9226 - Matemàtiques 3 ESO

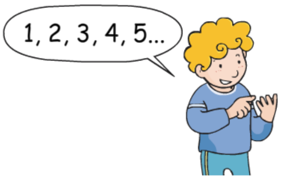
Índex

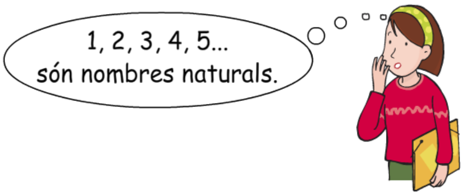
Unitat 1

Nombres enters

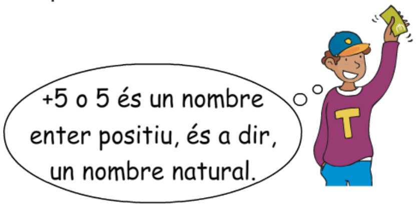
Nombres enters

Els nombres 0, 1, 2, 3…, que fem servir per comptar, s’anomenen **nombres naturals**.





De vegades posem un signe + o – davant dels nombres naturals per poder-nos referir a una situació o a l’oposada.



Els nombres naturals precedits de signe + o – s’anomenen **nombres enters.**

$$\underbrace{\ldots, -3, -2, -1, 0}_{\text{enters negatius}}\!\!\!\overbrace{, 1, 2, 3, \ldots}^{\text{enters positius o nombres naturals}}$$

«Enter» vol dir «sencer», en contraposició amb «fraccionari», que vol dir «fraccionat» o «trencat».

1 Nombres

Sumes i restes

Recordem com se sumen i com es resten els nombres amb signe.

$+(+a) = +a$	$+(-a) = -a$
$-(+a) = -a$	$-(-a) = +a$

Exemples:

$-7 \underbrace{+\ (+8)} = -7 + 8 = 1$

$-3 \underbrace{+\ (-5)} = -3 - 5 = -8$

$2 \underbrace{-\ (+7)} = 2 - 7 = -5$

$3 \underbrace{-\ (-4)} = 3 + 4 = 7$

$-5 \underbrace{-\ (-3)} \underbrace{-\ (-8)} \underbrace{+\ (-1)} = -5 + 3 + 8 - 1 =$
$= (3 + 8) - (5 + 1) =$
$= 11 - 6 = 5$

Multiplicacions i divisions

Recordem les regles dels signes que s’apliquen per multiplicar o dividir.

$+ \cdot + = +$	$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$	$- \cdot - = +$

$\frac{+}{+} = +$	$\frac{+}{-} = -$
$\frac{-}{+} = -$	$\frac{-}{-} = +$

Exemples:

$3 \cdot (-5) = -15$	$\frac{-8}{-2} = 4$
$-2 \cdot (-3) \cdot 5 = 30$	$-4 \cdot (-2) = 8$
$-2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot (-1) = -30$	$-9 : 3 = -3$

Multipliquem prescindint dels signes i posem els signes + o – segons que el nombre de signes – sigui parell o imparell.

$\underbrace{(-) \cdot (-)}_{+} \cdot (-) = -$ $\quad$ $\underbrace{(-) \cdot (-)}_{+} \cdot \underbrace{(-) \cdot (-)}_{+} = +$ $\quad$ $\underbrace{(-) \cdot (-)}_{+} \cdot \underbrace{(-) \cdot (-)}_{+} \cdot (-) = -$

Operacions combinades

Recordem el conveni de l'ordre de prioritat de les operacions.

En una sèrie d'operacions combinades sempre seguim el mateix ordre:

1) Efectuem l'interior dels parèntesis.

2) Fem les multiplicacions i divisions.

3) Fem les sumes i restes.

