

## Solucions examen 7

1.- Troba la recta paral·lela a  $2x+5y=4$  que passa pel punt  $(2,-3)$

En efecte, el vector de la recta que busquem serà el  $(-5,2)$  i per tant la recta és

$$\frac{x-2}{-5} = \frac{y+3}{2}$$

2.- Troba la recta perpendicular a  $3x-7y=8$  que passa pel punt  $(-1,5)$ .

En efecte, el vector de la recta que busquem serà el  $(3,-7)$  i per tant la recta és

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{-7}$$

3.- Troba la recta paral·lela a  $2x+3y=5$  que passa pel punt d'intersecció de les rectes  $2x+4y=5$  i  $3x-8y=9$ .

En efecte, el vector de la recta que busquem serà el  $(-3,2)$ . D'altra banda el punt sortirà de resoldre el sistema

$$\begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 3x - 8y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \frac{5-2x}{4} \\ y = \frac{9-3x}{-8} \end{cases}$$

$$\frac{5-2x}{4} = \frac{9-3x}{-8} \rightarrow -40+16x=36-12x \rightarrow 28x = 76 \rightarrow x = \frac{76}{28} = \frac{19}{7} \rightarrow y = \frac{5-2 \cdot \frac{19}{7}}{4} = \frac{32}{56} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{x - \frac{19}{7}}{-3} = \frac{y - \frac{4}{7}}{2}$$

4.- Calcula l'angle format per les rectes  $2x+3y=4$  i  $5x-2y=6$ .

En efecte, cal buscar l'angle format pels vectors  $(-3,2)$  i  $(2,5)$ .

$$\cos a = \frac{(-3,2) \cdot (2,5)}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{29}} = \frac{4}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{29}} \rightarrow a = 78,11$$

5.- Donat el triangle A(1,2), B(2,3) i C(5,1). Calcula:

- El seu perímetre
- La seva àrea
- Mitjana AB

2

d) Mediatriu AC

e) Ortocentre

En efecte, a)

$$P = \sqrt{2} + \sqrt{17} + \sqrt{13}$$

b) L' àrea serà

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{alçada}}{2}$$

$$\text{Base} = \sqrt{2}$$

L' alçada cal fer la distància de la recta AB que és  $x-y+1=0$  amb el punt (5,1) i per tant és,

$$h = \left| \frac{5 - 1 + 1}{\sqrt{2}} \right|$$

D' aquesta manera,

$$A = \frac{\frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}$$

c) Mitjana AB  $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C' = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) \\ C'C = \left(\frac{7}{2}, \frac{-3}{2}\right) \end{array} \right.$  i, per tant, la mitjana serà

$$\frac{x-5}{\frac{7}{2}} = \frac{y-1}{-\frac{3}{2}}$$

e) Mediatriu AC  $\left\{ \begin{array}{l} B' = \frac{A+C}{2} = \left(3, \frac{3}{2}\right) \\ AC = (4, -1) \rightarrow (1, 4) \end{array} \right.$  i, per tant, la mitjana serà

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-\frac{3}{2}}{4}$$

f) Ortocentre

Alçada AB  $\left\{ \begin{array}{l} C(5, 1) \\ AB = (1, 1) \rightarrow (1, -1) \end{array} \right.$  i, per tant, la mitjana serà

$$\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{-1}$$

Alçada BC  $\left\{ \begin{array}{l} A(1, 2) \\ BC = (3, 2) \rightarrow (2, -3) \end{array} \right.$  i, per tant, la mitjana serà

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3}$$

Per tant l' ortocentre serà la resolució del sistema

$$\begin{cases} \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{-1} \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} \end{cases} \rightarrow A\left(\frac{1}{5}, \frac{29}{5}\right)$$

6.- Dos costats d'un paral·lelogram són  $y=2x$  i  $y=5x$  mentre que un vèrtex és el punt  $(6,2)$ . Troba els altres vèrtex.

En efecte, el primer vèrtex surt de fer la intersecció de les dues rectes

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 5x \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

El vector de la recta  $-2x+y=0$  és  $(-1,-2)$ ; mentre que el de la recta  $-5x+y=0$  és  $(-1,-5)$ . Així doncs les altres dues rectes que cerquem seran

$$\frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{-2}$$

$$\frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{-5}$$

D' aquesta manera els altres dos vèrtex seran,

$$\begin{cases} y = 2x \\ \frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{-5} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{28}{3}, \frac{56}{3}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{x-6}{-1} = \frac{y-2}{-2} \\ y = 5x \end{cases} \rightarrow \left(\frac{-10}{3}, \frac{-50}{3}\right)$$

7.- Troba el valor d'  $a$  per tal que la recta  $2x+9y+a=0$  estigui a distància 8 del punt  $(1,6)$ .

En efecte, la distància d' un punt a una recta compleix la formula

$$\left| \frac{2 \cdot 1 + 9 \cdot 6 + a}{\sqrt{85}} \right| = 8 \rightarrow \begin{cases} a = 8\sqrt{85} - 56 \\ a = -8\sqrt{85} - 56 \end{cases}$$