Posicions relatives

Posició relativa d' un punt i una recta

Donat un punt $A(a, b)$ i una recta $y = mx + n$ es poden donar dues possibilitats:

(i) Si el punt $A(a, b)$ és de la recta $y = mx + n$ resulta que el punt compleix l' equació de la recta i, per tant, $b = ma + c$.

(ii) Si el punt $A(a, b)$ no és de la recta $y = mx + n$ resulta que el punt no compleix l' equació de la recta i, per tant, $b \neq ma + c$.

Exemple 1. Esbrina si el punt $(2, 5)$ és de la recta $y = 2x - 5$.

Resolució. En efecte,

$$5 = \text{2·2-5=-1!!!}$$

D' aquesta manera, el punt $(2, 5)$ no pertany a la recta $y = 2x - 5$.

Exemple 2. Esbrina si el punt $(2, 5)$ és de la recta $y = 5x - 5$.

Resolució. En efecte,

$$5 = \text{5·2-5=5}$$

D' aquesta manera, el punt $(2, 5)$ pertany a la recta $y = 5x - 5$.

Exemple 3. Troba el valor de m per tal que $(m, 5)$ sigui de la recta $y = 5x - 5$.

Resolució. En efecte,

$$5 = 5m - 5$$

$$5m = 10$$

$$m = 2$$

Exemple 4. Esbrina si el punt $(3, 7)$ és de la recta $3x - 5y + 7 = 0$.

Resolució. En efecte,

$$\text{3·3-5·7+7=-21} \neq 0$$

D' aquesta manera, el punt $(3, 7)$ no pertany a la recta $3x - 5y + 7 = 0$.

pdfMachine
Is a pdf writer that produces quality PDF files with ease!
Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, if you can print from a windows application you can use pdfMachine.
Get yours now!

Posició relativa d' un punt i una recta

Donades dues rectes $y = mx + n$ i $y = m\prime x + n\prime$ es poden donar les següents possibilitats:

$$\left\{ \begin{array}{c} m = m' \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n \neq n' \rightarrow \text{ les rectes són paral·leles} \\ n = n' \rightarrow \text{ les rectes són coincidents} \end{array} \right. \\ m \neq m' \rightarrow \text{ les rectes es tallen en un punt. Per trobar-lo cal resoldre el sistema.} \end{array} \right.$$

Exemple 5. Troba la posició relativa de les rectes 3x+2y=8 i x+4y=6

En efecte,

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{3x+2y=8} \\ \text{x+4y=6} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{y=}\frac{8-3x}{2} \\ \text{y=}\frac{6-x}{4} \end{array} \right.$$

Com que no tenen el mateix pendent, resolem el sistema

$$\frac{8-3x}{2} = \frac{6-x}{4}$$

$$32 - 12x = 12 - 2x$$

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= \frac{8-3{\cdot}2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Per tant, les rectes es tallen en el punt (2,1).

Exemple 6. Troba la posició relativa de les rectes $3x + 2y = 19$ i $2x + 3y = 21$.

En efecte, mirem primerament els pendents

$$\left\{ \begin{array}{c} 3x + 2y = 19 \\ 2x + 3y = 21 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} y = \frac{19-3x}{2} \\ y = \frac{21-2x}{3} \end{array} \right.$$

Com que no tenen el mateix pendent, resolem el sistema

$$\frac{19-3x}{2} = \frac{21-2x}{3}$$

$$57 - 9x = 42 - 4x$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \\ y &= \frac{19-3{\cdot}3}{2} = 5 \end{aligned}$$

pdfMachine
Is a pdf writer that produces quality PDF files with ease!
Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, if you can print from a windows application you can use pdfMachine.
Get yours now!

Per tant, les rectes es tallen en el punt (3,5).

Exemple 7. Troba la posició relativa de les rectes $3x+2y=8$ i $6x+4y=6$.

En efecte,

$$\left\{\begin{array}{l} 3x+2y=8 \\ 6x+4y=6 \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} y=\frac{8-3x}{2} \\ y=\frac{6-6x}{4} \end{array}\right.$$

Com que tenen el mateix pendent, les rectes són paral·leles.

Exemple 8. Troba la recta que passa per la intersecció de les rectes $3x+2y=19$ i $2x+3y=21$ i és paral·lela a la recta $3x-y=3$.

En efecte, busquem, primerament, la intersecció de les rectes $3x+2y=19$ i $2x+3y=21$ resolent el sistema

$$\left\{\begin{array}{l} 3x+2y=19 \\ 2x+3y=21 \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} y=\frac{19-3x}{2} \\ y=\frac{21-2x}{3} \end{array}\right.$$

Com que no tenen el mateix pendent, resolem el sistema

$$\frac{19-3x}{2}=\frac{21-2x}{3}$$

$$57-9x=42-4x$$

$$\begin{array}{rcl} x &=& 3 \\ y &=& \dfrac{19-3\cdot 3}{2}=5 \end{array}$$

Per tant, les rectes es tallen en el punt (3,5).

D' altra banda, el vector de la recta que busquem serà el mateix que el de la recta $3x-y=3$ i, per tant, $(1,3)$. Així, la recta que busquem serà,

$$\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{3}$$

pdfMachine
Is a pdf writer that produces quality PDF files with ease!
Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, if you can print from a windows application you can use pdfMachine.
Get yours now!