

PROGRESSIONS ARITHMÉTIQUES

1. Calcula la suma dels nombres senars de tres xifres.
2. Calcula la suma dels múltiples de 11 menors que 1000.
3. Escribe 10 nombres en progressió aritmètica entre 4 i 26.
4. Calcula la suma de tots els múltiples de 9 entre 1000 i 2000.
5. Calcula a perquè $2a - 1$, $a + 4$, $-3a + 10$ formen progressió aritmètica.
6. Donada la progressió: $6, 8, 10, \dots$. Quin lloc ocupa el terme igual a 44?
7. Quants termes de la progressió: $6, 4, 2, \dots$ hem d'agafar perquè sumin -92 ?
8. La suma dels nou primers termes d'una progressió aritmètica és 144. Calcula a_5 .
9. Trobeu els angles d'un triangle rectangle sabent que estan en progressió geomètrica.
10. Calcula el terme general d'una progressió aritmètica que té $a_4 = \frac{5}{6}$ i $a_8 = \frac{17}{6}$.
11. En una progressió aritmètica $a_1 = 70$ i $a_6 = 270$, quin lloc ocupa el terme $a_n = 350$? Calcula la suma dels 100 primers termes.
12. En una progressió aritmètica coneixem $a_5 = 15$ i $a_9 = 7$, calculeu a_{14} i el terme general.
13. Calcula els angles d'un pentàgon sabent que formen una progressió aritmètica de diferència 30° .
14. En una progressió aritmètica:
$$\begin{cases} 2a_1 + a_6 = 7d \\ a_2 + a_7 = 25 \end{cases}$$
 Troba S_{10} i a_3 .
15. D'una progressió aritmètica sabem que $a_5 = 7$ i $a_8 = -2$. Calcula el terme general, S_{40} i a_{17} .
16. En una progressió aritmètica $a_2 = 10$ i la diferència és igual a 2. Troba el terme general i S_{100} .
17. Sabent que $a_2 = 1$ i $a_{10} = 6$ són termes d'una progressió aritmètica, calcula la suma dels 20 primers termes.
18. En una progressió aritmètica, el 3r terme és $\frac{4}{27}$ i $a_4 = \frac{8}{81}$. Calcula la suma dels 15 primers termes.
19. Donada la progressió $\frac{15}{2}, \frac{11}{2}, \frac{7}{2}, \dots$. Calcula el nombre de termes que hi ha que considerar per que la suma sigui $\frac{21}{2}$.
20. En una progressió aritmètica $a_5 = 7$ i $a_9 = 17$. Troba el terme general, a_{100} i el lloc que ocupa el terme igual a 27.
21. El perímetre d'un triangle rectangle és 69 m. Calcula quant mesura cada costat, sabent que les seves longituds estan en progressió aritmètica.
22. D'una progressió aritmètica sabem que $a_5 = 3$ i $d = -2$. Calcula el terme general, S_{20} i a_{17} .
23. En una progressió aritmètica els termes vuitè i novè són, respectivament, 83 i 89. Calcula el primer terme i la suma dels setze primers termes.
24. Tres nombres formen progressió aritmètica, la suma dels quals és 21 i el producte dels dos primers supera en 18 unitats al tercer. Calcula aquests nombres.

