un cos es mou cap a l'esquerra, amb una velocitat inicial de 80 m/s; quan han passat 30 s, la seva velocitat val 15 m/s.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-15 - (-80)}{30} = 2,17 \text{ m/s}^2$$

5. Un automòbil es troba inicialment ($t_0 = 0$) a la posició $x_0 = 3 \text{ m}$, i quan han passat 15 s es troba a la posició $x = 53 \text{ m}$. Si suposem que el moviment és rectilini i uniforme:

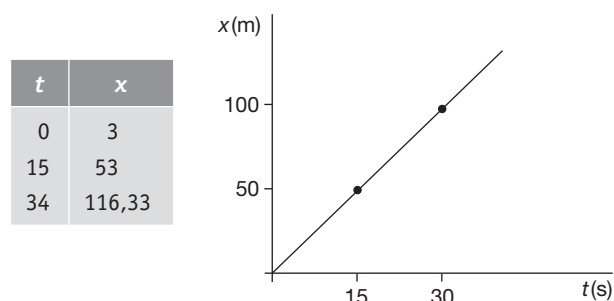
a) Feu un esquema i calculeu la velocitat que porta.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{53 - 3}{15} = \frac{50}{15} = 3,33 \text{ m/s}$$

b) En quina posició es trobarà quan hagin passat 34 s?

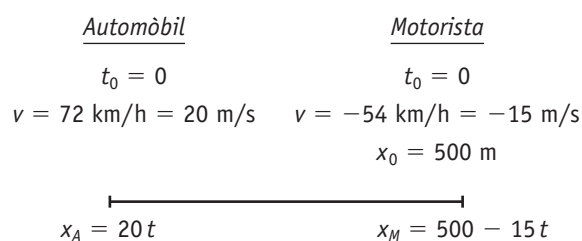
$$x = x_0 + v \Delta t \rightarrow x = 3 + 3,33 \cdot 34 = 116,33 \text{ m}$$

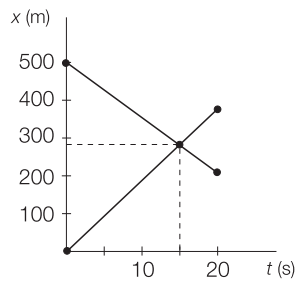
c) Dibuixeu els gràfics posició-temps i velocitat-temps.



6. Un automòbil es troba inicialment a l'origen de coordenades i es mou cap a la dreta i en línia recta amb una velocitat constant de 72 km/h; en el mateix moment, un motorista es troba a 500 m de l'automòbil i es mou cap a l'esquerra amb una velocitat constant de 54 km/h.

a) Representeu gràficament els dos moviments en un mateix gràfic posició-temps i determineu gràficament en quin moment es troben i en quina posició ho fan.





t	x _A	t	x _A
0	0	0	500
10	200	10	350
20	400	20	200

- b) Determineu a partir de les equacions del moviment en quin moment es troben i en quina posició ho fan; compareu els resultats amb l'apartat a).

$$\left. \begin{array}{l} x_A = 20t \\ x_M = 500 - 15t \end{array} \right\}$$

$$20t = 500 - 15t$$

$$35t = 500 \rightarrow t = \frac{500}{35} = 14,28 \text{ s}$$

$$x = 20 \cdot 14,28 = 285,71 \text{ m}$$

7. En l'enlairament vertical d'un transbordador espacial els motors han de donar la força necessària per vèncer la força gravitatòria de la Terra. Durant un bon tram, la velocitat que porta es manté constant; això vol dir que en intervals iguals de temps, fa recorreguts iguals. Els tècnics aero-nàutics ens han proporcionat les dades que apareixen a la taula.

t (s)	y (m)
0	0
2,23	7,582
2,57	8,738
2,91	9,894
3,14	10,676
3,38	11,492
3,55	12,070

- a) Quina és la precisió en les mesures de temps i de posició?

A la taula observem que les dades de temps es donen fins a les centèsimes de segon, per tant, la precisió en el temps és de $0,01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$.

Les dades de la posició de la nau estan donades fins a la mil·lèsima del metre, per tant la precisió és de $0,001 \text{ m} = 1 \text{ mm}$.

- b) Comproveu que es tracta d'un moviment rectilini uniforme.

Analitzem tres intervals aplicant:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{Entre } t = 0 \text{ i } t = 2,23 \rightarrow v = \frac{7,582 - 0}{2,23 - 0} = 3,4 \text{ m/s}$$

$$\text{Entre } t = 2,91 \text{ i } t = 3,14 \rightarrow v = \frac{10,676 - 9,894}{3,14 - 2,91} = 3,4 \text{ m/s}$$

$$\text{Entre } t = 0 \text{ i } t = 3,55 \rightarrow v = \frac{12,07 - 0}{3,55 - 0} = 3,4 \text{ m/s}$$

Podeu provar amb qualsevol altre interval i trobareu que dona sempre $v = 3,4 \text{ m/s}$; per tant, es tracta d'un MRU.

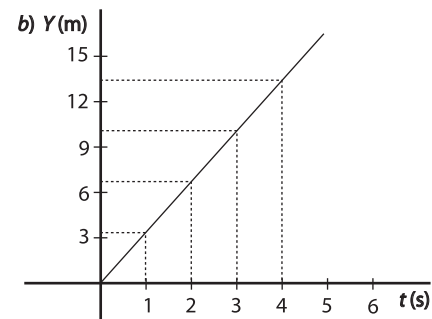
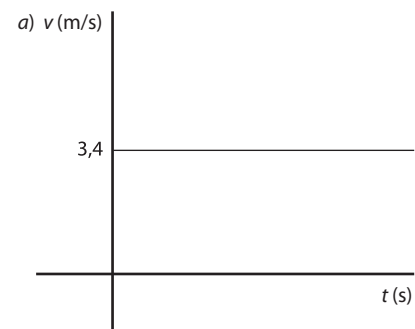
Calculem també l'acceleració aplicant:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Com que $\Delta v = v_2 - v_1 = 3,4 - 3,4 = 0$, comprovem també amb el càlcul de l'acceleració que es tracta d'un MRU.

- c) Representeu els gràfics v-t i y-t.

La representació gràfica és la següent:



- d) Escriviu l'equació del moviment.

$$\text{En general: } y = y_0 + v(t - t_0) \text{ o } y = y_0 + v\Delta t$$

Hem de determinar quant valen t_0 , y_0 i v .

De les dades inicials tenim que $t_0 = 0$ i $y_0 = 0$.

La velocitat, l'hem determinat en l'apartat a), $v = 3,4 \text{ m/s}$.

Si posem aquests valors en l'equació del moviment, trobem que per a aquest moviment la nau es mou seguint aquesta equació:

$$y = 3,4 t$$

Podeu obtenir la taula de valors inicials donant valors del temps.

8. Un automòbil pot arribar, partint del repòs, a la velocitat de 100 km/h en 10,5 s. Si suposem que és un moviment rectilini uniformement accelerat, calculeu l'acceleració i l'espai recorregut en aquest temps.

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 27,78 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27,78}{10,5} = 2,64 \text{ m/s}^2$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 2,64 \cdot 10,5^2 = 145,53 \text{ m}$$

9. Un motorista va a una velocitat de 54 km/h i en 50 m la redueix fins a 36 km/h. Calculeu l'acceleració i el temps que ha tardat a reduir-la.

$$\left. \begin{array}{l} v_0 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s} \\ v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$v = v_0 + a \Delta t \rightarrow 10 = 15 + a t \rightarrow a = \frac{-5}{t}$$

$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow$$

$$50 = 15 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 50 = 15 t - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{t} \cdot t^2 \rightarrow$$

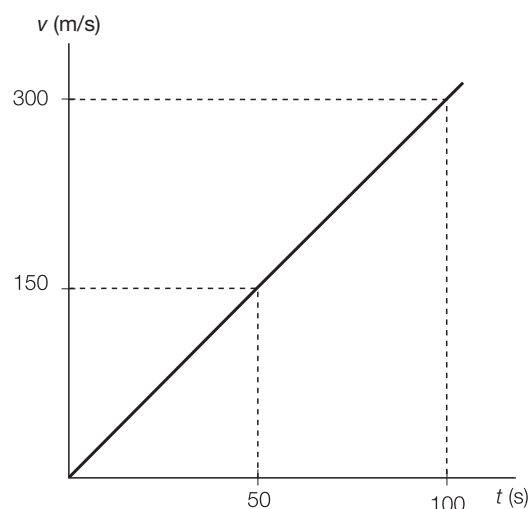
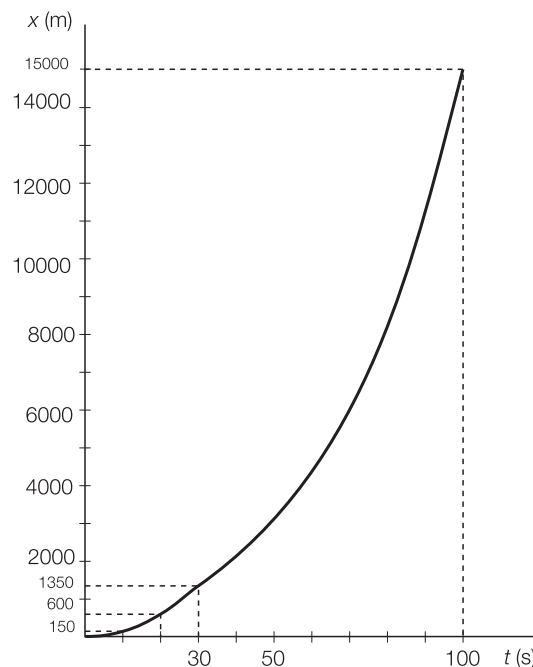
$$50 = 15 t - 2,5 t \rightarrow 50 = 12,5 t \rightarrow t = \frac{50}{12,5} = 4 \text{ s}$$

$$a = \frac{-5}{4} = -1,25 \text{ m/s}^2$$

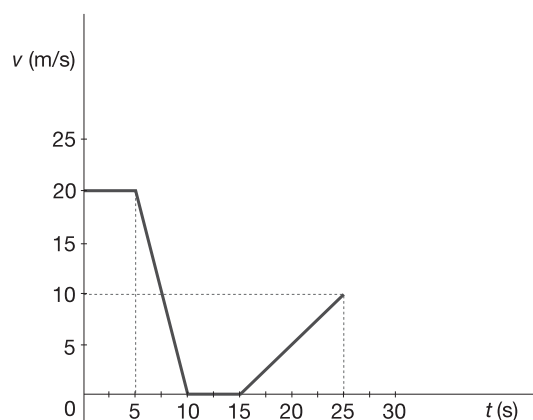
10. Representeu els gràfics $v-t$ i $x-t$ d'un mòbil que parteix del repòs i es desplaça amb una acceleració constant de 3 m/s^2 des de l'instant $t = 0$ fins a $t = 100 \text{ s}$.