Exemples:

$4 - 3 \cdot 5 - 2 \cdot (12 - 7) = 4 - 15 - 2 \cdot 5 = 4 - 15 - 10 = -21$

$-2 - 4 \cdot (-3) - (-3) \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 = -2 + 12 - 3 - 6 = 1$

$6 - \dfrac{5 - 20}{3} - 4 \cdot (2 - 7) = 6 - \dfrac{-15}{3} - 4 \cdot (-5) = 6 - (-5) + 20 = 6 + 5 + 20 = 31$

Exercicis

1 2 3 4 5 6 7

Nombres fraccionaris

1/5 ## Nombres fraccionaris

Si volem expressar una part de la unitat, no ho podem fer amb un nombre enter.
Si dividim la unitat en parts iguals i volem expressar una o més d'aquestes parts, fem servir les fraccions.

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ és una fracció.

El **numerador**, 3, indica quantes n'agafem.

El **denominador**, 4, indica en quantes parts iguals dividim la unitat.

De vegades posem un signe + o – davant de les fraccions per poder-nos referir a una situació o a l'oposada.

$+\frac{3}{4}$ o $\frac{3}{4}$ és una fracció positiva.

$-\frac{3}{4}$ és una fracció negativa.

Una fracció es pot interpretar com un quocient i expressar-se en forma de nombre decimal.

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\qquad$ $-\frac{3}{4} = -0{,}75$

Tenint en compte la regla dels signes de la divisió dels nombres enters, podem escriure:

$\frac{3}{4} = \frac{-3}{-4}$

Habitualment treballem amb la fracció que té el denominador positiu.

$-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4} = \frac{3}{-4}$

Una fracció es pot expressar, doncs, com a quocient de dos nombres enters.

2/5

$\frac{a}{b}$ a, b nombres enters ($b \neq 0$)

Els nombres enters es poden considerar nombres fraccionaris de denominador 1.

$-8 = \frac{-8}{1}$

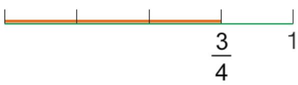
Fracció equivalent

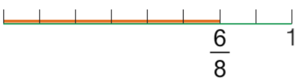
Si multipliquem (o dividim) el numerador i el denominador d'una fracció per un mateix nombre que no sigui nul, obtenim una **fracció equivalent**.

$\frac{3}{4} \overset{\cdot 2}{\underset{\cdot 2}{=}} \frac{6}{8}$ Hem amplificat la fracció $\frac{3}{4}$.

$\frac{6}{8} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \frac{3}{4}$ Hem simplificat la fracció $\frac{6}{8}$.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = 0{,}75$





Les fraccions $\frac{3}{4}$ i $\frac{6}{8}$ són fraccions equivalents. Les fraccions $\frac{3}{4}$ i $\frac{6}{8}$ i el decimal 0,75 representen el mateix nombre.

Sumes i restes

• Per sumar o restar dues fraccions amb el mateix denominador, deixem el mateix denominador i sumem o restem els numeradors.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b} \qquad (b \neq 0)$$

• Si les fraccions tenen denominadors diferents, primer de tot les reduïm a comú denominador. Com a comú denominador, agafem el mínim comú múltiple dels denominadors.

Exemples:

$$\frac{-3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{-9}{12}-\frac{10}{12}=\frac{-9-10}{12}=\frac{-19}{12}$$

mcm (4, 6) = 12

$$\frac{2}{5}-\frac{-3}{10}=\frac{4}{10}-\frac{-3}{10}=\frac{4-(-3)}{10}=\frac{4+3}{10}=\frac{7}{10}$$

mcm (5, 10) = 10

Simplifiquem el resultat.

$$\frac{3}{8}-\frac{2}{5}+\frac{-1}{10}=\frac{15}{40}-\frac{16}{40}+\frac{-4}{40}=\frac{15-16+(-4)}{40}=\frac{15-16-4}{40}=\frac{-5}{40}=\frac{-1}{8}$$

mcm (8, 5, 10) = 40

Exemples de sumes i restes d'un nombre enter i una fracció (càlcul mental):

$$\frac{3}{5}-2=\frac{3-10}{5}=\frac{-7}{5}$$

$5 \cdot (-2) = -10$

$$1-\frac{8}{3}=\frac{3-8}{3}=\frac{-5}{3}$$

$1 \cdot 3 = 3$

$$-2+\frac{9}{4}=\frac{-8+9}{4}=\frac{1}{4}$$

$-2 \cdot 4 = -8$

Multiplicacions

Per multiplicar dues fraccions, multipliquem els numeradors entre ells i els denominadors entre ells.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd} \qquad (b \neq 0;\ d \neq 0)$$

Sempre que sigui possible, simplifiquem abans d'operar.

