

## Exercicis resolts de combinatòria

**Exercici 1.** *Amb les xifres {1, 2, 3, 4}.*

- (i) *Troba quants nombres de dues xifres podem formar?*
- (ii) *Troba quants nombres de tres xifres podem formar?*
- (iii) *Troba quants nombres de quatre xifres podem formar?*

*Resolució.*

- (i) Observem que en aquest cas no és el mateix el 12 que el 21 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d' un conjunt de 4 elements fent subconjunts de 2 elements.

$$VR_2^4 = 4^2 = 16$$

- (ii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 123 que el 321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d' un conjunt de 4 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$VR_3^4 = 4^3 = 64$$

- (iii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 123 que el 321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d' un conjunt de 4 elements fent subconjunts de 4 elements.

$$VR_4^4 = 4^4 = 256$$

**Exercici 2.** *Llancem un dau 5 vegades. Quants resultats poden donar-se?*

*Resolució.* Observem que en aquest cas no és el mateix el 12345 que el 54321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d' un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 5 elements.

$$VR_5^6 = 6^5 = 7776$$

**Exercici 3.** *Llancem un dau 3 vegades.*

- (i) *Quants possibles resultats es poden donar?*
- (ii) *Quants possibles resultats es poden donar que comencin per 5?*
- (iii) *Quants n' hi ha que tenen totes les xifres diferents?*

*Resolució.*

- (i) Observem que en aquest cas no és el mateix el 123 que el 321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d'un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$VR_3^6 = 6^3 = 216$$

- (ii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 523 que el 532 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d'un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 2 elements.

$$VR_2^6 = 6^2 = 36$$

- (iii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 123 que el 321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres, en aquest cas no es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions sense repetició d'un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$V_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

**Exercici 4.** *Tres viatgers arriben a una ciutat en la qual hi ha quatre hotels.*

- (i) *De quantes maneres es poden allotjar si no poden repetir l'hotel?*
- (ii) *De quantes maneres es poden allotjar si poden repetir l'hotel?*

*Resolució.*

- (i) Numerem els hotels per 1, 2, 3 i 4. Observem que en aquest cas no és el mateix el 234 que el 432 i, per tant, l'ordre importa. A més a més els hotels, en aquest cas no es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions sense repetició d'un conjunt de 4 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

- (ii) Numerem els hotels per 1, 2, 3 i 4. Observem que en aquest cas no és el mateix el 234 que el 432 i, per tant, l'ordre importa. A més a més els hotels, en aquest cas es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d'un conjunt de 4 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$VR_3^4 = 4^3 = 64$$

**Exercici 5.** Amb les xifres  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  prenent nombres de 4 xifres.

- (i) Troba quants nombres podem formar.  
 (ii) Quants n'hi ha que comencin per 3?  
 (iii) Quants n'hi ha que tinguin totes les xifres diferents?  
 (iv) Quants n'hi ha que tinguin totes les xifres diferents i acabin amb 2?

*Resolució.*

- (i) Observem que en aquest cas no és el mateix el 1234 que el 4321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d'un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 4 elements.

$$VR_4^6 = 6^4 = 1296$$

- (ii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 3124 que el 3421 i, per tant, l'ordre importa. A més a més les xifres es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions amb repetició d'un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$VR_3^6 = 6^3 = 216$$

- (iii) Observem que en aquest cas no és el mateix el 1234 que el 4321 i, per tant, l'ordre importa. A més a més, en aquest cas els elements no es poden repetir. Així, doncs, estem davant de variacions sense repetició d' un conjunt de 6 elements fent subconjunts de 4 elements.

$$V_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12$$

- (iv) Observem que en aquest cas no és el mateix el 1342 que el 4312 i, per tant, l'ordre importa. A més a més, en aquest cas els elements no es poden repetir i, a més a més, el 2 no el podem triar. Així, doncs, estem davant de variacions sense repetició d' un conjunt de 5 elements fent subconjunts de 3 elements.

$$V_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

**Exercici 6.** *Vuit persones seuen en un sofà. De quantes maneres poden seure en un sofà?*

*Resolució.* Observem que són les possibles maneres en que podem ordenar aquests 8 persones. Per tant, estem davant de permutacions de 8 elements.

$$P_8 = 8! = 40320$$

**Exercici 7.** *Un cuiner disposa de 10 condiments per donar gust al menjar. Quants gustos podrà obtenir si barreja 4 condiments diferents?*

*Resolució.* Si numerem els condiments de l'1 al 10. Observem que en aquest cas tant fa que barregem 1234 o 4321 i per tant no importa l'ordre. A més a més els condiments no es poden repetir. Així, doncs, estem davant de combinacions sense repetició d' un conjunt de 10 elements fent subconjunts de 4 elements.

$$C_4^{10} = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4!6!} = 210$$

**Exercici 8.** *El planter d' un equip de futbol està format per 3 porters, 7 defenses, 5 mitjos i 6 davanters. Si la tàctica és 4-4-2, quantes alineacions podrà fer?*

*Resolució.*

- Tenim 3 possibilitats pel porter.

- Volem escollir 4 defenses de 7 que en tenim sense importar l'ordre i, òbviamnet, no els podem repetir.

$$C_4^7 = \binom{7}{4} = \frac{7!}{4!3!} = 70$$

- Volem escollir 4 mitjos de 5 que en tenim sense importar l'ordre i, òbviamnet, no els podem repetir.

$$C_4^5 = \binom{5}{4} = \frac{5!}{4!1!} = 5$$

- Volem escollir 2 davanters de 6 que en tenim sense importar l'ordre i, òbviamnet, no els podem repetir.

$$C_2^6 = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

D' aquesta manera tindrem  $3 \cdot 70 \cdot 5 \cdot 15 = 15750$  possibilitats.