Geometria plana

Una recta ve determinada per un punt i un vector o bé, equivalentment, per dos punts. Així, donat un punt $A(a,b)$ i un vector $v(u,v)$ podem representar la recta de les següents maneres

Forma vectorial:	$(x,y)=(a,b)+\lambda(u,v)$
Forma paramètrica:	$\begin{cases} x=a+\lambda u \\ y=b+\lambda v \end{cases}$
Forma contínua:	$\frac{x-a}{u}=\frac{y-b}{v}$
Forma implicita:	$Ax+By=C$
Forma explícita:	$y=mx+n$

A més a més, m és el pendent de la recta mentre que n s' anomena coordenada a l' origen.

Exemple 1. Troba la recta que passa pel punt $A(1,5)$ i el vector $v(3,2)$. troba 5 punts d' aquesta recta

Resolució.

Forma vectorial:	$(x,y)=(1,5)+\lambda(3,2)$
Forma paramètrica:	$\begin{cases} x=1+3\lambda \\ y=5+2\lambda \end{cases}$
Forma contínua:	$\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{3}$
Forma implicita:	$3x-2y=-7$
Forma explícita:	$y=\frac{-7-3x}{-2}$

Per tal de trobar aquests 5 punts donem valor a λ.

$\lambda=0\rightarrow(x,y)=(1,5)$.

$\lambda=1\rightarrow(x,y)=(1,5)+1\cdot$(3,2)=(4,7)

$\lambda=-1\rightarrow(x,y)=(1,5)-1\cdot$(3,2)=(-2,3)

$\lambda=2\rightarrow(x,y)=(1,5)+2\cdot$(3,2)=(7,9)

$\lambda=-2\rightarrow(x,y)=(1,5)-2\cdot$(3,2)=(-5,1)

Exemple 2. Troba la recta que passa pels punts $A(3,8)$ i $B(1,2)$.

Resolució. El vector de la recta que busquem serà $AB=B-A=(1,2)-(3,8)=$

$(-2,-6)$

Forma vectorial:	$(x,y)=(1,2)+\lambda(-2,-6)$
Forma paramètrica:	$\begin{cases} x=1-2\lambda \\ y=2-6\lambda \end{cases}$
Forma contínua:	$\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-6}$
Forma implicita:	$-6x+2y=-2$
Forma explícita:	$y=\frac{-2+6x}{2}$

Exemple 3. Troba una recta el pendent de la qual sigui 4 i passi pel punt (2,7).

Resolució. La recta que busquem serà de la forma

$$y=mx+n$$

I com que el pendent ha de valer 4 resulta que

$$y=4x+n$$

Finalment imposem que passi pel punt (2,7) i el resultat serà

$$7=4{\cdot}2+n\rightarrow\ \ n=-1$$

i, per tant, la recta serà

$$y=4x-1$$

Rectes paral·leles

En el pla dues rectes són paral·leles si tenen els mateixos vectors o bé són múltiples un vector de l' altre. Equivalentment, dues rectes són paral·leles si els seus vectors tenen el mateix pendent.

Exemple 4. Troba la recta paral·lela a 3x+2y=4 que passi pel punt (8,1).

Resolució. El vector de la recta que busquem és el mateix que el de la recta 3x+2y=4, és a dir el vector (-2,3). així, doncs, la recta buscada serà

$$\frac{x-8}{-2}=\frac{y-1}{3}$$

$$3x+2y=26$$

Exemple 5. Troba la recta paral·lela a x+y=4 que passi pel punt (0,1).

Resolució. El vector de la recta que busquem és el mateix que el de la recta x+y=4, és a dir el vector (-1,1). així, doncs, la recta buscada serà

$$\frac{x-0}{-1} = \frac{y-1}{1}$$

$$x + y = 1$$

Exemple 6. Troba la recta paral·lela a y=2x-1 que passi pel punt (2,0)

Resolució. Dues rectes són paral·leles si tenen el mateix pendent, per tant el pendent de la recta que busquem serà 2. Així, doncs,

$$y = mx + n$$

I com que el pendent ha de valer 2 resulta que

$$y = 2x + n$$

Finalment imposem que passi pel punt (2,0) i el resultat serà

$$0 = 2{\cdot}2 + n \rightarrow \ n = -4$$

i, per tant, la recta serà

$$y = 2x - 4$$

Exemple 7. Troba la recta paral·lela a y=3x-5 que passi pel punt (1,2)

Resolució. Dues rectes són paral·leles si tenen el mateix pendent, per tant el pendent de la recta que busquem serà 3. Així, doncs,

$$y = mx + n$$

I com que el pendent ha de valer 3 resulta que

$$y = 3x + n$$

Finalment imposem que passi pel punt (2,0) i el resultat serà

$$2 = 3{\cdot}1 + n \rightarrow \ n = -1$$

i, per tant, la recta serà

$$y = 3x - 1$$