Exemples:

$$\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$$

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{-4}{5}=-\frac{3}{\cancel{8}_{2}}\cdot\frac{\cancel{4}^{1}}{5}=-\frac{3}{10}$$

Posem el signe que correspon segons la regla dels signes de la multiplicació i multipliquem les fraccions prescindint dels signes.

Divisions

Per dividir dues fraccions, multipliquem la primera per la inversa de la segona.

La fracció inversa de $\frac{c}{d}$ és $\frac{d}{c}$.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c} \qquad (b \neq 0;\ c \neq 0;\ d \neq 0)$$

Exemples:

$$\frac{-4}{3}:\frac{7}{6}=\frac{-4}{\cancel{3}_{1}}\cdot\frac{\cancel{6}^{2}}{7}=-\frac{8}{7}$$

$$\frac{\frac{3}{5}}{6}=\frac{\cancel{3}^{1}}{5}\cdot\frac{1}{\cancel{6}_{2}}=\frac{1}{10}$$

$$\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}}=-\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7}=-\frac{21}{10}$$

$$\frac{\frac{-3}{5}}{6}=\frac{\frac{-3}{5}}{\frac{6}{1}}$$

Operacions combinades

Exemples:

$$\frac{5}{14}-\frac{3}{\underset{2}{\cancel{10}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{7}+3\cdot\left(1-\frac{3}{7}\right)=\frac{5}{14}-\frac{3}{14}+3\cdot\frac{4}{7}=\frac{5}{14}-\frac{3}{14}+\frac{12}{7}=\frac{5}{14}-\frac{3}{14}+\frac{24}{14}=\frac{26}{14}=\frac{13}{7}$$

Exercicis

Simplificar

8

Sumes i restes

9

Suma o resta d'un nombre enter i una fracció

10 **11**

Multiplicacions i divisions

12 **13** **14**

L'oposat. L'invers

15 **16** **17**

18 **19** **20**

Sumes, restes, multiplicacions i divisions

21

Operacions combinades

22 **23** **24**

25 **26**

Expressió decimal d'una fracció

1/4
Expressió decimal d'una fracció

Per trobar l'expressió decimal d'una fracció, dividim el numerador pel denominador.
A continuació, calcularem l'expressió decimal d'algunes fraccions i observarem el tipus de decimal que obtenim en cada cas.

Calculem l'expressió decimal de les fraccions: $\frac{246}{5}$ $\frac{245}{3}$ $\frac{29}{22}$

```
245   |3
 05    81,666...
  20
   20
    20
     2
```

No arribem mai a residu 0; per tant, sempre podem anar afegint més xifres decimals al quocient. El quocient és, doncs, un decimal amb infinites xifres decimals; diem que és un **decimal il·limitat**.

$$\frac{245}{3} = 81{,}666\,6...$$

A la part decimal del quocient, la xifra 6 es repeteix indefinidament. Diem que el quocient és un decimal periòdic amb **període** 6.

$\frac{245}{3} = 81{,}\widehat{6}$ és un decimal il·limitat periòdic pur.

- Un nombre **decimal il·limitat** s'anomena **periòdic** si, després de la coma i a partir d'una posició determinada, hi ha un grup de xifres que es repeteixi indefinidament.
- Aquest grup de xifres s'anomena **període**.

Un decimal il·limitat periòdic s'anomena **pur** si el període comença immediatament després de la coma, i **mixt** en cas contrari.

1 Nombres

2/4
Una fracció es pot expressar sempre amb un decimal limitat o il·limitat periòdic?

Hem vist que el decimal que s'obté en dividir dos nombres enters pot ser limitat o il·limitat. Si és il·limitat, és sempre periòdic? Reflexionem sobre un exemple concret. Efectuem la divisió 253 |7.