$$\left. \begin{array}{l} v = 3 t \\ x = \frac{1}{2} 3 t^2 \rightarrow x = 1,5 t^2 \end{array} \right\}$$

t	x	v
0	0	0
10	150	30
30	1350	90
60	5400	180
100	15000	300



11. Observeu la figura 1.33 i determineu:



- a) La classe de moviment en cada tram.

1r tram: MRU

2n tram: MRUA

3r tram: no hi ha moviment

4t tram: MRUA

b) L'acceleració en cada tram.

1r tram: $a = 0$

$$2n \text{ tram: } a = \frac{0 - 20}{10 - 5} = \frac{-20}{5} = -4 \text{ m/s}^2$$

3r tram: $a = 0$

$$4t \text{ tram: } a = \frac{10 - 0}{25 - 15} = \frac{10}{10} = 1 \text{ m/s}^2$$

c) La distància recorreguda en cada tram.

Per determinar la distància recorreguda en cada tram recordem que és igual a l'àrea sota la gràfica $v-t$. Per tant, recordant les fórmules de les àrees d'un rectangle i d'un triangle:

$$1r \text{ tram: } \Delta x = 20 \cdot (5 - 0) = 100 \text{ m}$$

$$2n \text{ tram: } \Delta x = \frac{20 \cdot (10 - 5)}{2} = 50 \text{ m}$$

$$3r \text{ tram: } \Delta x = 0 \text{ m}$$

$$4t \text{ tram: } \Delta x = \frac{10 \cdot (25 - 15)}{2} = 50 \text{ m}$$

d) La distància total que ha recorregut.

$$100 + 50 + 50 = 200 \text{ m}$$

e) La velocitat que porta el cos als 7 s, als 12 s i als 18 s. Trobeu-la numèricament i gràficament.

■ 7 s; 2n tram; $v = v_0 + a \Delta t$

$$v = 20 - 4(t - 5) = 20 - 4(7 - 5) = 12 \text{ m/s}$$

■ 12 s; 3r tram; $v = 0$

■ 18 s; 4t tram; $v = v_0 + a \Delta t$

$$v = t - 15 \rightarrow v = 18 - 15 = 3 \text{ m/s}$$

12. Suposeu que deixem caure un cos des d'una certa altura. Raoneu cada apartat.

a) Quant val la seva velocitat inicial?

$v = 0$, perquè el deixem caure.

b) La velocitat del cos augmenta o disminueix? Quin signe té?

Augmenta el mòdul, i el seu signe és negatiu, segons el sistema de referència que utilitzem.

c) Quant val l'acceleració amb què baixa el cos? Quin signe té?

L'acceleració és negativa i correspon a l'acceleració de la gravetat.

d) Què passarà si, en lloc de deixar caure el cos, el llancem amb una certa velocitat inicial des del terra? Feu un dibuix que expliqui aquest fet.

Si es negligeixen els efectes del fregament amb l'aire, torna a arribar a terra amb la mateixa velocitat amb què l'hem llançat i fa el mateix recorregut. A la unitat hi ha un exemple numèric que fa referència a aquest fet.

13. Llancem un cos des del terra amb una velocitat inicial de 70 m/s.

$$\uparrow v_0 = 70 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= 70t - 4,9t^2 \\ v &= 70 - 9,8t \end{aligned} \right\}$$

a) Fins a quina altura màxima arriba?

$$v = 0; \quad 0 = 70 - 9,8t$$

$$t = \frac{70}{9,8} = 7,14 \text{ s}$$

$$y = 70 \cdot 7,14 - 4,9 \cdot 7,14^2 = 249,8 \text{ m}$$

b) Quant de temps triga a fer aquest recorregut?

$$t = 7,14 \text{ s}$$

c) Quant de temps passarà fins que torni una altra vegada al terra?

$$0 = 70t - 4,9t^2$$

$$0 = 70 - 4,9t$$

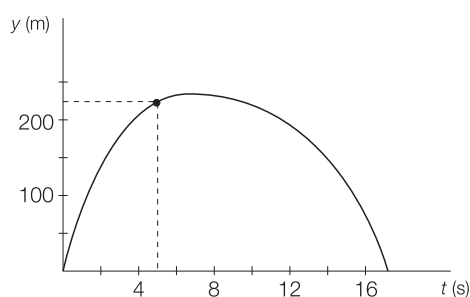
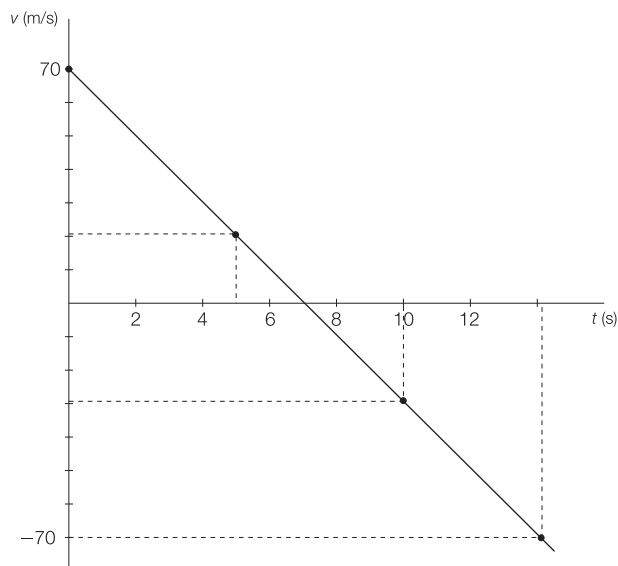
$$t = \frac{70}{4,9} = 14,29 \text{ s}$$

d) Amb quina velocitat arribarà al terra?

$$v = 70 - 9,8 \cdot 14,29 = -70 \text{ m/s}$$

e) Dibuixeu els gràfics velocitat-temps i posició-temps i interpreteu-ne el resultat.

t	x	v
0	0	70
5	227,5	21
10	210	-28
7,14	249,8	0
14,29	0	-70



14. Llançem verticalment cap amunt una bala, que tarda 20 s a aturar-se. Amb quina velocitat l'hem llançada i a quina altura ha arribat?

$$t = 20 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

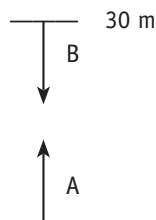
$$v = v_0 + a \Delta t$$

$$y = v_0 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 20^2$$

$$0 = v_0 - 9,8 \cdot 20 \rightarrow v_0 = 9,8 \cdot 20 = 196 \text{ m/s}$$

$$y = 196 \cdot 20 - 4,9 \cdot 20^2 = 1960 \text{ m}$$

15. Es deixa caure una pedra des d'una altura de 30 m, i en el mateix instant i des de terra es llança verticalment i cap amunt una altra pedra amb una velocitat de 20 m/s.



$$A \begin{cases} v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{cases}$$

$$B \begin{cases} v_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ y_0 = 30 \text{ m} \end{cases} \quad a = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} y_A = 20t - 4,9t^2 \\ y_B = 30 - 4,9t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_A = 20 - 9,8t \\ v_B = -9,8t \end{cases}$$

- a) En quin instant es trobaran?

$$y_A = y_B$$

$$20t - 4,9t^2 = 30 - 4,9t^2; \quad t = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ s}$$

- b) Quina velocitat portarà cadascuna?

$$v_A = 20 - 9,8 \cdot 1,5 = 5,3 \text{ m/s}$$

$$v_B = -9,8 \cdot 1,5 = -14,7 \text{ m/s}$$

- c) Calculeu la distància recorreguda per cada una.

$$y_A = 20 \cdot 1,5 - 4,9 \cdot 1,5^2 = 18,975 \text{ m}$$

$$y_B = 30 - 4,9 \cdot 1,5^2 = 18,975 \text{ m} \rightarrow$$

$$\Delta y = 18,975 - 30 = -11,025 \text{ m}$$

Activitats finals

Qüestions

1. Considereu el sistema de laboratori i el sistema Terra:

- a) On és l'origen de coordenades de cadascun? Dibuixeu-los esquemàticament amb els eixos de coordenades.

