LA ENERGÍA MECÁNICA

En este apartado vamos a retomar la energía mecánica que vimos al principio del bloque, pero con algo más de profundidad.

Recuerda que **la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial**.

En próximos apartados veremos de forma extensa los siguientes puntos sobre la energía mecánica:

- Energía Potencial gravitatoria
- Energía Cinética
- Principio de conservación de la energía mecánica

Energía potencial gravitatoria

Recuerda que las energías potenciales, todas las energías potenciales, son las que poseen los cuerpos por estar en el lugar que están con respecto a otros cuerpos. La energía potencial es la energía asociada a la posición.

La energía potencial gravitatoria es **la que tienen los cuerpos** por estar en la posición que están con respecto a la Tierra, es decir, **por estar a cierta altura**.

Un experimento mental...

Imagina que debajo del balcón que ves en la imagen hay aparcado un coche. Si una de esas macetas se cayera desde el balcón sobre el techo del coche ¿cómo de grande sería "el bollo" que le haría?

Casi con toda seguridad has acertado: cuanto más grande sea la maceta (cuanto más pese) y cuanto más alto esté el balcón ¿no?

Pues de esas dos cosas (de esas dos magnitudes), masa y altura, depende la energía potencial gravitatoria.

Cuanto más alto esté un cuerpo y cuanta más masa tenga, mayor será su energía potencial gravitatoria.

Por ejemplo...

Un cuerpo puede tener mucha energía potencial aunque pese muy poco. Piensa, por ejemplo, en un encendedor que se le caiga a alguien desde un décimo piso ¿te atreverías a parar su caída con la cabeza? Pues imagínate un meteorito que cayera sobre la Tierra; por pequeño que fuese su efecto sería demoledor.

Pero también un cuerpo puede tener mucha energía potencial aunque no esté a mucha altura. Piensa en un bloque de mármol que se cae de un camión que lo transporta ¡No sería agradable que se nos cayera en el pie! ¿Verdad?

Pero **los científicos** no se conforman solo con las palabras. Ellos **buscan números**, medidas. **Intentan conocer exactamente** cuál es **la relación matemática entre las magnitudes** implicadas: energía potencial gravitatoria, masa y altura.

A una relación matemática entre varias magnitudes solemos llamarla "**la fórmula**". Pues bien, la fórmula para calcular la energía potencial gravitatoria de un cuerpo es:

$$\boldsymbol{E_P = 9{,}8 \cdot m \cdot h}$$

En esta fórmula las letras representan magnitudes:

- *m* representa la masa del cuerpo. Ya sabes que la unidad en la que se expresa es el kilogramo (kg).
- *h* representa la altura a la que se encuentra el cuerpo. Se expresa en metros (m)
- E_P representa la energía potencial gravitatoria. Se expresa en julios (J).
- El 9,8 es la intensidad de la gravedad en la Tierra. Sus unidades son metros por segundo al cuadrado (m/s^2). En otro astro este número sería diferente; en la Luna, por ejemplo, la gravedad es tan solo de 1,6.

Este tipo de relaciones entre magnitudes se conoce como proporcionalidad directa. La fórmula anterior indica que **la energía potencial gravitatoria de un cuerpo es directamente proporcional a la masa del cuerpo y a la altura a la que se encuentre**.

Una energía muy intuitiva...

La energía potencial gravitatoria está presente continuamente en nuestras vidas. No tenemos más remedio que vivir en la Tierra y, por eso, estamos rodeados de objetos con energía potencial gravitatoria

Además, aún sin saber su nombre, todos tenemos una noción bastante clara de lo que es. ¿O no desconfiamos si tenemos que pasar bajo un objeto pesado que está a cierta altura y corre peligro de caerse?

También usamos la energía potencial para generar electricidad, por ejemplo, en un salto de agua en el que se aprovecha tanto la masa del agua como la altura desde la que cae.

No olvides la fórmula de la energía potencial gravitatoria. Un poco más adelante resolverás problemas con ayuda de esta fórmula.

Experimenta...

Entra en la siguiente página web:

http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1183

y sigue los pasos siguientes:

1. En el menú de la izquierda pincha en el apartado 02: Energía Mecánica.
2. Baja al final de la página en la que entras y pincha en el botón que dice siguiente.

Experimenta con las opciones de saltos que se te ofrecen.

Comprueba que lo has entendido

1. ¿Cuál de estas frases es verdadera?
   a. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo solo depende de la altura a la que se encuentra.
   b. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo es directamente proporcional a su masa
   c. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo es inversamente proporcional a la altura a la que se encuentra.
   d. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo depende de la velocidad con la que se mueva.
2. Imagínate dos cuerpos idénticos, uno a 15 m sobre la superficie de la Tierra y otro a 15 m sobre la superficie de la Luna. ¿Cuál de ellos tendrá más energía potencial gravitatoria? ¿Por qué?

Energía cinética

La energía cinética es más fácil que la potencial. Está muy clara: es **la que tiene un cuerpo por el hecho de estar moviéndose.**

Un experimento mental...

Imagina un vehículo que viene hacia ti con cierta velocidad. ¿En qué caso te daría más miedo, si es un coche que va despacio o si es un camión que va deprisa?