En una divisió, el residu sempre és més petit que el divisor. Per tant, els possibles residus d'aquesta divisió són 0, 1, 2, 3, 4, 5 i 6.

```
253   |7
 43    36,142 857 14
  10
   30
    20
     60
      40
       50
        10
         30
          2
          ...
```

Observem que es repeteix el residu 1. Per tant, a partir d'aquest moment, s'aniran repetint els residus i, en conseqüència, s'aniran repetint les xifres del quocient.

Ja podem respondre la pregunta plantejada. Si el decimal que s'obté en dividir dos nombres enters és il·limitat, segur que és periòdic.

Una fracció es pot expressar sempre amb un nombre **decimal limitat** o **il·limitat periòdic**.

3/4 **Un decimal limitat o il·limitat periòdic es pot expressar sempre en forma de fracció?**

- Pel que fa als decimals limitats, ja els sabem expressar en forma de fracció. Per exemple, expressem els decimals 4,37 i 0,00123 en forma de fracció:

$4{,}37 = \dfrac{437}{100}$

$4{,}37 = \dfrac{437}{\dots}$

$0{,}00123 = \dfrac{437}{\dots}$

$0{,}00123 = \dfrac{123}{\dots}$

- Pel que fa als il·limitats periòdics, un artifici de càlcul permet expressar-los en forma de fracció (vegeu els exercicis 31 i 33).

Responem, doncs, afirmativament a la pregunta plantejada.

Un decimal limitat o il·limitat periòdic es pot expressar sempre en forma de fracció.

Nombres decimals il·limitats

1/3 # Nombres decimals il·limitats

Nombres decimals il·limitats periòdics

Ja hem treballat amb nombres decimals il·limitats, de manera que no ens han de sorprendre.
Però si rumiem una mica, ens adonarem que hi ha situacions de la vida quotidiana en què topem amb nombres d'aquesta mena i que són ben sorprenents.
Per exemple, comprem 1 m de cinta a la merceria i en fem 3 trossos iguals. Quant mesura cada tros?

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 10 & 0{,}33 \\ 1 & \end{array}$$

Cada tros mesura:

$$\frac{1}{3}\text{ m} = 0{,}33333\ldots\text{ m}$$

0,3333…! Un nombre que mai no podrem acabar d'escriure! (Tinguem en compte que la convenció de posar un arc sobre el 3 no és més que això, una convenció.)

Que és il·limitat, el tros de cinta? Que no s'acaba mai? No! És ben real, en podem agafar un cap amb el dit gros i l'índex de la mà dreta i subjectar l'altre extrem amb el dit gros i l'índex de la mà esquerra! Tot i això, per expressar-ne la mesura topem amb un nombre que no es pot acabar d'escriure mai. No és sorprenent, això?
Sort que tenim una altra forma menys espectacular d'expressar la mesura del tros de cinta: com a fracció.

El tros que tenim a les mans fa $\frac{1}{3}$ de metre. $\frac{1}{3}$, això sí que ho podem escriure, i en un moment! Sembla que aquest fet ja ens traquil·litza, com tranquil·litzava els grecs de l'antiguitat. A la pràctica, quan en un problema hi ha un quocient que és un decimal il·limitat periòdic, per exemple $\frac{1}{3} = 0{,}333\,3\ldots$, com hem de fer les operacions?

Podem treballar amb un valor aproximat del quocient, per exemple, 0,3 o 0,33. Però, si ens interessa treballar amb valors exactes, hem de fer servir el valor indicat del quocient, $\frac{1}{3}$; és a dir, operem amb fraccions.

Nombres decimals il·limitats no periòdics

2/3

Calculem quant mesura la diagonal d'un quadrat que fa 1 cm de costat.

Apliquem el teorema de Pitàgores al triangle rectangle de catets iguals, de longitud 1:

$x^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

$x = \sqrt{2}$

La diagonal mesura $\sqrt{2}$ cm.