25. Calcula el terme general de: $\frac{3}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \dots$. Calcula també la suma dels 10 primers termes del numerador i dels 10 primers termes del denominador.
26. Donada la progressió $\frac{15}{2}, \frac{11}{2}, \frac{7}{2}, \dots$ calculeu el nombre de termes que s'han de prendre per a que la suma sigui $\frac{21}{2}$.
27. Els números que expressen la mesura dels costats d'un triangle rectangle formen progressió aritmètica. Calcula'ls si se sap que la superfície del triangle és 24.
28. En una progressió aritmètica la suma dels termes primer i tercer és 15, i la suma dels termes novè i desè és 75. Escriu els 4 primers termes d'aquesta successió.
29. Calcula el camí recorregut per un viatger que tarda 19 dies en el viatge, augmentant el recorregut en mig quilòmetre diari, i arribant a recórrer 14.5 km. el darrer dia.
30. Calcula la suma de tots els múltiples de 3 menors de 1000 sense comptar el mateix 3. Intenta calcular ara la suma de tots els parells menors de 1000 que no siguin múltiples de 3.
31. Sigui a_n una progressió aritmètica, de la qual sabem que $a_2 = 10$ i $d = 4$. Troba a_1 , el terme general de la successió i la suma dels 50 primers termes de la successió.
32. Sigui a_n una progressió aritmètica, de la qual sabem que $a_2 = 6$ i $a_4 = 12$. Troba a_1 , el terme general de la successió i la suma dels 1000 primers termes de la successió.
33. Quants anys de servei porta un obrer que va rebre com a gratificació el primer any 200 €. i que va anar augmentant en 100 € cada any, fins a cobrar el darrer any 3.100€? Quants diners haurà rebut en tots els anys de servei?
34. Durant el mes d'Agost un senyor pinta la línia continua de la carretera que travessa el Sàhara. El dia 1 va pintar 5 km i cada dia pinta 100 m menys que el dia anterior; quants diners lleia pagaran si cobra a 0'15 € el metre pintat? (Nota: Agost té 31 dies)
35. Un esquiador comença la pre-temporada d'esquí fent peses en un gimnàs durant 60 minuts. Decideix incrementar l'entrenament 10 minuts cada dia. Quant temps haurà d'entrenar el dia quinzè? Quants temps en total haurà dedicat a l'entrenament al llarg de tot un mes de 30 dies?
36. En Pepet va decidir estalviar durant el mes de Juny per comprar-se una moto. El primer dia del mes va posar 50 € en una guardiola i cada dia posava 5 € més que l'anterior. Quan havia estalviat al final del mes?. (Nota: El mes de Juny té 30 dies)
37. Un estudiant de 1r de batxillerat que volia aprovar un examen de matemàtiques sobre successions i progressions, va decidir posar-se a fer problemes una setmana abans. Cada dia feia 3 problemes més que l'anterior. Durant tota la setmana (7 dies) va fer 98 problemes. Quants va fer el primer dia? I l'últim?
38. A l'aniversari del desembarcament a Normandia, la R.A.F. fa una exhibició aèria en formació triangular de manera que a la primera fila hi ha un avió, i a cada fila hi ha dos avions més que a l'anterior. Si en total comptem 121 avions, quantes files hi ha en total? (Feu servir fórmules de progressions).
39. En un concurs televisiu un dels participants ha obtingut les següents puntuacions en les primeres proves: 7, 15, 23, 31, ... Sabent que a l'última ha obtingut 79 punts, quantes proves tenia el concurs? El premi consisteix en un viatge a New York i es necessita un mínim de 350 punts per aconseguir-ho. Penses que hi anirà de franc?
40. Volem pagar un deute i pactem amb el creditor els següents terminis: el primer any pagarem 10.000 €, i cada any incrementarem la quantitat pagada l'any anterior en 500 €. Quants anys trigarem a pagar un deute de 137.500?

41. Un guia nepalès organitza un trekking per l'Himàlaia. Decideix que la manera més adient de distribuir els 220 km del seu recorregut és anar augmentant progressivament la distància que han de fer cada dia, de tal manera que el primer dia faran 10 km, el segon 12, el tercer 14, i així successivament. Arribaran a fer algun dia exactament 28 km?. Quin? Quants dies necessitaran per fer el trekking?
42. En una progressió aritmètica coneixem $a_5 = 15$ i $a_9 = 7$, calculeu a_{14} i S_{14} .

PROGRESSIONS GEOMÉTRIQUES

1. Calcula la suma de totes les potències de 2 compreses entre 100 i 2000.
2. Els costats d'un triangle rectangle estan en progressió geomètrica. Troba la raó.
3. En una progressió geomètrica $a_{11} = 64$ i $r = 2$. Calculeu a_1 i a_{12} .
4. Quin és el cinquè terme de la progressió geomètrica de primer terme 3 i segon terme -4?
5. Construeix una progressió aritmètica de 9 termes, el primer dels quals sigui 7 i el darrer -9.
6. En una progressió geomètrica sabem que $a_1 = 2$ i $S_\infty = 3$. Troba a_2 i S_5 .
7. Calcula el segon terme d'una progressió geomètrica si sabem que el terme vuitè és 3 i $S_\infty = 768$.
8. El primer terme d'una progressió geomètrica és 2 i la suma dels seus infinits termes és 10. Calcula S_5 .
9. En una progressió geomètrica coneixem $a_2 = 1$ i $S_\infty = 25/4$. Calcula a_n i la suma dels 5 primers termes.
10. En una progressió geomètrica sabem que $a_2 = 6$ i $S_\infty = 27$. Calcula r i a_1 .
11. La suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica decreixent és 18 i la raó és 1/3. Trobeu a_1 i a_7 .
12. Tres números estan en progressió geomètrica, la seva suma és 112 i el seu producte és 32.768. Trobeu aquests números.
13. D'una progressió geomètrica sabem que $a_2 = 20$ i la suma dels quatre primers termes és 425. Troba a_n i a_3 .
14. Interpola 7 termes entre $\frac{-1}{2}$ i $\frac{-128}{3}$ de manera que tots junts formin progressió geomètrica.
15. La suma de tots els termes d'una progressió geomètrica és 24 i la suma dels seus dos primers termes és 18. Calcula a_9 .
16. D'una progressió geomètrica sabem que $a_5 = 162$ i $a_6 = -243$. Calcula la raó r , a_1 i S_5 .
17. Els múltiples d'11 formen una progressió. És aritmètica o geomètrica? Calcula la suma de tots els que són menors que 3000.
18. En una progressió geomètrica el primer terme és 2 i el sisè és el quadrat del tercer terme, troba la suma dels vuit primers termes.
19. En una progressió geomètrica on tots els termes són positius, i $a_n = a_{n+1} + a_{n+2}$ (cada terme és igual a la suma dels dos següents). Troba la raó.
20. Hem efectuat 6 pagaments en progressió geomètrica: el primer ha estat de 50 € i el darrer de 51.200 €. Quins han estat els pagaments intermedis?