Casi seguro que el camión te da más miedo ¿no? ¿Sabes por qué? Pues porque tiene más energía cinética.

Cuanto más grande sea un cuerpo (cuanta más masa tenga) y más deprisa se mueva (cuanta más velocidad tenga) mayor será su energía cinética.

¿Y cuál es la fórmula de la energía cinética? Porque seguro que esta también tiene fórmula ¿no? Pues sí, si la tiene, ya sabes que es algo que a los científicos les pirra… La fórmula que nos permite calcular la energía cinética es:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

En esta fórmula, como en todas, las letras representan magnitudes:

- *m* representa la masa del cuerpo. Ya sabes que la unidad en la que se expresa es el kilogramo (kg).
- *v* representa la velocidad con la que se mueve el cuerpo. Se expresa en metros por segundo (m/s)
- E_C representa la energía cinética. Se expresa en julios (J).

La relación entre las magnitudes anteriores es algo más complicada que en el caso de la energía potencial gravitatoria. La fórmula anterior nos indica que **la energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a la masa del cuerpo, pero no a la velocidad**.

La “culpa” de esta complicación es que la velocidad esta “al cuadrado”. Por eso, los científicos dicen que la relación entre la energía cinética de un cuerpo y la velocidad del mismo es una **relación cuadrática**.

Piensa un poco...

Eso de la relación “cuadrática” tiene importantes consecuencias. ¿Qué crees que sería peor, que te tiren una piedra el doble de pesada o el doble de deprisa?

Si la piedra es el doble de pesada, tiene el doble de masa, su energía cinética también será el doble; se habrá multiplicado por dos.

Pero si lo que tiene es el doble de velocidad, su energía cinética no será el doble, sino el cuádruple. ¡Se habrá multiplicado por cuatro!

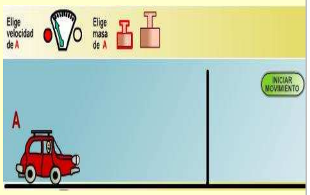
Experimenta...

Entra en la siguiente página web:

http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1183

y sigue los pasos siguientes:

1. En el menú de la izquierda pincha en el apartado 02: Energía Mecánica.
2. Experimenta con las opciones de choque que se te ofrecen.



Y sigue experimentando...

Todos hemos experimentado "calor" al frotarnos las manos y hemos experimentado (si no es así pruébalo) que si aumentamos la velocidad el calor aumenta; es la energía cinética que se convierte en calorífica.

También sabemos que para que Belén circule a toda "velocidad" con ese todoterreno tan pesado necesita "quemar" mucho combustible, mientras que Teresa puede aprovechar simplemente su propio peso y el de la bicicleta (energía potencial) cuando va cuesta abajo para conseguir una velocidad considerable.

Comprueba que lo has entendido

3. ¿Cuál de estas frases es verdadera?
   a. La energía cinética de un cuerpo solo depende de la velocidad a la que vaya.
   b. La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su masa
   c. La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a la velocidad a la que se mueve.
   d. La energía cinética de un cuerpo depende de la altura a la que se mueva.

Principio de conservación de la energía mecánica

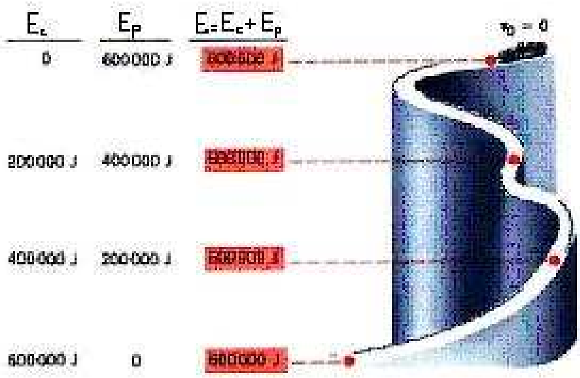
Ya conoces el principio de conservación de la energía, así, en general. Se refiere a toda la energía del Universo y, por eso, es un principio difícil de aplicar.

¡En el Universo hay demasiados cuerpos y formas de energía diferentes como para "tenerlo todo controlado"!

Afortunadamente para los científicos, hay principios de conservación de la energía algo más limitados, pero mucho más fáciles de aplicar. Uno de ellos es el principio de conservación de la energía mecánica.

Dice así:

La energía mecánica de un cuerpo sobre el que no actúe ninguna fuerza que no sea su propio peso se mantiene constante.



La idea es que un cuerpo situado a una determinada altura y que, por tanto, poseerá cierta energía potencial gravitatoria, irá transformando esta energía potencial en energía cinética a medida que se vaya cayendo al suelo.

Es decir, irá ganando energía cinética al mismo ritmo que va perdiendo potencial pero **la suma de las dos, la energía mecánica, será siempre constante**.