L'origen de coordenades del sistema laboratori és qualsevol punt que estigui en repòs respecte del terra; per exemple: un punt immòbil respecte d'una aula, d'una habitació, del carrer, etc. L'origen de coordenades del sistema Terra és al centre de la Terra.

- b) Es mouen un respecte de l'altre?

El sistema laboratori es mou respecte el sistema Terra perquè la Terra té un moviment de rotació entorn un eix que passa pel seu centre. Els únics punts que no es mouen respecte el sistema Terra són els situats sobre l'eix de rotació de la Terra. La resta de punts de la Terra descriuen cercles entorn aquest eix.

- c) El satèl·lit Meteosat es mou respecte de cadascun d'aquests?

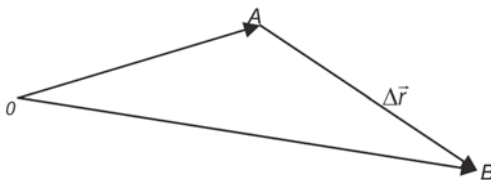
El satèl·lit Meteosat és un satèl·lit geoestacionari; és a dir, té un moviment de rotació de manera que sempre es troba a una distància constant i sobre el mateix punt de la superfície de la Terra. Per tant, respecte al sistema Terra es mou,

però respecte al sistema laboratori, el satèl·lit Meteosat està quiet, ja que té el mateix període de rotació que el terra pres com a origen del sistema laboratori.

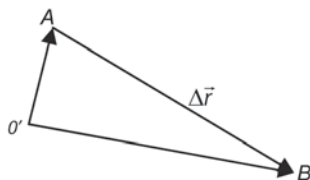
2. El vector desplaçament $\Delta \vec{r}$ entre dos punts A i B de la trajectòria d'un mòbil, canviarà si canviem l'origen del sistema de coordenades? Feu-ne una explicació gràfica.

El vector desplaçament és independent de l'origen de coordenades escollit, sempre que aquest origen estigui en repòs o es mogui a velocitat constant. Aquí només considerarem com a origen de coordenades punts en repòs:

Siguin A i B dos punts de l'espai pels quals passa un mòbil en determinats instants de temps. Si l'origen de coordenades es situa al punt O, el vector desplaçament $\Delta \vec{r}$ està indicat a la figura:



Si ara l'origen de coordenades és el punt O', canviaran els vectors de posició dels punts A i B, però el vector desplaçament és el mateix. I això es compleix per a qualsevol punt que es prengui com a origen de coordenades:



3. a) Què vol dir que el moviment rectilini és un moviment en una dimensió? Feu-ne l'explicació amb un dibuix.

La trajectòria és una recta; per tant, la seva posició queda determinada en una sola coordenada.

b) Poseu cinc exemples de moviments rectilinis.

Caiguda d'un cos en la qual l'efecte de l'aire és negligible per no alterar la seva trajectòria; moviment d'un cotxe per una carretera recta; moviment d'un tren per una via recta; moviment d'oscil·lació d'una molla; un cos que es deixa caure per un pla inclinat.

4. Un cos es mou cap a la dreta amb una velocitat de 7,5 m/s. Quant val el vector velocitat? Quant val la celeritat?

Dreta 7,5 m/s la velocitat i la celeritat.

5. Determineu el signe de la velocitat i de l'acceleració en els casos següents:

a) Un cos baixa segons l'eix vertical.

Velocitat negativa.

Si el mòdul de la velocitat augmenta,

$$\Delta v < 0 \rightarrow a = \Delta v / \Delta t < 0$$

En aquest cas l'acceleració és negativa.

Si el mòdul de la velocitat disminueix,

$$\Delta v > 0 \rightarrow a = \Delta v / \Delta t > 0$$

En aquest cas l'acceleració és positiva.

b) Un cos puja segons l'eix vertical.

Velocitat positiva; sempre tenint en compte el sistema de referència utilitzat en tota la unitat.

Si el mòdul de la velocitat disminueix,

$$\Delta v < 0 \rightarrow a = \Delta v / \Delta t < 0$$

En aquest cas l'acceleració és negativa.

Si el mòdul de la velocitat augmenta,

$$\Delta v > 0 \rightarrow a = \Delta v / \Delta t > 0$$

En aquest cas l'acceleració és positiva.

6. Dels gràfics v-t que representen moviments rectilinis (tria l'opció correcta):

A) El càlcul de l'àrea entre un interval de temps ens dona:

a) l'acceleració del moviment

b) l'espai recorregut

c) la velocitat

En calcular l'àrea de la gràfica v-t en un interval de temps, estem sumant per a petits increments de temps aquesta

quantitat: $\frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \Delta t$. Per tant, al final obtenim el desplaçament total del mòbil des de l'instant de temps inicial fins al final. La resposta és: b) l'espai recorregut.

B) Si hi ha un tram paral·lel a l'eix del temps, aquest correspon a:

a) un MRU

b) un MRUA

c) absència de moviment

Un tram de la gràfica paral·lel a l'eix del temps significa que en aquest interval de temps la velocitat és constant i no nul·la. El cos es mou sense acceleració. Per tant, la resposta és: a) un MRU.

7. Un cos baixa verticalment sotmès només a l'acceleració de la gravetat. Segons el sistema de referència emprat en aquesta unitat (tria l'opció correcta):

A) El signe de la velocitat és:

a) negatiu

b) positiu

c) el signe que agafem és indiferent

La velocitat està dirigida cap baix, per tant té signe negatiu segons el conveni de signes d'aquesta unitat. La resposta és: a) negatiu.

B) La velocitat en mòdul:

- a) augmenta
b) disminueix
c) és constant

La velocitat cada vegada és menor, perquè té signe negatiu i el seu mòdul va augmentant. La resposta és: a) augmenta.

8. [Curs 98-99] D'una aixeta gotegen, separades una de l'altra, dues gotes d'aigua. En un instant determinat, estan separades una distància d . Raoneu si, amb el pas del temps, mentre cauen, aquesta distància anirà augmentant, minvant o romandrà constant.

La distància entre les gotes cada vegada augmentarà perquè l'espai recorregut en un moviment accelerat té una dependència quadràtica amb el temps. La gràfica posició-temps d'aquest moviment és una paràbola. Per tant, a dos valors de temps t_1 i t_2 que difereixen en un valor Δt constant en l'eix d'abscises, els correspondran valors de posició y_1 i y_2 que difereixen entre si un valor no constant. La diferència en les ordenades anirà augmentant en augmentar els valors de t_1 i t_2 considerats. En aquest cas, tenim dues gotes, és a dir, tenim dues paràboles idèntiques però separades en l'eix del temps en un valor constant Δt (la diferència de temps entre els instants de caiguda de les dues gotes de l'aixeta). Per tant, trobar la diferència de posicions entre les dues gotes a cada instant equival a trobar la diferència de posicions en una mateixa gràfica per a dos valors de temps que difereixen en el valor Δt . Així, si per a uns valors de temps determinats les seves posicions difereixen en una distància d en l'eix Y , aquest valor no es manté al llarg del temps, sinó que anirà augmentant.

☐ Problemes

NOTA: Si l'enunciat dels problemes no diu el contrari, considerarem nul l'efecte del fregament de l'aire.

1. Un corredor de Fórmula 1 ha fet la volta més ràpida en els entrenaments d'un gran premi d'aquesta categoria i ha tardat 53,2 s en un circuit que té 3,53 km. A quina velocitat mitjana ha rodat? Expressen-la en km/h i m/s.

$$\frac{3,53 \text{ km}}{53,2 \text{ s}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 238,87 \text{ km/h}$$

$$\frac{3,53 \text{ km}}{53,2 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 66,35 \text{ m/s}$$

2. Un motorista es troba inicialment ($t_0 = 0$) a la posició $x_0 = 25 \text{ m}$, i quan han passat 12 s es troba a la posició $x = 2 \text{ m}$. Si suposem que el moviment és rectilini i uniforme:

- a) Feu un esquema i calculeu la velocitat que porta.

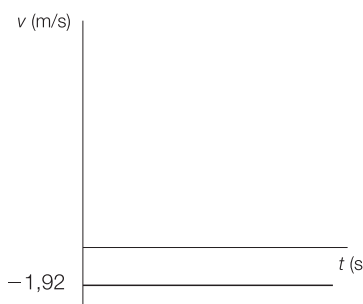
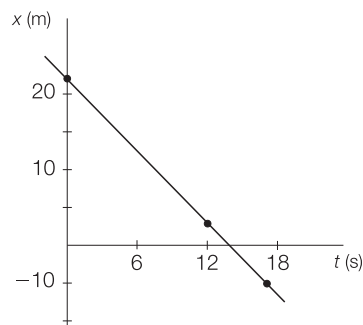
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2 - 25}{12} = -\frac{23}{12} = -1,92 \text{ m/s}$$

- b) En quina posició es trobarà quan hagin passat 18 s?

$$x = x_0 + v \Delta t \rightarrow x = 25 - 1,92 \cdot 18 = -9,5 \text{ m}$$

- c) Dibuixeu els gràfics posició-temps i velocitat-temps.

