Representar nombres reals a una recta numèrica

Farem el cas de representar arrels no exactes, que són nombres irracionals en una recta numèrica.

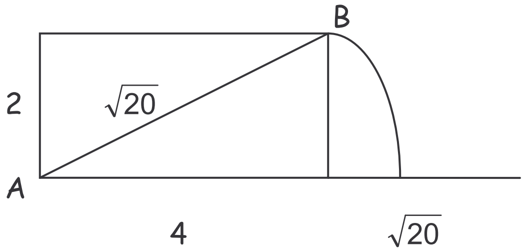
La idea és fer un quadrat o un rectangle, la diagonal dels quals sigui igual al número que volem representar.

Exemple: Representar $\sqrt{20}$
Sabem que $\sqrt{20} = 4'47...$ La part entera, és a dir, el número que va davant de la coma serà la base de la figura que busquem. En aquest cas, doncs, la base serà 4.

Un cop sabem quant fa la base, anem a trobar l'altura de la figura. Es tracta d'elevar al quadrat el número que fa de base i restar el resultat del número que hi ha dins de l'arrel que es vol representar. Un cop tinguem el resultat, fem l'arrel quadrada i ja tindrem l'altura que busquem.

Així: $4^2 = 16$. Ara restem $20 - 16 = 4$, i fem l'arrel quadrada del resultat: $\sqrt{4} = 2$

Per tant, la base serà 4 i l'altura serà 2.



En tenir la diagonal de la figura una mida igual a $\sqrt{20}$, si clavem l'agulla d'un compàs al punt A i col·loquem la punta del llapis al punt B i dibuixem un arc, aquest arc té com a radi $\sqrt{20}$, i, per tant, en perllongar l'arc fins l'eix, tindrem dibuixat en aquest eix $\sqrt{20}$.

Operacions amb nombres reals

La majoria d'operacions en les quals intervenen els nombres irracionals, tenen com a resultat un altre nombre irracional. Si es vol donar el resultat exacte, s'hauria de deixar indicat el nombre irracional.

Exemple: Calcular la longitud d'una circumferència de 5 metres de radi.

$L = 2\pi r = 2\pi 5 = 10\pi$ m I aquesta és la forma més exacta d'expressar el resultat i no utilitzar alguna aproximació on apareguin decimals.

De tota manera, en les operacions on intervenen arrels no exactes, el resultat pot ser racional.

Exemples: a) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ Si elevem al quadrat una arrel, ens dóna un resultat racional
b) $(3+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2}) = 9 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$

Les propietats de les operacions amb els nombres reals són les mateixes que les operacions amb els nombres racionals.

Així, per la suma, tenim:

a) Commutativa: a+b=b+a
b) Associativa: (a+b)+c=a+(b+c)
c) Existència d'element neutre: és el 0, ja que a+0=a
d) Existència d'element oposat: si tenim un número a, el seu oposat és –a, ja que a+(-a)=0
e) Distributiva de la suma respecte la multiplicació: a·(b+c)=ab+ac

Per la multiplicació trobem:

a) Commutativa: a·b=b·a
b) Associativa: (a·b)·c=a·(b·c)
c) Existència d'element neutre: és l'1, ja que a·1=a
d) Existència d'element simètric o invers, sempre que a no sigui 0. L'invers d'un número a és $\frac{1}{a}$, ja que $a \cdot \frac{1}{a} = 1$