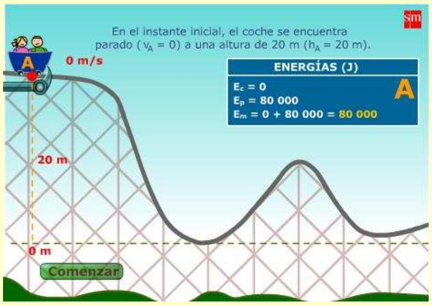
Experimenta…

Entra en la siguiente página web:

http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1183

y sigue los pasos siguientes:

1. En el menú de la izquierda pincha en el apartado 04: Conservación de la energía.
2. Experimenta con las opciones que se te ofrecen.



En los siguientes apartados de este tema vas a aplicar las fórmulas de las energías cinética y potencial gravitatoria para resolver problemas.

Para ello aprenderás a organizar los datos (tablas y gráficas), "manipularlos" para obtener resultados y a interpretar y reflexionar sobre los resultados obtenidos.

Todo esto te recordará algunas nociones básicas del **"idioma" de las Ciencias**, las **Matemáticas**.

Haciendo cálculos

Puesto que vamos a empezar a trabajar con fórmulas, números, cuentas,...te aconsejamos que cojas la calculadora, un lápiz y un papel, y que vayas haciendo tú todas las operaciones que vas viendo en los ejemplos.

Recuerda que las matemáticas son una actividad que requiere de acción por tu parte, si solamente lees los ejercicios te resultará más difícil comprenderlos y casi imposible aprender a hacer otros semejantes.

Haciendo cálculos con la energía potencial gravitatoria

Antes de nada, recordemos la fórmula para calcular la energía potencial gravitatoria y las magnitudes que se emplean:

$$E_P = 9,8 \cdot m \cdot h$$

Observa que, para que todo funcione correctamente, todas las magnitudes que empleemos en los cálculos deben ir expresadas en las unidades correspondientes del **Sistema Internacional**.

MAGNITUDES IMPLICADAS		
Magnitud	**Unidad**	**Símbolo**
energía potencial (E_P)	julios	J
masa (m)	kilogramos	kg
altura (h)	metros	m

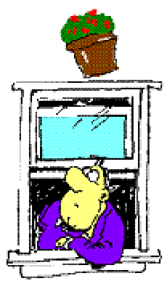
Ejemplo 1

Una maceta de 2 kg de masa está situada a 3 metros de altura. ¿Qué energía potencial posee?

Para resolver este problema solo tenemos que sustituir los valores de las magnitudes masa y altura en la fórmula, en la unidad del SI y hacer el cálculo:

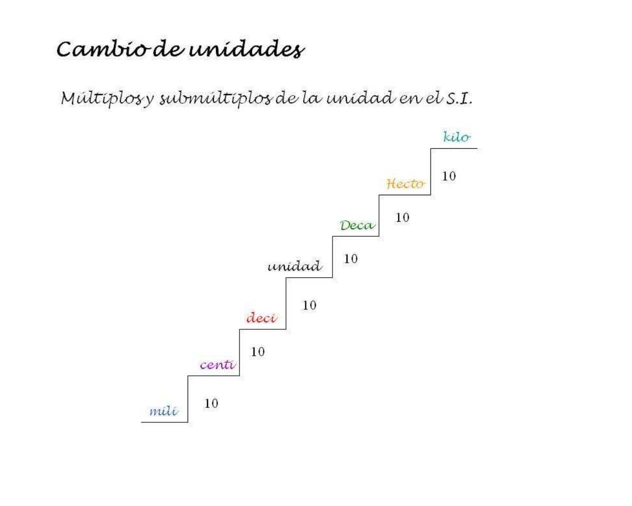
$$E_P = 9,8\ m/s^2 \cdot 2\ kg \cdot 3\ m = 58,8\ kg{\cdot}m^2/s^2 = 58,8\ J$$

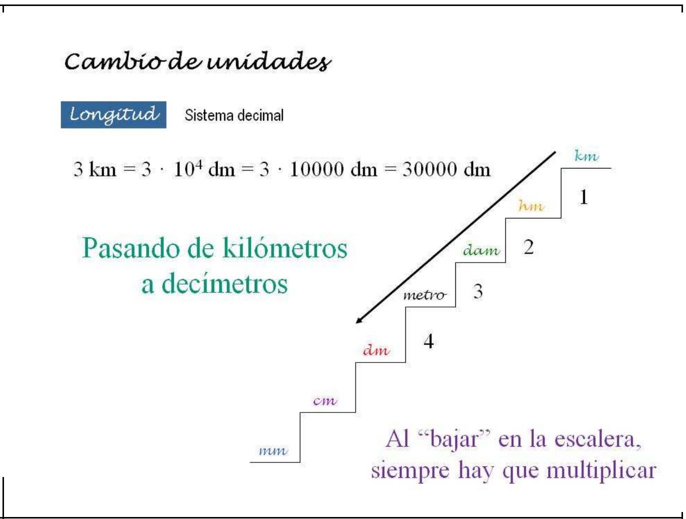
Solución: La energía potencial de la maceta es de 58,8 J.

