

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què. Puntuació de cada qüestió: 2 punts. Total qüestions:  $3 \times 2 = 6$  punts. Problema: 4 punts.

### QÜESTIONS

1. Considereu els punts de l'espai  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(0, 1, 1)$  i  $C(k, 1, 5)$ .

- Trobeu l'equació de la recta que passa per  $A$  i  $B$ .
- Per a quins valors de  $k$  els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$  formen un triangle?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

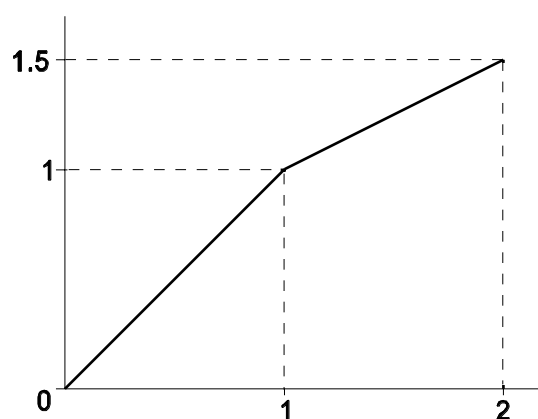
2. Calculeu l'àrea del recinte tancat que delimiten la gràfica de la funció  $y = \sqrt{2x}$  i la recta  $y = x$ .

[2 punts]

3. El consum d'un cotxe depèn de la seva velocitat  $v$  (expressada en km/h) segons la funció  $f(v) = \frac{3e^{0,012v}}{v}$  (en litres/km). Quina és la velocitat més econòmica?

[2 punts]

4. Considereu la funció  $f(x)$  de la figura definida a l'interval  $[0, 2]$ .



- Calculeu la funció derivada  $f'(x)$  a l'interval  $(0, 2)$
- Hi ha algun punt de  $(0, 2)$  en el qual  $f'(x)$  no existeixi?
- Calculeu  $\int_0^2 f(x) dx$ .

Raoneu totes les respostes.

[Puntuació: apartat a) 0,5 punts; apartat b) 0,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 2 punts]



## PROBLEMES

5. Considereu el vector  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  i la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ .

a) Trobeu tots els vectors  $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  que fan que  $A \cdot \vec{v} = \vec{w}$ .

b) Quina condició han de complir  $a$ ,  $b$  i  $c$  per tal que  $A \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$  no tingui cap vector  $\vec{v}$  solució?

[Puntuació: apartat a) 2,5 punts; apartat b) 1,5 punts. Total: 4 punts]

6. Considereu la recta  $r$  d'equació

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

i el punt  $M(2, 3, 7)$ .

- Trobeu, en funció de  $t$ , la distància de  $M$  a un punt qualsevol de la recta  $r$ .
- Trobeu les coordenades dels punts  $A$  i  $B$  de  $r$  situats a distància  $3\sqrt{2}$  del punt  $M$ .
- El triangle  $\triangle AMB$ , és rectangle en  $M$ ?
- Els punts  $A$  i  $B$  formen part d'un paral·lelogram de vèrtexs  $ABCD$  que té el centre de simetria en el punt  $M$ . Calculeu les coordenades de  $C$  i  $D$ .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 1 punt; apartat d) 1 punt. Total: 4 punts]