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$
0	25
12	2
18	-9,5



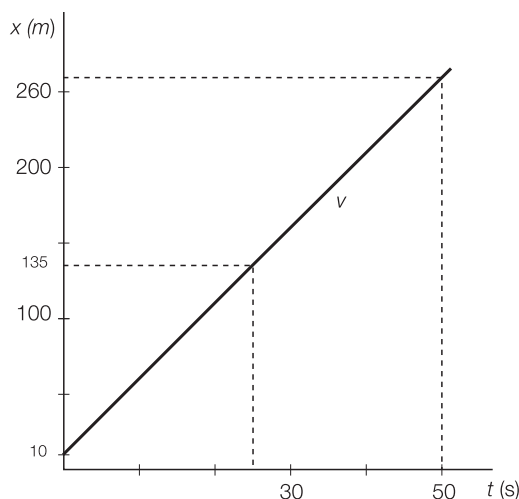
3. Representeu els gràfics $v-t$ i $x-t$ d'un mòbil que parteix del punt $x = 10 \text{ m}$ i es desplaça a 18 km/h entre l'instant $t = 0 \text{ s}$ i $t = 50 \text{ s}$.

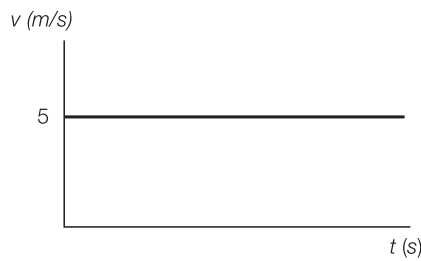
$$x_0 = 10 \text{ m}$$

$$v = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$x = x_0 + vt \rightarrow x = 10 + 5t$$

$t \text{ (s)}$	$x \text{ (m)}$
0	10
50	260



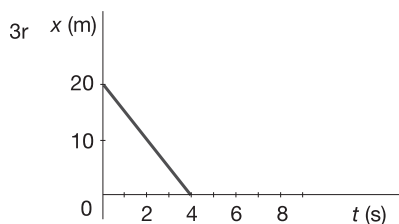
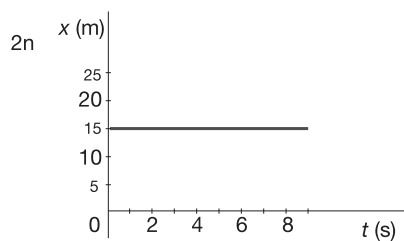
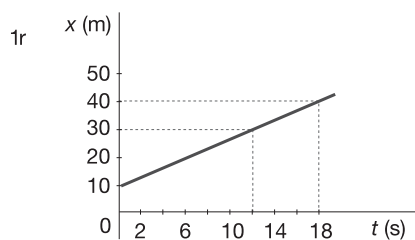


4. a) Determineu a partir dels gràfics (fig. 1.42) la velocitat de cada mòbil.

$$1r: v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 - 10}{18 - 0} = 1,67 \text{ m/s}$$

$$2n: v = 0$$

$$3r: v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{4 - 0} = -5 \text{ m/s}$$



b) Digueu quin tipus de moviment representa cadascun.

1r: MRU

2n: No hi ha moviment.

3r: MRU

c) Determineu la posició en què es troba cada mòbil als 3 s.

$$1r: x = 10 + 1,67 \cdot 3 = 15 \text{ m}$$

$$2n: x = 15 \text{ m}$$

$$3r: x = 20 - 5 \cdot 3 = 5 \text{ m}$$

d) Quina distància hauran recorregut als 3 s?

$$\Delta x = x - x_0$$

$$1r: \Delta x = 15 - 10 = 5 \text{ m}$$

$$2n: \Delta x = 0$$

$$3r: \Delta x = 5 - 20 = -15 \text{ m}$$

5. Amb el gràfic següent, determineu:

a) Classe de moviment en cada tram.

1r tram: MRU

2n tram: No hi ha moviment.

3r tram: MRU

b) Velocitat en cada tram.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$1r \text{ tram: } v = \frac{20 - 10}{2 - 0} = 5 \text{ m/s}$$

$$2n \text{ tram: } v = 0$$

$$3r \text{ tram: } v = \frac{15 - 20}{8 - 6} = -2,5 \text{ m/s}$$

c) Distància recorreguda en cada tram.

$$\Delta x = x - x_0 \quad 1r \text{ tram: } \Delta x = 20 - 10 = 10 \text{ m}$$

$$2n \text{ tram: } \Delta x = 0$$

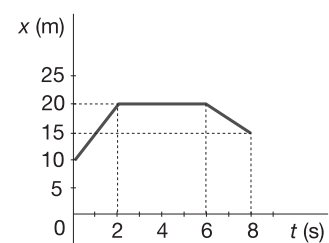
3r tram: $\Delta x = 15 - 20 = -5 \text{ m}$, aquí el desplaçament és negatiu, prenem el seu valor absolut per trobar la distància recorreguda: $d = |\Delta x| = 5 \text{ m}$

d) Distància total que ha recorregut.

$$10 + 5 = 15 \text{ m}$$

e) Valor final del desplaçament.

$$\Delta x = x - x_0 = 15 - 20 = -5 \text{ m}$$



6. En el gràfic següent representem el moviment de dues partícules damunt una superfície rectilínia. Trobeu:

a) L'equació del moviment de cada partícula.

$$v_A = \frac{0 - (-10)}{10 - 0} = 1 \text{ m/s}$$

$$x_A = -10 + t$$

$$v_B = \frac{0 - 20}{20 - 10} = -2 \text{ m/s}$$

$$x_B = 20 - 2(t - 10) \rightarrow x_B = 20 - 2t + 20 \rightarrow$$

$$x_B = 40 - 2t$$

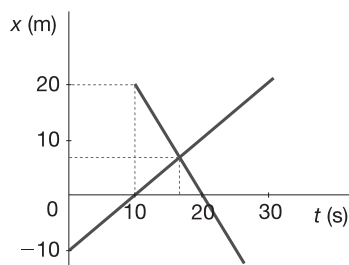
b) On es troben i quin és el temps de trobada, gràficament i numèricament.

$$x_A = x_B$$

$$\left. \begin{array}{l} x_A = -10 + t \\ x_B = 40 - 2t \end{array} \right\} -10 + t = 40 - 2t$$

$$3t = 50 \rightarrow t = \frac{50}{3} = 16,66 \text{ s}$$

$$x = -10 + 16,66 = 6,66 \text{ m}$$



7. Una motocicleta, partint del repòs, fa un recorregut d'1 km en 31,8 s. Si el moviment és rectilini uniformement accelerat, calculeu l'acceleració i la velocitat final.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

$$1000 = \frac{1}{2} a \cdot 31,8^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot 1000}{31,8^2} = 1,97 \text{ m/s}^2$$

$$v = 1,97 \cdot 31,8 = 62,89 \text{ m/s}$$

8. Escriviu l'expressió de la posició en funció del temps per a un mòbil que es desplaça sobre l'eix OX amb una acceleració constant de -4 m/s^2 , si sabem que en l'instant $t = 4 \text{ s}$ es troba en la posició $x = 16 \text{ m}$ i la seva velocitat és de 6 m/s . Quina serà la posició i la velocitat en l'instant $t = 5 \text{ s}$? Feu els gràfics posició-temps i velocitat-temps.

$$\left. \begin{array}{l} a = -4 \text{ m/s}^2 \\ t_0 = 4 \text{ s} \\ x_0 = 16 \text{ m} \\ v_0 = 6 \text{ m/s} \end{array} \right\}$$

$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$x = 16 + 6(t - 4) - \frac{1}{2} 4(t - 4)^2$$

$$x = 16 + 6t - 24 - 2t^2 + 16t - 32$$

$$x = -2t^2 + 22t - 40$$

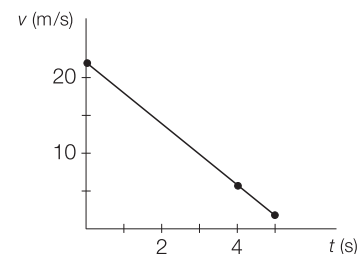
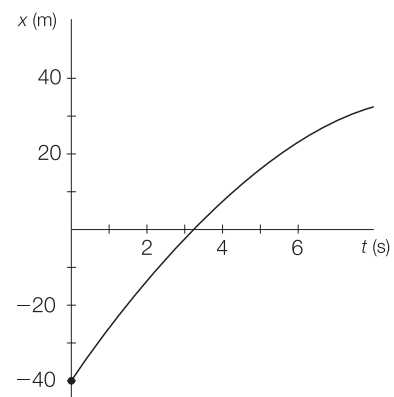
$$x(5) = -2(5)^2 + 22 \cdot 5 - 40; \quad x(5) = 20 \text{ m}$$

$$v = v_0 + a \Delta t \rightarrow v = 6 - 4(t - 4)$$

$$v = 6 - 4t + 16 \rightarrow v = 22 - 4t$$

$$v(5) = 22 - 4 \cdot 5 \rightarrow v(5) = 2 \text{ m/s}$$

t	x	y
0	-40	22
4	16	6
5	20	2



9. Un avió Boeing 727 necessita una velocitat de pista de 360 km/h per enlairar-se; si partint del repòs tarda 25 s a enlairar-se:

a) Quina acceleració constant li proporcionen els motors?