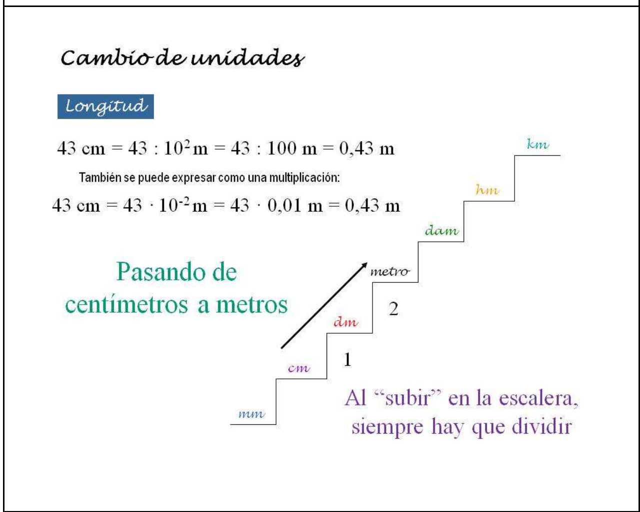


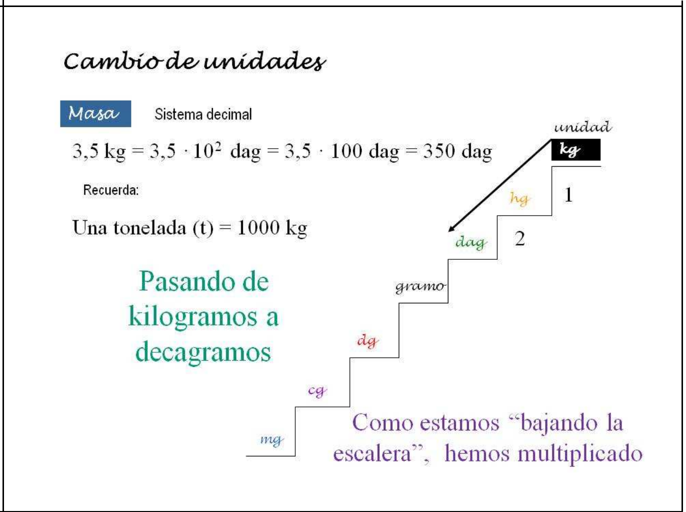
Cambios de unidades…

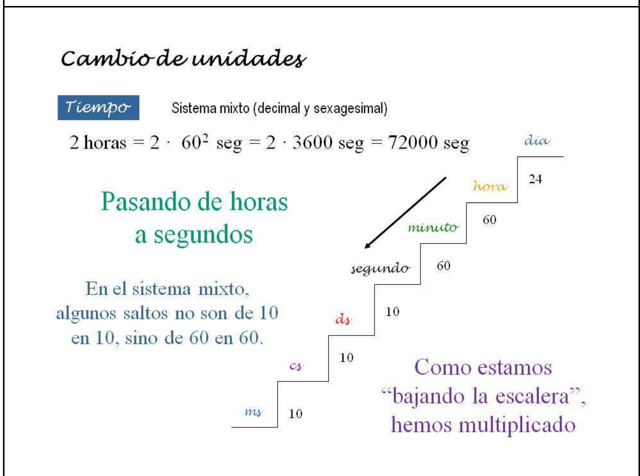
Algunas veces necesitarás cambiar de unidades. De centímetros a metros, o de gramos a kilogramos, etc. Si no recuerdas bien cuáles son los múltiplos y submúltiplos más habituales de las unidades de medida, repasa las siguientes imágenes. En ellas puedes ver también algunos ejemplos de cambios de unidades.











Si quieres, puedes ver estas diapositivas en una presentación animada abriendo el recurso: *Cambio de unidades*, que podrás encontrar en el apartado de recursos.

Comprueba que lo has entendido

4. Un ascensor está a 20 m de altura con 3 toneladas de masa en su interior. ¿Qué energía potencial gravitatoria tendrá?
   a. 588 J.
   b. 588000 J.
   c. 60000 J.

Ejemplo 2

Una maceta situada a 3 metros de altura tiene una energía potencial de 44,1 julios, ¿cuál es su masa?

Sustituimos en la fórmula los valores de las magnitudes que conocemos (energía potencial y la altura):

$$44{,}1\ J = 9{,}8\ m/s^2 \cdot \text{m} \cdot 3\ m$$

Hacemos los cálculos que se puedan hacer. En este caso tan solo podemos multiplicar, en el segundo miembro de la igualdad, 9,8×3:

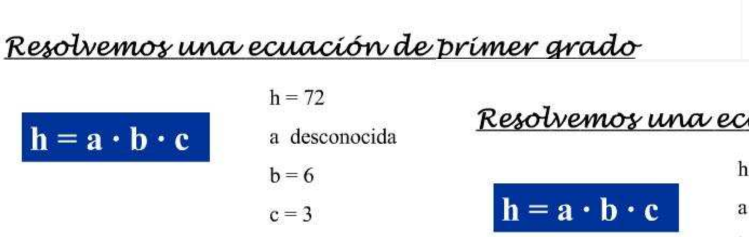
$$44{,}1\ J = 29{,}4\ m^2/s^2 \cdot \text{m}$$

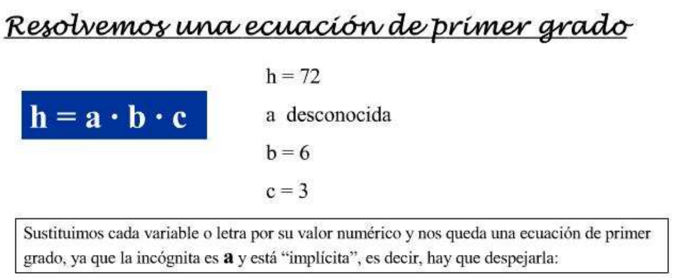
La magnitud que no conocemos, la masa, la tendremos que **despejar de la fórmula**. Para ello hay que dividir los dos miembros por el número que la acompaña (29.4). En resumen, lo que está multiplicando en un miembro "pasa" al otro dividiendo.

