Inequacions

- $4x + 5 \leq 7x - 4 \rightarrow 4x + 5 = 7x - 4 \rightarrow -3x = -9 \rightarrow x = 3$. Així, doncs,la recta real queda partida en els següents intervals,

  $$(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$$

  i prenent un punt en cada interval

  i) $5 = 4{\cdot}0 + 5 \leq 7{\cdot}0 - 4 = -4 \rightarrow$ absurd.

  ii) $214{\cdot}4{+}5 \leq 7{\cdot}4{-}4 = 24 \rightarrow$ Ok.

  Per tant, les solucions de la inequació són,

  $$(3, +\infty)$$

- $9x^2 + 8x - 1 < 0 \rightarrow 9x^2 + 8x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\cdot9\cdot(-1)}}{2\cdot9} = \frac{-8\pm\sqrt{100}}{18} = \frac{-8\pm10}{18} = \begin{cases} x=\frac{1}{9} \\ x=-1 \end{cases}$. Així, doncs,la recta real queda partida en els següents intervals,

  $$(-\infty, -1) \cup (-1, \frac{1}{9}) \cup (\frac{1}{9}, +\infty)$$

  i prenent un punt en cada interval

  i) $f(-2) = 9{\cdot}(-2)^2 + 8{\cdot}(-2) - 1 = 19 < 0 \rightarrow$ absurd.

  ii) $f(0) = 9{\cdot}(0)^2 + 8{\cdot}(0) - 1 = -1 < 0 \rightarrow$ Ok.

  iii) $f(1) = 9{\cdot}(1)^2 + 8{\cdot}(1) - 1 = 16 < 0 \rightarrow$ absurd.

  A més a més,

  $f(-1) = 9{\cdot}(-1)^2 + 8{\cdot}(-1) - 1 = 0 < 0 \rightarrow$ absurd.

  $f(\frac{1}{9}) = 9{\cdot}(\frac{1}{9})^2 + 8{\cdot}(\frac{1}{9}) - 1 = 0 < 0 \rightarrow$ absurd.

  Per tant, les solucions de la inequació són,

  $$(-1, \frac{1}{9})$$

- $x^2 + 2x - 3 \geq 0 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot(-3)}}{2\cdot1} = \frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} = \frac{-2\pm4}{2} = \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$. Així, doncs,la recta real queda partida en els següents intervals,

  $$(-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$$

i prenent un punt en cada interval

i) $f(-4) = (-4)^2 + 2{\cdot}(-4) - 3 = 5 \geq 0 \rightarrow$ Ok.

ii) $f(0) = (0)^2 + 2{\cdot}(0) - 3 = -3 \geq 0 \rightarrow$ absurd.

iii) $f(2) = (2)^2 + 2{\cdot}(2) - 3 = 5 \geq 0 \rightarrow$ Ok.

A més a més,

$f(-3) = 0 \geq 0 \rightarrow$ Ok.

$f(1) = 0 \geq 0 \rightarrow$ Ok.

Per tant, les solucions de la inequació són,

$$(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$$

- $x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18 \leq 0 \rightarrow x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18 = 0$

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1 & -9 & 29 & -39 & 18 \\
1 & & 1 & -8 & 21 & -18 \\
 & 1 & -8 & 21 & -18 & 0 \\
2 & & 2 & -12 & 18 & \\
 & 1 & -6 & 9 & 0 & \\
3 & & 3 & -9 & & \\
 & 1 & -3 & 0 & & \\
3 & & 3 & & & \\
 & 1 & 0 & & &
\end{array}$$

Així, doncs,la recta real queda partida en els següents intervals,

$$(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

i prenent un punt en cada interval

i) $f(0) = 0^4 - 9{\cdot}0^3 + 29{\cdot}0^2 - 39{\cdot}0 + 18 = 18 \leq 0 \rightarrow$ absurd.

ii) $f(1,5) = -0,5625 \leq 0 \rightarrow$ Ok.

iii) $f(2.5) = 0,1875 \leq 0 \rightarrow$ absurd.

iv) $f(4) = 4^4 - 9{\cdot}4^3 + 29{\cdot}4^2 - 39{\cdot}4 + 18 = 6 \leq 0 \rightarrow$ absurd.

A més a més,

$f(1) = 0 \leq 0 \rightarrow$ Ok.

$f(2) = 0 \leq 0 \rightarrow$ Ok.

$f(3) = 0 \leq 0 \rightarrow$ Ok.

Per tant, les solucions de la inequació són,

$$(1,2) \cup \{3\}$$

Aleshores, $x^4 - 9x^3 + 29x^2 - 39x + 18 = (x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)^2 = 0$ i les solucions són $x = 1$, $x = 2$ i $x = 3$.

- $\frac{x+7}{x-3} \geq 0 \to \left\{ \begin{array}{c} x+7=0 \to \;\; x=-7 \\ x-3=0 \to \;\; x=3 \end{array} \right.$. Per tant, la recat real queda dividida en

  $$(-\infty,-7) \cup (-7,3) \cup (3,+\infty)$$

  i prenent un punt en cada interval

  i) $f(-10) = \frac{-10+7}{-10-3} = \frac{-3}{-13} = \frac{3}{13} \geq 0 \to$ Ok.

  ii) $f(0) = \frac{0+7}{0-3} = \frac{-7}{3} \geq 0 \to$ absurd.

  iii) $f(5) = \frac{5+7}{5-3} = 6 \geq 0 \to$ Ok.

  A més a més,

  $f(-7) = 0 \geq 0 \to$ Ok.

  Per tant, les solucions de la inequació són,

  $$(-\infty,-7] \cup (3,+\infty)$$