

Sistemes d'equacions de segon grau

$$\bullet \begin{cases} x + 3y = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 9 \end{cases}$$

En aquest cas aïlarem una de les incògnites de l'equació de dalt i la substituïrem en l'equació de sota.

$$x = 5 - 3y$$

$$(5 - 3y)^2 + 2y^2 = 9$$

$$25 - 30y + 9y^2 + 2y^2 = 9$$

$$11y^2 - 30y + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 11 \cdot (16)}}{22} = \frac{30 \pm \sqrt{196}}{22} = \frac{30 \pm 14}{22} = \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{16}{22} = \frac{8}{11} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 5 - 2 \cdot 3 = -1 \\ y = 5 - 3 \cdot \frac{8}{11} = \frac{31}{11} \end{cases} \cdot$$

$$\bullet \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases}$$

En aquest cas aïlarem una de les incògnites de l'equació de dalt i la substituïrem en l'equació de sota.

$$x = \frac{5-3y}{2}$$

$$\left(\frac{5-3y}{2}\right)^2 + 2y^2 = 3$$

$$\frac{25-30y+9y^2}{4} + 2y^2 = 3$$

$$\frac{25-30y+9y^2+8y^2}{4} = \frac{12}{4}$$

$$17y^2 - 30y + 13 = 0 \rightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot (13) \cdot (17)}}{34} = \frac{30 \pm \sqrt{16}}{34} = \frac{30 \pm 4}{34} = \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{26}{34} = \frac{13}{17} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = \frac{5-3 \cdot \frac{13}{17}}{2} = \frac{20}{34} = \frac{10}{17} \end{cases} \cdot$$

$$\bullet \begin{cases} x \cdot y = 15 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

$$x = 8 - y \rightarrow (8 - y) \cdot y = 15 \rightarrow -y^2 + 8y = 15 \rightarrow -y^2 + 8y - 15 = 0 \rightarrow$$

$$y = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-15)}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-8 \pm 2}{-2} = \begin{cases} y = 3 \\ y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 8 - 3 = 5 \\ x = 8 - 5 = 3 \end{cases} \cdot$$

- $$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 5 \\ 2x^2 + 4y^2 = 6 \end{cases} \text{ i restant les dues equacions tindrem}$$

$$-y^2 = -1 \rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + 2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ x^2 + 2 = 3 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases} \text{ i, per}$$

tant, les solucions que trobarem seran $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$.

- $$\begin{cases} 5x^2 + 4y^2 = 24 \\ x^2 + 2y^2 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x^2 + 4y^2 = 24 \\ 5x^2 + 10y^2 = 30 \end{cases} \text{ i restant les dues equacions tin-}$$

$$\text{drem } -6y^2 = -6 \rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + 2 = 6 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \\ x^2 + 2 = 6 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

i, per tant, les solucions que trobarem seran $(2, 1)$, $(-2, -1)$, $(-2, 1)$, $(2, -1)$.

- $$\sqrt{x+3} + 4 = 6x.$$

$\sqrt{x+3} = 6x - 4$ i elevant al quadrat a cada banda tindrem:

$$(\sqrt{x+3})^2 = (6x-4)^2$$

$$x+3 = 36x^2 - 48x + 16$$

$$-36x^2 + 49x - 13 = 0 \rightarrow x = \frac{-49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot (-36) \cdot (-13)}}{2 \cdot (-36)} = \frac{-49 \pm \sqrt{529}}{-72} = \frac{-49 \pm 23}{-72} =$$

$$\begin{cases} x = \frac{-26}{72} = \frac{-13}{36} \\ x = 1 \end{cases} \text{ i cal comprovar les solucions d'aquesta equació:}$$

$$- \sqrt{1+3} + 4 = 6 \cdot 1 \rightarrow 2 + 4 = 6 \rightarrow 6 = 6. \text{ Per tant, } x = 1, \text{ és solució.}$$

$$- \sqrt{\frac{-13}{36} + 3} + 4 = 6 \left(\frac{-13}{36}\right) \rightarrow \text{No és solució.}$$

- $$\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = 1.$$

$\sqrt{x+3} = -\sqrt{x-2} + 1$ i elevant al quadrat a cada banda tindrem:

$$(\sqrt{x+3})^2 = (1 - \sqrt{x-2})^2$$

$$x+3 = 1 - 2\sqrt{x-2} + x-2$$

$2\sqrt{x-2} = -4$ tornant a elevar al quadrat a cada banda

$$(2\sqrt{x-2})^2 = 16$$

$2(x-2) = 16 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{2} = 6.$ i cal comprovar les solucions d'aquesta equació:

$$- \sqrt{6+3} + \sqrt{6-2} = 3 - 2 = 1.$$

$$\bullet \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6.$$

$\sqrt{2x-1} = 6 - \sqrt{x+4}$ i elevant al quadrat a cada banda tindrem:

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$$

$$2x - 1 = 36 - 12\sqrt{x+4} + x + 4$$

$12\sqrt{x+4} = 41 - x$ tornant a elevar al quadrat a cada banda

$$(12\sqrt{x+4})^2 = (41 - x)^2$$

$$144(x+4) = 1681 - 82x + x^2 \rightarrow -x^2 + 226x - 1105 = 0 \rightarrow x = \frac{-226 \pm \sqrt{46656}}{-2} =$$

$$\frac{-226 \pm 216}{-2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 221 \end{cases} \text{ i cal comprovar les solucions d'aquesta equació:}$$

$$- \text{ Si } x = 5 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = 3 + 3 = 6 \text{ ok.}$$

$$- \text{ Si } x = 221 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 221 - 1} + \sqrt{221 + 4} = 21 + 15 = 36 \neq 6 \text{ no.}$$