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} a \cdot 25^2$$

$$v = a t \rightarrow 100 = a \cdot 25 \rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

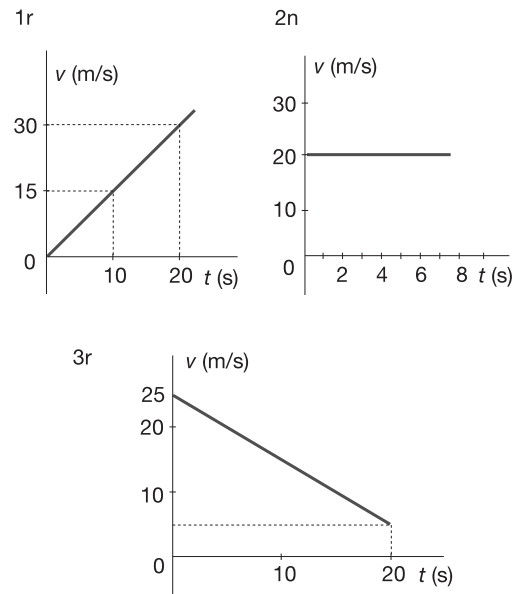
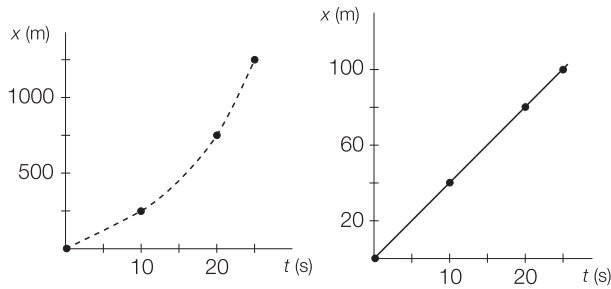
b) Quina longitud de pista ha de recórrer?

$$x = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 25^2 = 1250 \text{ m}$$

c) Representeu els gràfics $v-t$ i $x-t$.

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t^2 \\ v = 4t \end{array} \right\}$$

t	x	y
0	0	0
10	200	40
20	800	80
25	1250	100



10. a) Determineu a partir dels gràfics de la figura l'acceleració de cada mòbil.

$$1r: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 0}{20 - 0} = 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$2n: a = 0$$

$$3r: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5 - 25}{20 - 0} = -\frac{20}{20} = -1 \text{ m/s}^2$$

b) Digueu quin tipus de moviment representa cada un.

1r: MRUA

2n: MRU

3r: MRUA

c) Determineu la velocitat que porta cada mòbil als 18 s.

$$v = v_0 + a \Delta t$$

$$1r: v = 1,5t \rightarrow v = 1,5 \cdot 18 = 27 \text{ m/s}$$

$$2n: v = 20 \text{ m/s}$$

$$3r: v = 25 - t \rightarrow v = 25 - 18 = 7 \text{ m/s}$$

d) Quina distància hauran recorregut als 18 s?

$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$1r: x = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 18^2 = 243 \text{ m}$$

$$2n: x = 20 \cdot 18 = 360 \text{ m}$$

$$3r: x = 25 \cdot 18 - \frac{1}{2} \cdot 18^2 = 288 \text{ m}$$

11. Comenteu aquests gràfics, cadascun dels quals corresponen a un mòbil diferent. Especifiqueu per a cadascun d'aquests:

a) Condicions del punt de partida.

$$1r: x_0 = 0$$

$$2n: v_0 = 0$$

b) Els valors de l'espai recorregut, de la velocitat i de l'acceleració i els tipus de moviment que tenen lloc entre 0 s i 50 s, 50 s i 100 s, i entre 100 s i 200 s.

$$1r: \left. \begin{array}{l} t = 0 \text{ s} \\ t = 50 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = 1000 \text{ m}; v = \frac{1000}{50} = 20 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 50 \text{ s} \\ t = 100 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = 0 \text{ m}; v = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 100 \text{ s} \\ t = 200 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = -1000 \text{ m}; v = \frac{-1000}{100} = -10 \text{ m/s}$$

$a = 0$ en tots tres casos.

$$2n: \left. \begin{array}{l} t = 0 \text{ s} \\ t = 50 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 1000}{2} = 25000 \text{ m}$$

$$v_0 = 0; v = 1000 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 50 \text{ s} \\ t = 100 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = 1000 \cdot 50 = 50000 \text{ m}$$

$$v = 1000 \text{ m/s}$$

$$a = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 100 \text{ s} \\ t = 200 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{1000 \cdot 100}{2} = 50000 \text{ m}$$

$$v_0 = 1000 \text{ m/s}; v = 0 \text{ m/s}$$

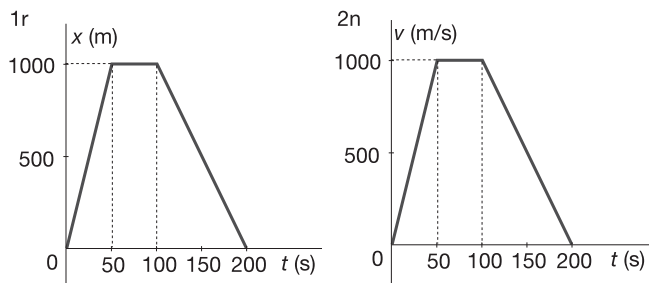
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a = \frac{0 - 1000}{100} = -10 \text{ m/s}^2$$

c) Condicions del punt final.

$$1r: \begin{aligned} x &= 0 \text{ m} \\ v &= -10 \text{ m/s} \\ a &= 0 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$2n: \begin{aligned} x &= 50000 + 25000 + 50000 = 125000 \text{ m} \\ v &= 0 \text{ m/s} \\ a &= -10 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Compareu els primers, els segons i els tercers moviments de cada gràfic.



Si comparem els moviments a cada tram per als diferents gràfics tenim:

- Tram entre $t = 0$ i $t = 50$ s. En el primer gràfic tenim un MRU amb $v > 0$ mentre que en el segon es té un MRUA amb $a > 0$.
- Tram entre $t = 50$ s i $t = 100$ s. En el primer gràfic no hi ha moviment ($v = 0$) mentre que en el segon es té MRU.
- Tram entre $t = 100$ s i $t = 200$ s. En el primer gràfic tenim un MRU amb $v < 0$ mentre que en el segon es té un MRUA amb $a < 0$.

- 12. Dos ciclistes fan una cursa de 100 m llisos. Els dos corren amb un MRUA. Si el ciclista català arriba amb una velocitat de 74 km/h i el ciclista italià arriba amb una velocitat de 20 m/s, qui guanya la carrera i quant de temps trigen a fer-la?**

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

Català: 74 km/h = 20,56 m/s

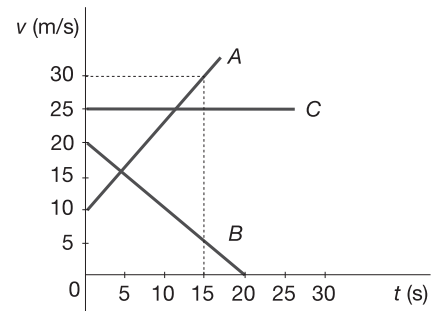
$$\left. \begin{aligned} 100 &= \frac{1}{2} a t^2 \\ 20,56 &= a t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 200 &= a t^2 \\ 20,56 &= a t \end{aligned}$$

$$200 = 20,56 t \rightarrow t = \frac{200}{20,56} = 9,73 \text{ s}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Italià: } 100 &= \frac{1}{2} a t^2 \\ 20 &= a t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 200 &= 20 t \rightarrow t = \frac{200}{20} = 10 \text{ s} \end{aligned}$$

Guanya el català.

- 13. Determineu per a cada un dels mòbils representats en la figura:**



- a) L'acceleració i l'equació del moviment i de la velocitat.**

$$\text{Mòbil A } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 10}{15} = \frac{20}{15} = 1,33 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + a \Delta t \\ x &= x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} v_A &= 10 + 1,33 t \\ x_A &= 10 t + \frac{1}{2} \cdot 1,33 t^2 \rightarrow x_A = 10 t + 0,66 t^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Mòbil B } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{20} = -1 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} v_B &= 20 - t \\ x_B &= 20 t - 0,5 t^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Mòbil C } a = 0 \text{ m/s}^2$$

$$v_C = 25 \text{ m/s}$$

$$x_C = 25 t$$

- b) Si tots tres surten de la mateixa posició, trobeu:**

- On es troben, dos a dos.

- Temps en què porten la mateixa velocitat, gràficament i matemàticament.

$$x_A = x_B$$

$$10 t + 0,66 t^2 = 20 t - 0,5 t^2$$

$$10 + 0,66 t = 20 - 0,5 t \rightarrow 1,16 t = 10$$

$$t = \frac{10}{1,16} = 8,62 \text{ s}$$

$$x = 10 \cdot 8,62 + 0,66 \cdot 8,62^2 \rightarrow x_{AB} = 135,24 \text{ m}$$

$$x_B = x_C$$

$$20t - 0,5t^2 = 25t \rightarrow -5 = 0,5t \rightarrow t = -10 \text{ s}$$

El temps no pot ser negatiu. Per tant, no es troben.

$$x_A = x_C$$

$$10t + 0,66t^2 = 25t \rightarrow 0,66t = 25 - 10$$

$$t = \frac{15}{0,66} = 22,5 \text{ s}$$

$$x = 25 \cdot 22,5 = 562,5 \text{ m}$$

$$v_A = v_B$$

$$10 + 1,33t = 20 - t \rightarrow 2,33t = 10$$

$$t = \frac{10}{2,33} = 4,29 \text{ s}$$

$$v = 20 - 4,29 = 15,7 \text{ m/s}$$

$$v_B = v_C$$

$$20 - t = 25 \rightarrow t = 20 - 25 = -5 \text{ s}$$

No porten mai la mateixa velocitat.

$$v_A = v_C$$

$$10 + 1,33t = 25 \rightarrow 1,33t = 15 \rightarrow t = \frac{15}{1,33} = 11,28 \text{ s}$$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