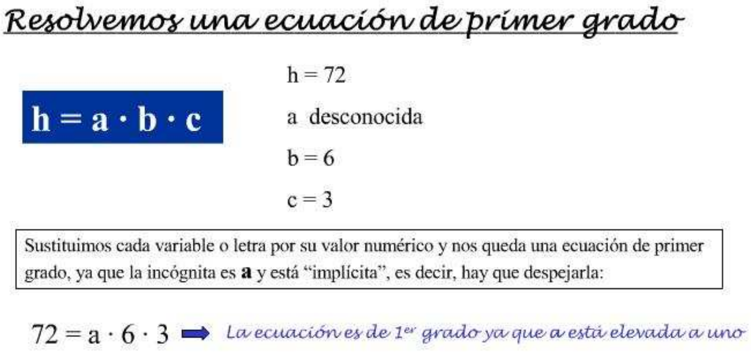
$$m = \frac{44{,}1\ J}{29{,}4\ m^2/s^2} = 1{,}5\ \text{kg}$$

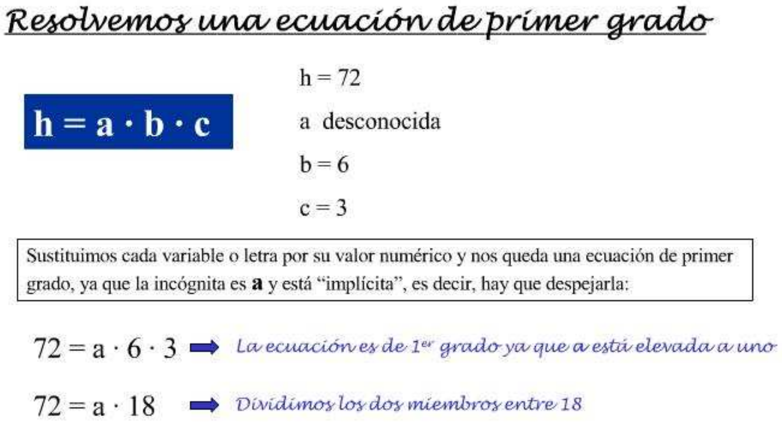
Solución: la masa de la maceta es de 1,5 kg.

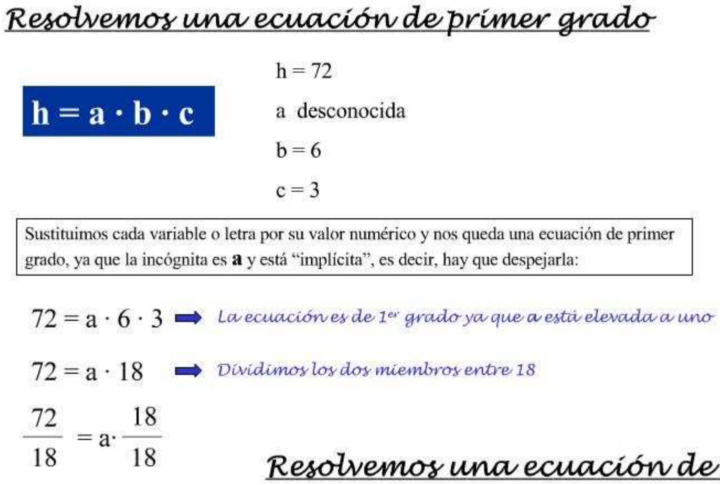
Aunque te parezca mentira, acabas de resolver una ecuación de primer grado. Para repasar cómo lo has hecho estudia las siguientes diapositivas:

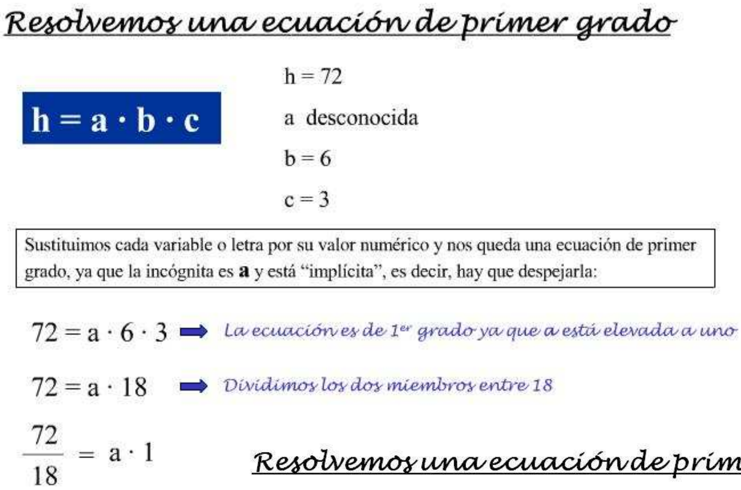




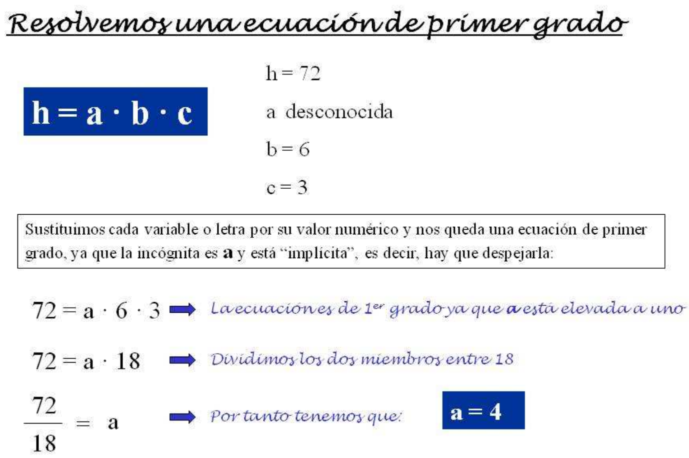








Si quieres, puedes ver estas diapositivas en una presentación animada abriendo el recurso: *Ecuaciones de primer grado*, que podrás encontrar en el apartado de recursos.



Comprueba que lo has entendido

5. Una manzana cuelga de la rama de un manzano situada a 4 metros del suelo, la energía potencial que posee es de 7,84 J. ¿Cuál es la masa de la manzana?
   a. 200 gramos.
   b. 0,2 kg.
   c. 307 gramos.
6. En la siguiente fórmula o expresión algebraica: *y* = 3·*a*·*c*, despeja la variable c.

a. $c = \frac{3 \cdot a}{y}$	b. $c = 3 \cdot a \cdot y$	c. $c = \frac{y}{3 \cdot a}$

Ejemplo 3

Una maceta de 4 kg de masa, posee una energía potencial de 392 J, ¿a qué altura del suelo está situada?

Sustituimos en la fórmula los valores de las magnitudes que conocemos (la energía potencial y la masa):

$$392\ J = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 4\ kg \cdot h$$

Hacemos los cálculos que se puedan hacer. En este caso tan solo podemos multiplicar, en el segundo miembro de la igualdad, 9,8×4:

$$392\ J = 39{,}2\ m \cdot kg/s^2 \cdot h$$

La magnitud que no conocemos, la altura, la tendremos que **despejar de la fórmula**. Para ello hay que dividir los dos miembros por el número que la acompaña (29.4). En resumen, lo que está multiplicando en un miembro "pasa" al otro dividiendo.

$$h = \frac{392\ J}{39{,}2\ {m \cdot kg}/{s^2}} = 10\ m$$

Solución: La maceta está situada a 10 *m* de altura.

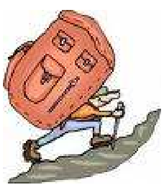
Comprueba que lo has entendido

7. Queremos que una piedra de 50 hg de peso adquiera una energía potencial de 490 J ¿cuántos metros de altura la debemos elevar?
   a. 10 metros.
   b. 1 metro.
   c. 9.8 metros.

8. Rellena las celdas vacías que hay en la tabla siguiente. Presta mucha atención, porque para ello tendrás que cambiar algunas veces las unidades que aparecen a la que corresponda en el Sistema Internacional (kg en el caso de la masa y metros en el caso de la altura).

masa	**altura**	**E_p (J)**
4,5 kg	9 m	
10 kg	m	9,8
5 g	5,5 cm	
kg	11 m	2,7
1/2 kg	m	2450
kg	47 mm	2,3

Analizando los datos



Estos datos (como los de la tabla anterior) pueden **representarse en una gráfica**. Así se puede tener una información visual muy rápida de cómo se relacionan las magnitudes.

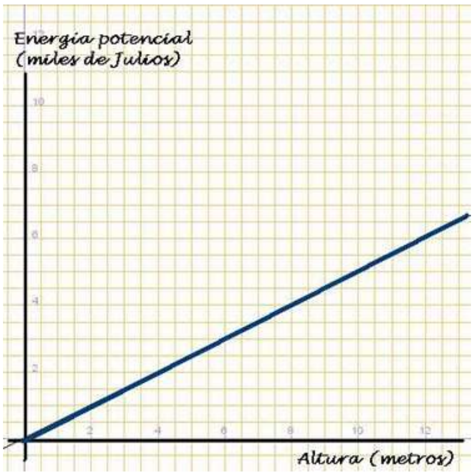
Vamos a representar los datos de la tabla asociada a la energía potencial de una persona de 55 kg que está escalando una montaña de 100 metros de altura.

Cada cierta altura, calculamos la energía potencial que tiene y, así, confeccionamos una tabla de datos como la que verás a continuación.