21. Existeix alguna progressió que sigui aritmètica i geomètrica al mateix temps? Pot ser que una progressió geomètrica tingui el tercer terme 0 i el vuitè 1?
22. Pots sumar tots els termes de la successió: $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$. Per què? En cas afirmatiu, calcula la suma.
23. Existeix alguna progressió geomètrica amb tots els termes negatius? Existeix alguna progressió geomètrica amb tots els termes consecutivament positius i negatius?
24. Troba la suma de les primeres 20 potències de $\frac{1}{2}$. Podries fer la suma de totes les potències de $\frac{1}{2}$? Per què? En cas afirmatiu, quant seria?
25. El segon terme d'una progressió geomètrica és 72 i el quart és 8. Troba, si es pot, la suma dels infinits termes de la successió.
26. Donada la successió $a_n = \frac{n-4}{2n}$
- És creixent o decreixent?
 - És una progressió aritmètica o geomètrica? Per què?
27. Interpola quatre números entre 7 i 224 de forma que els sis estiguin en progressió geomètrica. Calcula la suma dels dotze primers termes de la progressió.
28. El primer terme d'una progressió geomètrica decreixent és 14 i la suma dels infinits termes de la successió és 21. Troba el cinquè terme i el terme general de la successió.
29. Dona exemples de :
- Una progressió geomètrica creixent.
 - Una progressió geomètrica decreixent.
 - Una progressió geomètrica ni creixent ni decreixent.
 - Una progressió aritmètica creixent.
 - Una progressió aritmètica decreixent.
30. A 1998 una ciutat té 260.000 habitants. S'ha comprovat que als darrers anys la seva població s'ha anat multiplicant cada any per 0.9. Si seguís a aquest ritme, quants habitants tindrà l'any 2010?
31. En Joan proposa al seu germà: "Jo et donaré 1 € l'1 d'Abril, 2 el dia 2, 3 el dia 3 i així successivament tot el mes; en canvi, tu em donaràs només 1 cèntim el dia 1, 2 cèntims el dia 2, 4 cèntims el dia 3 i així successivament". Qui sortirà guanyant?
32. Asaphad conta que Sessa, l'inventor dels escacs, va presentar el seu joc a Scheron, príncep indi, que lleia va oferir el que volgués. Sessa va demanar un gra de blat pel primer quadrat, dos pel segon, quatre pel tercer i així successivament fins al quadrat 64. Quants grans de blat va demanar?
33. Digues, raonant la resposta, si les següents successions són o no progressions:
- $\left(\frac{0}{2}, \frac{3}{-6}, \frac{8}{18}, \frac{15}{-54}, \frac{24}{162}, \dots\right)$
 - $\left(\frac{1}{5}, \frac{8}{15}, \frac{13}{15}, \dots\right)$
 - Troba en qualsevol cas el terme general.
34. En una progressió geomètrica $a_{11} = 64$ i $r = 2$, calculeu a_1 i a_{12} .
35. La suma dels infinits termes d'una progressió geomètrica decreixent és 18 i la raó és $1/3$. Trobeu a_1 i a_7 .
36. Digues quines d'aquestes successions són progressions i quines no ho són. En cas afirmatiu indica per què, de quin tipus és i troba la diferència (o la raó) i el terme general.
- 27, 23, 19, 156, ...

b. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

c. $-1, 2, -4, 8, -16, \dots$

d. $5a, 5a-1, 5a-6, 5a-9, \dots$

e. $-1, \frac{1}{3}, \frac{-1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

f. $\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \dots$

37. En una ciutat amb 29.524 habitants més grans de set anys, una persona s'assabenta d'una notícia a les dotze del migdia. Un minut després se la comunicat a 3 dels seus amics. Cadascú d'aquets la comunica en un altre minut a 3 persones diferents, les quals continuen proclamant la notícia de la mateixa manera, i així successivament. A quina hora s'hauran assabentat tots els habitants?
38. Un treballador de certa empresa, adonant-se del seu imminent ascens a cap de secció, decideix canviar el SEAT Panda per un altre cotxe més adient a la seva categoria empresarial. A l'hora de vendre el Panda, va publicar un anunci en el diari que deia: "Venc un SEAT Panda amb les condicions següents: Se'm pagarà no més el preu dels cargols de les rodes, de la següent forma: pel primer cargol 5 cèntims, pel segon 15 cèntims, pel tercer 45 cèntims i així successivament". Un lector assidu al diari, creient que feia el negoci del segle, va acceptar l'oferta. Quant va haver de pagar pel cotxe?. (Nota Es suposen 3 cargols per roda i no fa falta considerar la de recanvi)