

Polinomis

Un polinomi és una expressió algebraica, és a dir, on apareixen lletres i números.

Bàsicament, el polinomi té la següent estructura:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Els a_i , amb $i=0,1,\dots,n$ són números i s'anomenen coeficients del polinomi. El coeficient que apareix sense lletra (seria amb la lletra elevada a exponent 0). La lletra x és la variable indeterminada del polinomi. Apareix elevada a diferents exponents que només poden ser números naturals. El major exponent al qual apareix elevada la lletra és el grau del polinomi. Cadascun dels elements del polinomi separats per signes de suma o resta són els termes del polinomi.

Exemple:

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1$$

En aquest cas, els coeficients del polinomi són: 3, 2, -2 i 1.

El terme independent és: 1

El grau és: 4

Valor numèric d'un polinomi

És el número que resulta en substituir la lletra del polinomi per un número que ens diguin i fer les operacions corresponents.

Exemples:

a) Valor numèric de $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1$ per a $x=2$

Substituïm les x per 2:

$$P(2) = 3 \cdot (2)^4 + 2 \cdot (2)^3 - 2 \cdot (2) + 1 = 3 \cdot 16 + 2 \cdot 8 - 4 + 1 = 48 + 16 - 4 + 1 = 61$$

b) Valor numèric de $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1$ per a $x=-2$

Substituïm les x per -2:

$$P(-2) = 3 \cdot (-2)^4 + 2 \cdot (-2)^3 - 2 \cdot (-2) + 1 = 3 \cdot 16 + 2 \cdot (-8) + 4 + 1 = 48 - 16 + 4 + 1 = 37$$

Operacions amb polinomis

Suma

Exemple: Fer la suma entre:

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1 \text{ i } Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x - 3$$

Els hem de col·locar de manera que quedin els termes amb el mateix grau un a sota de l'altre.

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 \\ 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x - 3 \\ \hline 8x^4 - x^3 + 4x^2 - 8x - 2 \end{array}$$

Resta El procediment és el mateix que a la suma, però s'han de canviar el signe de tots els termes del polinomi que va darrera del signe negatiu.

Exemple: Fer la resta entre:

$$P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1 \text{ i } Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x - 3$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 \\ - 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 6x + 3 \\ \hline - 2x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

Multiplicació

No hi ha cap norma per a la col·locació, però sí que s'han de deixar espais en blanc si a l'hora d'escriure el resultat de la multiplicació per cada terme hi ha algun salt de grau.

Exemple: Fer la multiplicació entre $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1$ i $Q(x) = -3x - 2$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 \\ \bullet \quad - 3x - 2 \\ \hline - 6x^4 - 4x^3 + 4x - 2 \\ - 9x^5 - 6x^4 + 6x^2 - 3x \\ \hline - 9x^5 - 12x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x - 2 \end{array}$$

Divisió

Dividir $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x + 1$ entre $Q(x) = x^2 - 2$

$P(x)$ és el dividend i $Q(x)$ és el divisor. Hem de col·locar el dividend completant amb zeros si hi ha algun salt de grau.

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 2x^3 + 0x^2 - 2x + 1 \\ - 3x^4 + 6x^2 \\ \hline 2x^3 + 6x^2 - 2x + 1 \\ - 2x^3 + 4x \\ \hline 6x^2 + 2x + 1 \\ - 6x^2 + 12 \\ \hline 2x + 13 \end{array}$$