

Màxim comú divisor i mínim comú múltiple de polinomis

Per calcular-los, s'ha d'aplicar el mateix procediment que es fa servir amb números. És a dir, en primer lloc, cal factoritzar els polinomis.

Si es vol calcular el màxim comú divisor, es triaran només els factors que apareixen repetits a les descomposicions, i si hi ha factors amb exponents diferents, es tria l'exponent més petit.

Si es vol calcular el mínim comú múltiple, es triaran tots els factors que apareixen a les descomposicions, i si hi ha factors amb exponents diferents, es triarà l'exponent més gran.

Exemple: Calcular el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6$ i $2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$

Descomponem els dos polinomis. Comencem amb $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 3 & -3 & -7 & 6 \\ 1 & & 1 & 4 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 4 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

Seguim amb 1:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & 1 & -6 \\ 1 & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

Aquí podríem fer servir la fórmula, o bé seguir amb Ruffini, per exemple amb -2.

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 5 & 6 \\ -2 & & -2 & -6 \\ \hline & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

Per tant, el polinomi descompost queda així: $(x-1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x+3)$

Ara descomponem $2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -8 & -14 & 20 \\ 1 & & 2 & -6 & -20 \\ \hline & 2 & -6 & -20 & 0 \end{array}$$

Si plantejem l'equació de segon grau igualant a 0:

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (2) \cdot (-20)}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 160}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{4} = \begin{cases} x = \frac{6 + 14}{4} = \frac{20}{4} = 5 \\ x = \frac{6 - 14}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

Per tant, el polinomi descompost, tenint en compte que hi ha el 2 multiplicant la $2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$, queda : $2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 5) \cdot (x + 2)$

Les dues descomposicions són: $(x - 1)^2 \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$ i $2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 5) \cdot (x + 2)$

Així el **màxim comú divisor**: (només els repetits i si hi ha algun repetit amb diferents exponents, l'exponent més petit): $(x - 1) \cdot (x + 2)$

Mentre que el **mínim comú múltiple**: (tots els factors i si hi ha algun que apareix amb exponents diferents, l'exponent més gran): $2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \cdot (x - 5)$