

Equacions i sistemes amb matrius

Bàsicament s'han de seguir les normes per resoldre equacions i sistemes, però s'ha de tenir en compte que ara, la incògnita és una matriu.

Exemples:

a) Resoldre l'equació $4X - \frac{1}{2}A = B$ Si sabem que $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

Substituïm les dues matrius a l'equació:

$$4X - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Fem la multiplicació.

$$4X - \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Passem la matriu a l'altra banda de l'igual:

$$4X = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Fem la suma:

$$4X = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$$

I ara només falta fer la divisió:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & \cancel{\frac{2}{4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

b) Resoldre el següent sistema: $\begin{cases} 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \end{cases}$

Si multipliquem per 2 l'equació de baix, es pot eliminar la Y.

$$\begin{cases} 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \\ 2X + 2Y = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 10 \end{pmatrix} \end{cases} \text{ Sumem les equacions}$$

$$5X = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 0 & 15 \end{pmatrix} \text{ I ara només falta dividir per trobar la } X. X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

I si substituïm la X per aquest resultat a qualsevol de les dues equacions, trobem la Y. És més fàcil substituir a l'equació de baix.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + Y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