Recuerda…

En el tema del recibo de la luz tienes una explicación detallada de dónde y cómo debe realizarse una gráfica.

Altura (m)	E_p (J)
0	0
10	5390
20	10780
100	53900



La gráfica que obtenemos en nuestro trabajo es una **línea recta que pasa por el origen de coordenadas**.

Si observas los datos te darás cuenta de que:

- Si la altura se dobla, la energía aumenta también el doble.
- Si la altura se multiplica por 10, también la energía lo hace.

Este tipo de relación entre dos magnitudes se llama **relación lineal**.

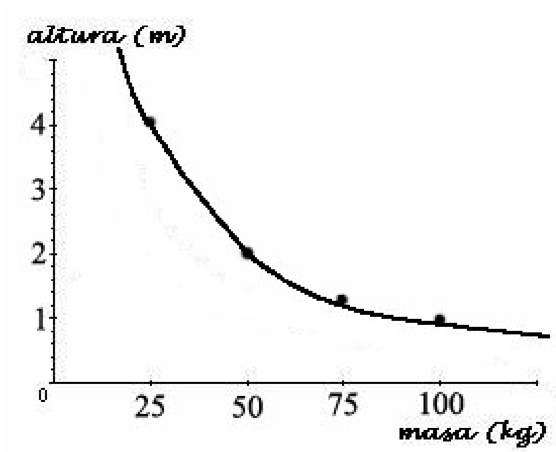
La representación gráfica de una relación lineal es siempre una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Cambiemos ahora de problema. Supongamos que ahora fijamos la energía potencial (del mismo modo que en el problema anterior fijamos la masa).

Supongamos que tenemos varios cuerpos, de masas comprendidas entre 10 y 100 kg y que queremos calcular a qué altura debe estar cada uno de ellos para tener una energía potencial de 1000 J.

La tabla que obtenemos y la gráfica correspondiente son las que ves a continuación:

Masa (kg)	Altura (m)
25	4,08
50	2,04
75	1,36
100	1,02



Si observas los datos comprobarás que a más masa, se necesita menos altura para que la energía potencial sea constante. Más exactamente:

- Para el doble de masa, hace falta la mitad de la altura.
- Para 3 veces más masa hace falta 3 veces menos.

Este tipo de relación entre dos magnitudes se llama **proporcionalidad inversa**. En este caso decimos que la masa y la altura son inversamente proporcionales. **La gráfica correspondiente es una curva decreciente**, en forma de rama de **hipérbola**.

Para saber más…

Si quieres afianzar lo que has aprendido sobre el plano cartesiano, sobre cómo elaborar una gráfica de una función lineal y gráficas en general, puedes practicar en las siguientes direcciones web:

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/funciones_y_graficas_jfuentes/Puntos_1.htm

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/funciones_lineal_afin_cte_asmc/ASC92_APLIC.htm

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Proporcionalidad_inversa/unidad_didactica.htm

Haciendo cálculos con la energía cinética

Como en el apartado anterior, también ahora vamos a hacer cálculos, tablas de datos y gráficas de funciones. Pero nos basaremos en la fórmula de la energía cinética, la energía asociada a la velocidad.

¿Recuerdas la fórmula que nos permite calcular la energía cinética de un cuerpo en movimiento y las unidades de las magnitudes implicadas?

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

MAGNITUDES IMPLICADAS		
Magnitud	**Unidad**	**Símbolo**
energía cinética (E_C)	julios	J
masa (m)	kilogramos	kg
velocidad (v)	metros por segundo	m/s

Ejemplo 1

Un balón de 0,3 kg de masa rueda con una velocidad constante de 10 metros por segundo. ¿Qué energía cinética posee?

Este es el problema más sencillo que podemos hacer sobre la energía cinética, puesto que las magnitudes conocidas ya están expresadas en unidades del S.I. y, además, no tenemos que despejar ni nada.

Sustituimos los valores de las magnitudes conocidas (masa y velocidad) en la fórmula:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\, kg \cdot (10\ {}^{m}/_{s})^2$$

Ahora solo tenemos que hacer los cálculos. Pero hemos de tener cuidado porque hay que **respetar la jerarquía de las operaciones**: primero se eleva el valor de la velocidad al cuadrado, luego se multiplica por la masa y, por último, se divide entre dos:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\, kg \cdot 100\ {}^{m^2}/_{s^2} = \frac{1}{2} \cdot 30\, kg \cdot {}^{m^2}/_{s^2} = 15\, J$$

Solución: La energía cinética del balón es de 15 J

¡Mucho ojo!...

A la hora de hacer cuentas es fundamental que todas las magnitudes estén en las unidades del SI.

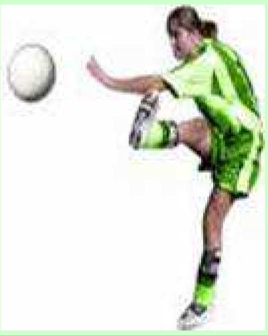
Por eso, si la velocidad está en kilómetros por hora, debes pasarla antes a metros por segundo. La siguiente tabla te recuerda cómo hacerlo

Para pasar de....	...a...	Debes ...
m/s	km/h	Multiplicar por 3,6
km/h	m/s	Dividir por 3,6

Comprueba que lo has entendido

9. ¿Qué Energía cinética tendrá una persona de 50 kg de masa que corre a una velocidad de 10 km/h?
   a. 10500 J.
   b. 32400 J.
   c. 192.9 J.