14. El temps dels primers classificats de la final olímpica d'una cursa de natació és: medalla d'or, 47,14 s, i medalla de plata, 47,5 s. Sabem que tota la cursa va amb MRUA i l'acceleració del medalla d'or és 0,09 m/s². De quina prova es tracta i amb quina acceleració va el medalla de plata?

$$t_{1r} = 47,14 \text{ s}; \quad a_{1r} = 0,09 \text{ m/s}^2$$

$$t_{2n} = 47,5 \text{ s}$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$$

$$x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot 0,09 \cdot 47,14^2 = 100 \text{ m}$$

$$a_{2n} = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 100}{47,5^2} = 0,088 \text{ m/s}^2$$

15. Dos mòbils es mouen damunt d'una recta. En l'instant inicial ($t = 0$) es troben a l'origen ($x = 0$).

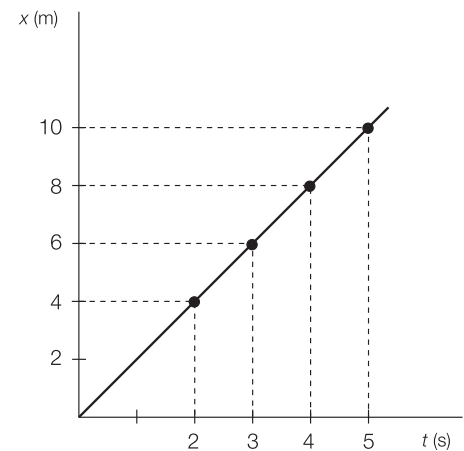
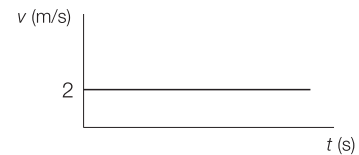
- a) El primer es mou amb moviment uniforme i quan ha passat 1 s es troba a la posició $x = 2 \text{ m}$. Calcula la posició i la velocitat quan han passat 2 s, 3 s, 4 s, 5 s. Dibuixa els gràfics posició-temps i velocitat-temps.

t quan han passat 2 s, 3 s, 4 s, 5 s. Dibuixa els gràfics posició-temps i velocitat-temps.

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 2 \text{ m} \\ t = 1 \text{ s} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v \Delta t \rightarrow \\ 2 = v \cdot 1 \rightarrow v = 2 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

$$x = 2t \rightarrow$$

t	x
0	0
2	4
3	6
4	8
5	10



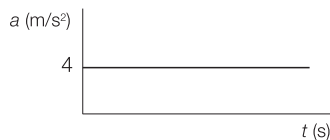
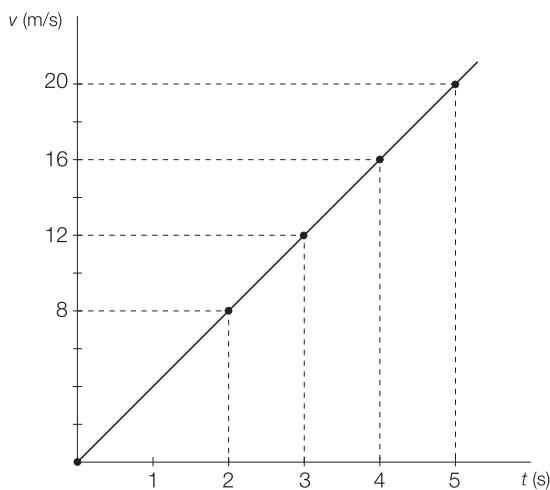
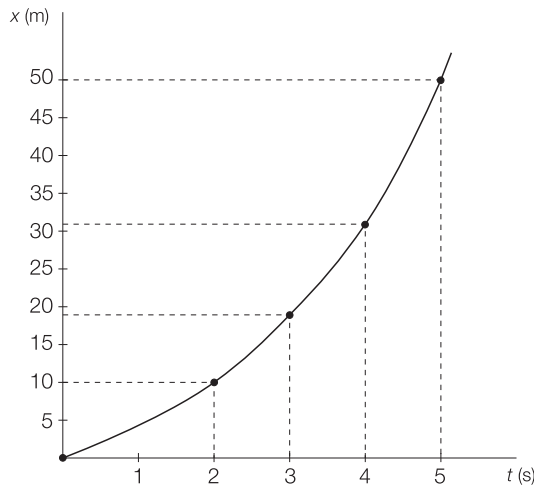
- b) El segon es mou amb moviment uniformement accelerat sense velocitat inicial ($v_0 = 0$) i quan ha passat 1 s també es troba a la posició $x = 2 \text{ m}$. Calculeu la posició i la velocitat quan han passat 2 s, 3 s, 4 s, 5 s. Dibuixeu els gràfics posició-temps, velocitat-temps i acceleració-temps.

$$\left. \begin{array}{l} v_0 = 0 \\ x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x = 2 \text{ m} \\ t = 1 \text{ s} \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array}$$

$$2 = \frac{1}{2} a \cdot 1^2 \rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t^2 \\ v = 4t \end{array} \right\}$$

t	x	v
0	0	0
2	8	8
3	18	12
4	32	16
5	50	20



c) Determineu gràficament i també matemàticament en quin moment els dos mòbils van a la mateixa velocitat i estan en la mateixa posició.

$$\left. \begin{array}{l} v = 4t \\ v = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4t = 2 \rightarrow t = 0,5 \text{ s} \\ v = 2 \text{ m/s} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t \\ x = 2t^2 \end{array} \right\} \rightarrow \cancel{x} = \cancel{x}t^2 \rightarrow t = 1 \text{ s} \\ x = 2 \text{ m}$$

16. En la final olímpica de 200 m llisos, els dos primers corredors fan la cursa amb MRUA. Si el primer classificat tarda 19,15 s i el segon classificat arriba a 72 km/h, quin temps fa el segon classificat i a quina velocitat arriba el primer?

$$x = 200 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right\}$$

$$t_{1r} = 19,15 \text{ s}$$

$$v_{2n} = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$2n \text{ classificat: } \left. \begin{array}{l} 200 = \frac{1}{2} a t^2 \\ 20 = a t \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 400 = a t^2 \\ 20 = a t \end{array} \right\} 400 = 20 t$$

$$t_{2n} = \frac{400}{20} = 20 \text{ s}$$

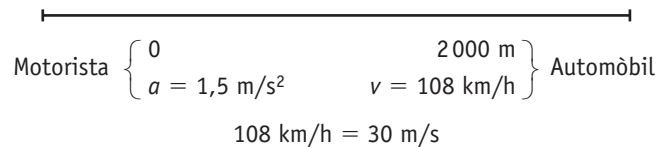
$$1r \text{ classificat: } v = 19,15 a$$

$$200 = \frac{1}{2} a \cdot 19,15^2 \rightarrow$$

$$a = \frac{400}{19,15^2} = 1,09 \text{ m/s}^2$$

$$v = 19,15 \cdot 1,09 = 20,89 \text{ m/s}$$

17. Un motorista es troba inicialment aturat en un semàfor i arrenca amb acceleració d'1,5 m/s², movent-se en línia recta i cap a la dreta. En el mateix moment, un automòbil que es mou amb una velocitat constant de 108 km/h, es troba a 2 km del motorista, i es mou cap a l'esquerra. Calculeu en quin moment es troben i en quina posició ho fan.



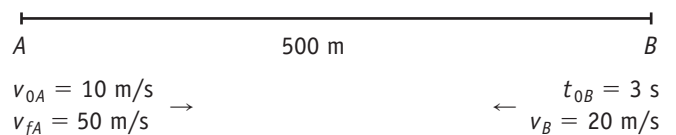
$$\left. \begin{array}{l} x_M = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot t^2 \\ x_A = 2000 - 30t \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot t^2 = 2000 - 30t \rightarrow 0,75t^2 + 30t - 2000 = 0$$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 0,75 \cdot 2000}}{2 \cdot 0,75} = \frac{-30 \pm 83,07}{1,5} = 35,38 \text{ s}$$

$$x = 2000 - 30 \cdot 35,38 = 938,67 \text{ m}$$

18. Dos mòbils es mouen seguint una trajectòria rectilínia entre els punts A i B situats a 500 m l'un de l'altre. El primer surt d'A a 10 m/s, va cap a B amb una acceleració constant i arriba a B amb una velocitat de 50 m/s. El segon surt de B 3 s més tard amb velocitat constant de 20 m/s cap a A. Calculeu:



a) Quina acceleració té el mòbil A?

$$\left. \begin{array}{l} x = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 500 &= 10t + \frac{1}{2} a_A t^2 \\ 50 &= 10 + a_A t \end{aligned} \right\} t = \frac{40}{a_A}$$

$$500 = 10 \cdot \frac{40}{a_A} + \frac{1}{2} a_A \cdot \frac{40^2}{a_A^2} \rightarrow$$

$$500 = \frac{400}{a_A} + \frac{800}{a_A} \rightarrow$$

$$500 = \frac{1200}{a_A} \rightarrow a_A = \frac{1200}{500} = 2,4 \text{ m/s}^2$$

b) En quin punt es trobaran?

$$x_A = 10t + 1,2t^2$$

$$x_B = 500 - 20(t - 3)$$

$$x_B = 500 - 20t + 60 \rightarrow x_B = 560 - 20t$$

$$\left. \begin{aligned} x_A &= 10t + 1,2t^2 \\ x_B &= 560 - 20t \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow 10t + 1,2t^2 = 560 - 20t \rightarrow 1,2t^2 + 30t - 560 = 0$$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 1,2 \cdot 560}}{2 \cdot 1,2} = 12,46 \text{ s}$$

$$x = 560 - 20 \cdot 12,46 = 310,83 \text{ m}$$

c) En quin punt està el mòbil que surt d'A en el moment que té la mateixa velocitat que el mòbil B?