(hipotenusa)^2 = (un catet)^2 + (l'altre catet)^2

costat més llarg — costats més curts

Fent servir la calculadora, calculem $\sqrt{2}$.

El nombre que obtenim és el valor exacte de $\sqrt{2}$?
$1{,}414\,213562^2 = 2$?

$$\begin{array}{r} 1{,}414\,213\,562 \\ \times\,1{,}414\,213\,562 \\ \hline \ldots\,4 \end{array}$$

Sense fer servir la calculadora, busquem el darrer decimal del nombre $1{,}414\,213562^2$.

El darrer decimal és 4. Per tant, $1{,}414213562^2$ no pot ser igual a 2.

Així que amb la calculadora no obtenim el valor exacte de $\sqrt{2}$; només n'obtenim un valor aproximat.

3/3 Es pot demostrar que $\sqrt{2}$ té infinites xifres decimals i que aquestes xifres no formen un període que es vagi repetint. Per tant, $\sqrt{2}$ no es pot expressar en forma de fracció, ja que l'expressió decimal d'una fracció, si és il·limitada, és periòdica.

Quin nombre tan estrany $\sqrt{2}$! Amb un programa d'ordinador podem arribar a escriure mil xifres decimals de $\sqrt{2}$, fins i tot tres mil, o un milió. Però mai no podrem arribar a escriure-les totes perquè no s'acaben. Si aquest nombre tan estrany no aparegués a la vida quotidiana, no caldria que ens hi amoïnéssim, però el nombre $\sqrt{2}$ apareix, i força. La diagonal d'un quadrat de costat 1 cm –el quadrat és una figura geomètrica amb la qual ens trobem ben sovint– mesura exactament $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{2}$..., un nombre que no podem acabar d'escriure mai!

Antigament, els grecs pensaven que tots els nombres es podien expressar en forma de fracció. Quan en el temps de Pitàgores, al segle VI aC, es va descobrir que $\sqrt{2}$ no s'hi podia expressar, no se'n sabien avenir i van anomenar «irracional» aquest nombre. Per contraposició, van anomenar «racionals» els nombres que es poden expressar amb una fracció.

$\sqrt{2}$ no és l'únic nombre irracional.

Racional vol dir «conforme a la raó».

Irracional vol dir «no conforme a la raó, absurd».

Nombres racionals. Nombres irracionals

1/3

Nombres racionals. Nombres irracionals

Fem una classificació dels conjunts de nombres que hem estudiat fins ara.

Nombres

- **Racionals**
  S'expressen en forma de fracció.
  S'expressen en forma de decimal limitat o il·limitat periòdic.
  $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{-5}{6} = -0{,}8\widehat{3}$; 7; -12.
  - **Enters**
    - **Naturals**
      Són els enters positius.
      7
    - **Enters no naturals**
      Són els enters negatius.
      -12
  - **Racionals no enters**
    $\frac{3}{4}$ i $\frac{-5}{6}$
- **Irracionals**
  No es poden expressar en forma de fracció.
  S'expressen en forma de decimal il·limitat no periòdic.
  $\sqrt{2} = 1{,}414\,213\,6...$; $\pi = 3{,}141\,592\,7...$; $243{,}123\,456\,790\,101\,112...$

Els nombres enters són racionals

Es poden expressar en forma de fracció.

$$5 = \frac{5}{1}$$

Es poden expressar en forma de decimal.

$$5 = 5{,}0$$

2/3

Classifica els nombres decimals següents en racionals i irracionals; classifica els racionals en enters i no enters; classifica els enters en enters positius (o naturals) i enters negatius:

$16{,}24$; $\frac{7}{4}$; 264; $-\sqrt{7}$; $14{,}\widehat{23}$; $-15{,}123\,4$; $\sqrt{3}$; $2{,}101\,001\,000...$; -87; $-\pi$;

$-456{,}112\,233\,44...$; $-\frac{8}{5}$; π; $-26{,}3\widehat{2}$; $\frac{2}{3}$.