$$\left. \begin{aligned} x &= 10t + 1,2t^2 \\ v &= 10 + 2,4t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v &= 20 \text{ m/s} \\ 20 &= 10 + 2,4t \end{aligned} \rightarrow$$

$$t = \frac{10}{2,4} = 4,17 \text{ s}$$

$$x = 10 \cdot 4,17 + 1,2 \cdot 4,17^2 = 62,57 \text{ m}$$

19. Un bloc es deixa lliscar amb moviment rectilini uniformement accelerat per un pla inclinat de 6 m de longitud, i tarda 2 s a fer aquest recorregut. Després, continua desplaçant-se en línia recta i amb velocitat constant per un pla horitzontal que també té 6 m de longitud, puja per un altre pla inclinat amb moviment uniformement accelerat i, finalment, es para després d'haver fet un recorregut per aquest últim pla de 3,6 m.

a) Dibuixeu els gràfics v - t , x - t i a - t del moviment total.

$$\left. \begin{aligned} 1: x &= x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow 6 = \frac{1}{2} a 2^2 \rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2; \quad v = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m/s}$$

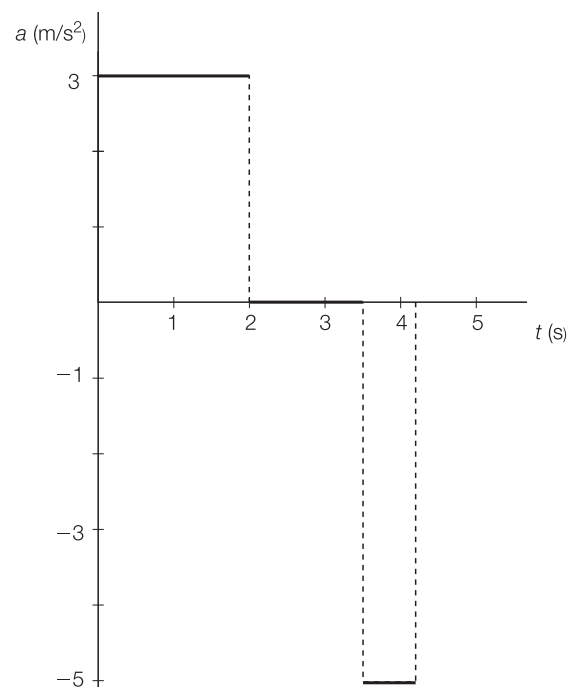
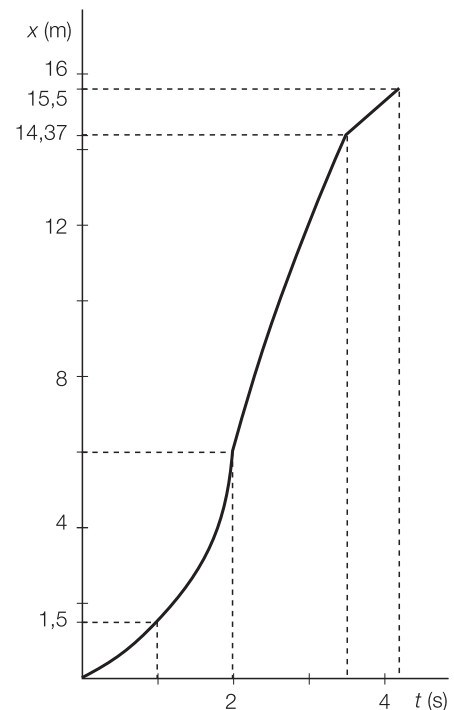
$$2: x = x_0 + v \Delta t$$

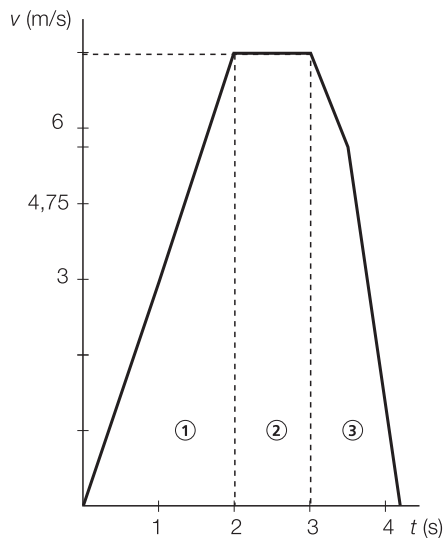
$$12 = 6 + 6t \rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$\left. \begin{aligned} 3: 0 &= 6 + at \\ 15,6 &= 12 + 6t + \frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow a = -\frac{6}{t}$$

$$\rightarrow 3,6 = 6t - \frac{1}{2} \frac{6}{t} t^2 \rightarrow$$

$$3,6 = 3t \rightarrow \frac{3,6}{3} = 1,2 \text{ s} \rightarrow a = -\frac{6}{1,2} = -5 \text{ m/s}^2$$





- b) Comproveu en el gràfic v - t que l'espai total recorregut pel bloc és de 15,6 m.

Calculem l'àrea del gràfic v - t .

$$2 \cdot \frac{6}{2} = 6 \text{ m}$$

$$6 \cdot 1 = 6 \text{ m}$$

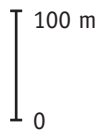
$$1,2 \cdot \frac{6}{2} = 3,6 \text{ m}$$

Àrea total:

$$6 + 6 + 3,6 = 15,6 \text{ m}$$

NOTA: Aneu canviant de sistema de referència segons el pla en què es mogui el bloc.

20. Amb quina velocitat inicial hem de llançar verticalment cap amunt un cos perquè arribi fins a una altura de 100 m? Quant de temps tardarà a arribar-hi?



$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + a \Delta t \\ y &= y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= v_0 - 9,8 t \\ 100 &= v_0 t - \frac{1}{2} 9,8 t^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_0 &= 9,8 t \\ 100 &= 9,8 t^2 - 4,9 t^2 \end{aligned}$$

$$100 = 4,9 t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{100}{4,9}} = 4,51 \text{ s}$$

$$v_0 = 9,8 \cdot 4,51 = 44,27 \text{ m/s}$$

21. Llançem verticalment cap amunt una bala amb una velocitat de 108 km/h.

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

- a) Quina és l'alçària màxima que assoleix i quant de temps triga a fer-ho?

$$\left. \begin{aligned} y &= 30 t - 4,9 t^2 \\ 0 &= 30 - 9,8 t \end{aligned} \right\}$$

$$t = \frac{30}{9,8} = 3,06 \text{ s}$$

$$y = 30 \cdot 3,06 - 4,9 \cdot 3,06^2 = 45,92 \text{ m}$$

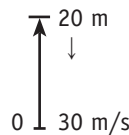
- b) Quan ha passat la meitat del temps, a quina altura està i a quina velocitat va?

$$\frac{t}{2} = \frac{3,06}{2} = 1,53 \text{ s}$$

$$y = 30 \cdot 1,53 - 4,9 \cdot 1,53^2 = 34,43 \text{ m}$$

$$v = 30 - 9,8 \cdot 1,53 = 15 \text{ m/s}$$

22. Un objecte que s'ha llançat verticalment cap avall assoleix una velocitat de 30 m/s als 20 m de recorregut. Quant de temps ha tardat? A quina velocitat ha estat llançat?



$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 20 - v_0 t - \frac{1}{2} 9,8 t^2 \\ -30 &= -v_0 - 9,8 t \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 0 &= 20 - v_0 t - 4,9 t^2 \\ 30 &= v_0 + 9,8 t \end{aligned} \right\}$$

$$v_0 = 30 - 9,8 t$$

$$0 = 20 - (30 - 9,8 t) t - 4,9 t^2 \rightarrow$$

$$0 = 20 - 30 t + 9,8 t^2 - 4,9 t^2 \rightarrow$$

$$4,9 t^2 - 30 t + 20 = 0$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot 20}}{2 \cdot 4,9} = \frac{30 \pm 22,54}{9,8} =$$

$$\begin{aligned} t &= 5,36 \text{ s} \\ t &= 0,76 \text{ s} \end{aligned}$$

$$v_0 = 30 - 9,8 \cdot 0,76 = 22,54 \text{ m/s}$$

23. [Curs 98-99] Javier Sotomayor és l'actual campió de salt d'alçada amb una marca de 2,45 m. Determineu la velocitat amb què va saltar verticalment de terra, la velocitat de sortida. Suposeu negligibles els efectes del fregament amb l'aire.

Segons l'enunciat, el salt és vertical, l'altura màxima assolida és de 2,45 m i el fregament és negligible. Per tant:

$$y_{\max} = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

on $g = -9,8 \text{ m/s}^2$

D'altra banda, en el punt més alt la velocitat és nul·la:

$$0 = v_0 + g t \rightarrow t = \frac{-v_0}{g}$$

Introduint aquesta expressió en la primera equació:

$$y_{\max} = -\frac{v_0^2}{g} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_0^2}{g} \right)$$

$$v_0 = \sqrt{-2 g y_{\max}} = \sqrt{-2 \cdot (-9,8) \cdot 2,45} = 6,93 \text{ m/s}$$

24. Des d'una altura de 200 m sobre el terra, llancem verticalment i cap amunt un cos amb una velocitat inicial de 30 m/s.