Nombres racionals

$16{,}24$ $\frac{7}{4}$ 264

$14{,}\widehat{23}$ $-15{,}123\,4$ -87

$-\frac{8}{5}$ $-26{,}3\widehat{2}$ $\frac{2}{3}$

Nombres enters

264 -87

Nombres naturals (o enters positius)

264

Nombres enters negatius

-87

Nombres racionals no enters

$16{,}24$ $\frac{7}{4}$ $14{,}\widehat{23}$

$-15{,}123\,4$ $-\frac{8}{5}$ $-26{,}3\widehat{2}$ $\frac{2}{3}$

Nombres irracionals

$\sqrt{3}$ $-\sqrt{7}$ $2{,}101\,001\,000...$

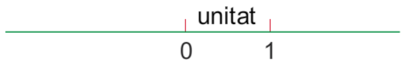
π $-\pi$ $-456{,}112\,233\,44...$

Representació dels nombres a la recta

1/6

Representació dels nombres a la recta

En una recta marquem un origen i un segment unitat.

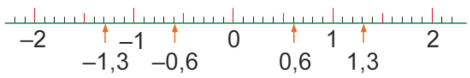


Representem els nombres positius a la dreta del zero i, els negatius, a l'esquerra.

- Representem els nombres **enters** a la recta.

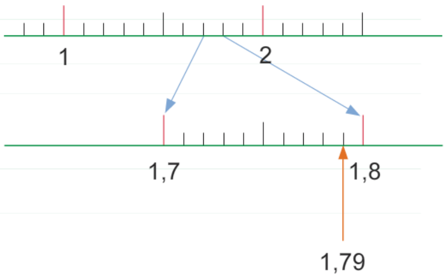
- Per representar-hi nombres **decimals**, dividim la unitat en deu, cent, mil… parts iguals, segons que el nombre que vulguem representar tingui una, dues, tres… xifres decimals.

Situem a la recta els nombres 0,6; 1,3; –0,6; –1,3.



Situem a la recta el nombre 1,79.

És de la forma 1,…	Es troba entre 1 i 2.
És de la forma 1,7…	Es troba entre 1,7 i 1,8.
És de la forma 1,79	El situem.

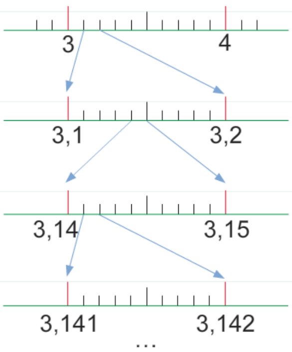


1 Nombres

Situem a la recta el nombre π = 3,1415927…

2/6

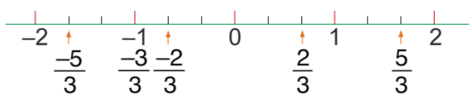
És de la forma 3,…	Es troba entre 3 i 4.
És de la forma 3,1…	Es troba entre 3,1 i 3,2.
És de la forma 3,14…	Es troba entre 3,14 i 3,15.
És de la forma 3,141…	Es troba entre 3,14 i 3,15.
	…



Com que el nombre π té infinites xifres decimals, per situar-lo a la recta hauríem de seguir el procés que hem iniciat, indefinidament; obtindríem així una successió infinita de segments (o intervals) encaixats (és a dir, cadascun contingut en l'anterior) que determinarien el punt π. A la pràctica, per representar el nombre π, en representem un valor aproximat.

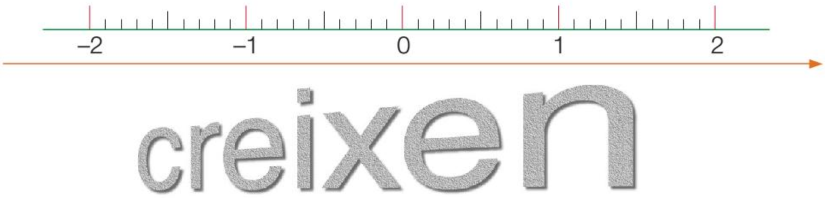
- Per representar **fraccions**, podem buscar-ne l'expressió decimal o bé, treballant amb l'expressió fraccionària, dividir la unitat en tantes parts iguals com indica el denominador.

Situem a la recta les fraccions $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{3}, \frac{-5}{3}$.



Comparació de nombres

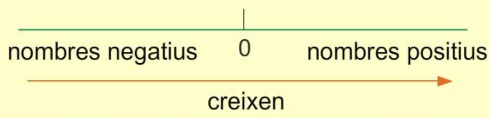
Els nombres s’ordenen tal com estan situats a la recta.



Si el nombre a es representa a l’esquerra del nombre b, a és més petit que b.

Compara: –235,4 i 2,876.

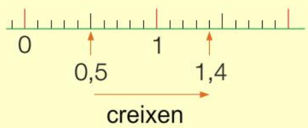
-235,4 < 2,876



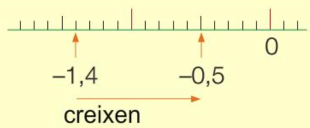
Un nombre negatiu sempre és més petit que un nombre positiu.

Compara els parells de nombres següents: 0,5 i 1,4; –0,5 i –1,4.

0,5 < 1,4



-1,4 < -0,5



Els nombres negatius s’ordenen en sentit contrari als seus oposats.

Compara $\sqrt{2}$ i $\frac{71}{50}$.

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{2} = 1{,}414\,236... \\ \frac{71}{50} = 1{,}42 \end{array}\right\} \sqrt{2} < \frac{71}{50}$$

Comparem les expressions decimals.

$$\left.\begin{array}{l|l|l} 1{,}4 & 1 & 4\,213\,6... \\ 1{,}4 & 2 & \end{array}\right\} 1{,}414\,213\,6... < 1{,}42$$

Per comparar dos nombres expressats en forma fraccionària o en forma d’arrel, podem comparar-ne les expressions decimals.

Compara $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{3}$.

Mètode 1: Comparem les expressions decimals.

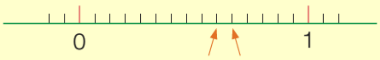
$$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{5} = 0{,}6 \\ \frac{2}{3} = 0{,}\widehat{6}\end{array}\right\} \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l}0,\,|\,6\,| \\ 0,\,|\,6\,|\,66\ldots\end{array}\right\} 0{,}6 < 0{,}\widehat{6}$$

Mètode 2: Reduïm les dues fraccions a comú denominador.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{3}{5} = \frac{9}{15} \\ \frac{2}{3} = \frac{10}{15}\end{array}\right\} \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

Marquem quinzens a la recta.



$$\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$$

► Per comparar dos nombres expressats en forma fraccionària:

- podem comparar-ne les expressions decimals,
- podem reduir les dues fraccions a comú denominador i comparar els numeradors.

Hi caus?

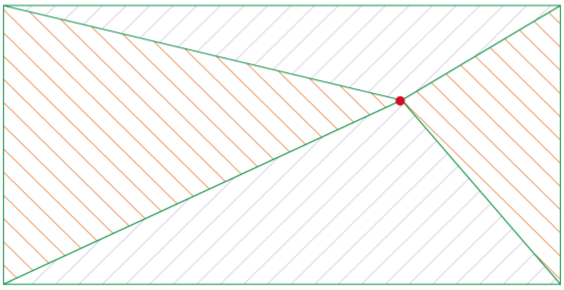
1 Hi caus?

1/2 **Un punt dins d'un rectangle**

Dibuixa un rectangle amb un punt a l'interior. Traça els segments que uneixen aquest punt amb cadascun dels vèrtexs.

El rectangle ha quedat dividit en 4 triangles. Pinta de color vermell dos dels triangles que no tenen cap costat comú i, de color blau, els altres dos triangles, que tampoc no tenen cap costat comú.

Quina superfície és més gran, la de color blau o la de color vermell? Raona la resposta.



1 Hi caus?

2/2 **Rellotges**

Com podem mesurar 15 minuts si disposem de dos rellotges de sorra que mesuren respectivament 7 minuts i 11 minuts?