200 m $\rightarrow v_0 = 30 \text{ m/s}$



- a) Feu un dibuix aproximat del gràfic v - t corresponent al moviment d'aquest cos des de l'instant de llançament fins que arriba a terra. Indiqueu en el gràfic els valors de v i t corresponents als instants inicial i final.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v = v_0 + a \Delta t \end{array} \right\}$$

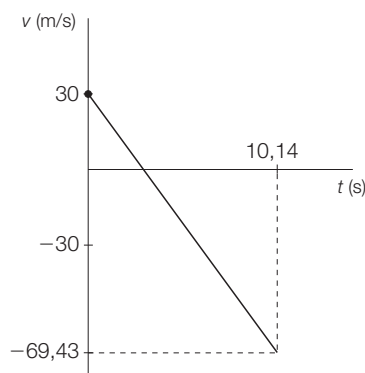
$$\left\{ \begin{array}{l} y = 200 + 30t - \frac{1}{2} 9,8t^2 \\ v = 30 - 9,8t \end{array} \right\}$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 200 + 30t - 4,9t^2$$

$$\rightarrow 4,9t^2 - 30t - 200 = 0$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 200 \cdot 4,9}}{2 \cdot 4,9} = \frac{30 \pm 69,43}{9,8} = 10,14 \text{ s}$$

$$v = 30 - 9,8 \cdot 10,14 = -69,43 \text{ m/s}$$



- b) Quant temps tarda a recórrer els darrers 50 m?

$$50 = 200 + 30t + 4,9t^2$$

$$\rightarrow 0 = 150 + 30t - 4,9t^2 \rightarrow 4,9t^2 - 30t - 150 = 0$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 150 \cdot 4,9}}{2 \cdot 4,9} = \frac{30 \pm 61,97}{9,8} = 9,38 \text{ s fins a 50 m}$$

$$t_{\text{últims 50 m}} = t_f - t_{\text{fins 50 m}} = 10,14 - 9,38 = 0,76 \text{ s}$$

- c) Quina serà la seva posició respecte del terra en l'instant en què el cos baixa amb una velocitat de mòdul igual a 40 m/s?

$$-40 = 30 - 9,8t \rightarrow -70 = -9,8t \rightarrow t = \frac{70}{9,8} = 7,14 \text{ s}$$

$$y = 200 + 30 \cdot 7,14 - 4,9 \cdot 7,14^2 = 164,4 \text{ m}$$

25. Des del terra llancem cap amunt dos cossos amb velocitat de 20 m/s i 30 m/s, respectivament, el segon cos 1 s més tard que el primer. Calculeu el temps, l'altura i la velocitat quan es troben.

$$A \left\{ \begin{array}{l} v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array} \right.$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} v_0 = 30 \text{ m/s} \\ t_0 = 1 \text{ s} \\ y_0 = 0 \end{array} \right.$$

$$a = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_A = 20t - 4,9t^2 \\ y_B = 30(t-1) - 4,9(t-1)^2 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\rightarrow y_B = 30t - 30 - 4,9t^2 + 9,8t - 4,9 \rightarrow$$

$$\rightarrow y_B = -34,9 + 39,8t - 4,9t^2$$

$$v_A = 20 - 9,8t$$

$$v_B = 30 - 9,8(t-1) \rightarrow v_B = 39,8 - 9,8t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_A = 20t - 4,9t^2 \\ y_B = -34,9 + 39,8t - 4,9t^2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} v_A = 20 - 9,8t \\ v_B = 39,8 - 9,8t \end{array} \right.$$

$$20t - 4,9t^2 = -34,9 + 39,8t - 4,9t^2 \rightarrow$$

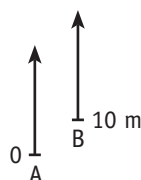
$$34,9 = 39,8t - 20t \rightarrow t = \frac{34,9}{19,8} = 1,76 \text{ s}$$

$$y = 20 \cdot 1,76 - 4,9 \cdot 1,76^2 = 20,02 \text{ m}$$

$$v_A = 20 - 9,8 \cdot 1,76 = 2,75 \text{ m/s}$$

$$v_B = 39,8 - 9,8 \cdot 1,76 = 22,55 \text{ m/s}$$

26. Dos nois llancen una pedra cap amunt. El primer és a terra i la llança a 60 m/s; el segon està enfilat a una escala 10 m per sobre del terra i la llança 2 s més tard a 70 m/s. Calculeu el temps, la velocitat i l'altura quan es troben les dues pedres.



$$A \begin{cases} v_0 = 60 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad B \begin{cases} v_0 = 70 \text{ m/s} \\ t_0 = 2 \text{ s} \\ y_0 = 10 \text{ m} \end{cases}$$

$$a = -9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \\ v &= v_0 + a \Delta t \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} y_A &= 60t - 4,9t^2 \\ y_B &= 10 + 70(t - 2) - 4,9(t - 2)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$y_B = 10 + 70t - 140 - 4,9t^2 + 19,6t - 19,6$$

$$\left. \begin{aligned} y_B &= -149,6 + 89,6t - 4,9t^2 \\ y_A &= 60t - 4,9t^2 \end{aligned} \right\} y_A = y_B \rightarrow$$

$$\rightarrow -149,6 + 89,6t - 4,9t^2 = 60t - 4,9t^2$$

$$\rightarrow -149,6 = -89,6t + 60t \rightarrow t = \frac{149,6}{29,6} \rightarrow t = 5,05 \text{ s}$$

$$y = 60 \cdot 5,05 - 4,9 \cdot 5,05^2; y = 178,04 \text{ m}$$

$$v_A = 60 - 9,8t$$

$$v_B = 70 - 9,8(t - 2) \rightarrow v_B = 70 - 9,8t + 19,6 \rightarrow$$

$$v_B = 89,6 - 9,8t$$

$$v_A = 60 - 9,8 \cdot 5,05; v_A = 10,51 \text{ m/s}$$

$$v_B = 89,6 - 9,8 \cdot 5,05; v_B = 40,11 \text{ m/s}$$

27. Una pilota es llança des del terra amb una velocitat inicial $v_0 = 15 \text{ m/s}$.

a) A quina alçada arriba?

L'alçada a què arriba la trobem imposant que la velocitat en aquest punt sigui zero:

$$y = y_0 + \frac{v_2 - v_0^2}{2g} = \frac{-v_0^2}{2g} = \frac{-15^2}{2 \cdot (-9,8)} = 11,48 \text{ m}$$

b) Amb quina velocitat arriba a terra?

Negligint el fregament amb l'aire, per simetria, la velocitat d'arribada al terra és la mateixa en mòdul que la del llançament, però de sentit contrari. Per tant:

$$v = -15 \text{ m/s}$$

c) Si la velocitat de llançament fos el doble, quina seria la relació dels nous valors de l'alçada màxima i de la velocitat d'arribada a terra amb els inicials?

Si la velocitat de llançament ara és el doble ($v'_0 = -2v_0$), la velocitat d'arribada a terra també serà doble:

$$v' = -v'_0 = -2v_0$$

L'altura màxima ara serà:

$$y = y_0 + \frac{v_2 - v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{2 \cdot (-9,8)} = 45,92$$

28. Des d'una altura de 200 m sobre el terra llancem verticalment cap amunt un cos amb una velocitat inicial de 30 m/s.

a) Feu el dibuix aproximat del gràfic v - t corresponent al moviment d'aquest cos des de l'instant de llançament fins que arriba a terra. Indiqueu en el gràfic els valors de v i t corresponents als instants inicial i final.

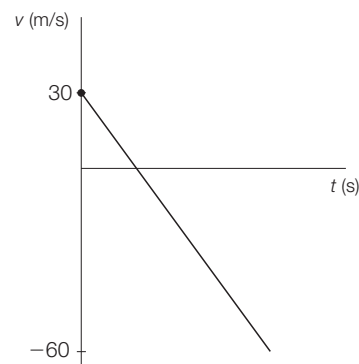
$$y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2 \rightarrow y = 200 + 30t - 4,9t^2$$

$$v = v_0 + g \Delta t \rightarrow v = 30 - 9,8t$$

$$v = 0 \rightarrow t = \frac{30}{9,8} = 3,06 \text{ s}$$

$$0 = 200 + 30t - 4,9t^2$$

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 200}}{-4,9 \cdot 2} = \frac{-30 \pm 69,43}{-9,8} = 10,15 \text{ s}$$



t (s)	v (m/s)
0	30
3,06	0
6,12	-30
10,15	-69,43

b) Quant temps tarda a recórrer els darrers 50 m?

$$\Delta y = 50 \text{ m} \rightarrow \Delta y = y - y_0 \rightarrow y = \Delta y + y_0 = 50 + 200 = 250 \text{ m}$$

$$y = y_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$50 = 200 + 30t - 4,9t^2 \rightarrow 4,9t^2 - 30t - 150 = 0$$

$$t = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 + 4 \cdot 4,9 \cdot 150}}{2 \cdot 4,9} = \frac{30 \pm 61,97}{9,8} = 9,38 \text{ s}$$

$$y = 50 \text{ m} \rightarrow \Delta t = 10,15 - 9,38 = 0,77 \text{ s}$$

c) Quina serà la seva posició respecte del terra en què el cos baixa amb una velocitat de mòdul igual a 40 m/s?

$$v = -40 \text{ m/s}$$

$$v = v_0 + g \Delta t$$

$$-40 = 30 - 9,8t \rightarrow t = \frac{-70}{-9,8} = 7,14 \text{ s}$$

$$y = 200 + 30 \cdot 7,14 - 4,9 \cdot 7,14^2 = 164,4 \text{ m}$$