Ejemplo 2



Un balón de fútbol que rueda a una velocidad constante de 36 kilómetros por hora posee una energía cinética de 55 julios ¿cuál es su masa?

En este problema la cosa es algo más complicada, puesto que la velocidad no está en las unidades del S.I. y, además, la magnitud que no conocemos (la masa) debemos despejarla.

Primero pasamos los *km/h* a *m/s.* Recuerda que para ello solo debemos dividirlos por 3,6: 36 *km/h* = 10 *m/s.*

Sustituimos ahora los valores de las magnitudes conocidas (energía cinética y velocidad) en la fórmula:

$$55\,J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (10\ {}^{m}/_{s})^2$$

Hacemos las operaciones que podamos. En este caso, elevar el 10 al cuadrado y dividir entre 2:

$$55\,J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 100\ {}^{m^2}/_{s^2} = m \cdot 50\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

Por último, despejamos la masa dividiendo los dos miembros entre el número que la acompaña multiplicando (50):

$$m = \frac{55\,J}{50\ {}^{m^2}/_{s^2}} = 1{,}1\,kg$$

Solución: La masa del balón es de 1,1 *kg*

Comprueba que lo has entendido

10. Un coche de se mueve con una velocidad constante de 3 m/s con una energía cinética de 90 julios ¿cuál es la masa del coche?
    a. 30 kg.
    b. 405 kg.
    c. 20 kg.

Ejemplo 3

Un balón de 300 gramos de masa, posee una energía cinética de 150 julios, ¿qué velocidad posee?

Es el caso más complicado que nos podemos encontrar. Por varias razones:

- Una de las magnitudes conocidas, la masa, no está en las unidades del S.I.
- La magnitud que tenemos que calcular, la velocidad, debemos despejarla y, para ello, necesitaremos hacer una raíz cuadrada.

Primero pasamos la masa (que está en gramos) a kilogramos: 300 g = 0,3 kg.

Sustituimos en la fórmula los valores de las variables conocidas, la energía cinética y la masa:

$$150\,J = \frac{1}{2} \cdot 0{,}3\,kg \cdot v^2$$

Hacemos las cuentas que podamos. En este caso tan solo dividir el 0,3 entre 2:

$$150\,J = 0{,}15\,kg \cdot v^2$$

Despejamos la "v^2", para lo cual dividimos ambos miembros entre el 0,15:

$$v^2 = \frac{150\,J}{0{,}15\,kg} = 1000\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

Por último, para obtener el valor de la velocidad habrá que calcular la raíz cuadrada:

$$v = \sqrt{1000\ {}^{m^2}/_{s^2}} = 31{,}63\ {}^{m}/_{s}$$

Solución: El balón posee una velocidad de aproximadamente 31,62 *m/s*

Acabas de resolver una **ecuación de segundo grado** (sencilla, eso sí). La siguiente imagen te resume y te recuerda los pasos que has dado:

Ecuación de segundo grado (incompleta)

$$\boxed{h = a \cdot b \cdot c^2}$$

$h = 18$

$a = 1/3$

$b = 6$

c desconocida

Sustituimos cada variable o letra por su valor numérico, tendremos que resolver una ecuación de 2° grado, ya que la variable a despejar c está elevada al cuadrado:

$18 = 1/3 \cdot 6 \cdot c^2$ ➡ *Primero multiplicamos 1/3 por 6*

$18 = 2 \cdot c^2$ ➡ *Dividimos todo entre 2*

$9 = c^2$ ➡ *Extraemos la raíz cuadrada a los dos miembros*

$3 = c$ ➡ *Por tanto:* $\boxed{c = 3}$

Puedes ver una animación de cómo se resuelven estas ecuaciones si abres el recurso *Ecuaciones de segundo* grado que encontrarás en el apartado de recursos del tema.

Comprueba que lo has entendido

11. ¿Qué velocidad lleva una piedra de 6 kg de masa que tiene una energía cinética de 1200 julios?
    a. 72 m/s
    b. 20 m/s
    c. 27 m/s
12. Despeja la variable *a* de la siguiente fórmula: $t = 4 \cdot h \cdot a^2$

a. $a = \sqrt{\frac{t}{4 \cdot h}}$	b. $a = \sqrt{\frac{4 \cdot h}{t}}$	c. $a = 4 \cdot h \cdot t^2$

13. Rellena las celdas vacías que hay en la tabla siguiente. Presta mucha atención, porque para ello tendrás que cambiar algunas veces las unidades que aparecen a la que corresponda en el Sistema Internacional (kg en el caso de la masa y metros por segundo en el caso de la velocidad).

masa	Velocidad	E_c (J)
4,5 kg	10 m/s	
10 kg	m/s	80
5 g	50 km/h	
kg	100 m/s	125
1/2 kg	m/s	625
kg	200 km/h	7716.06

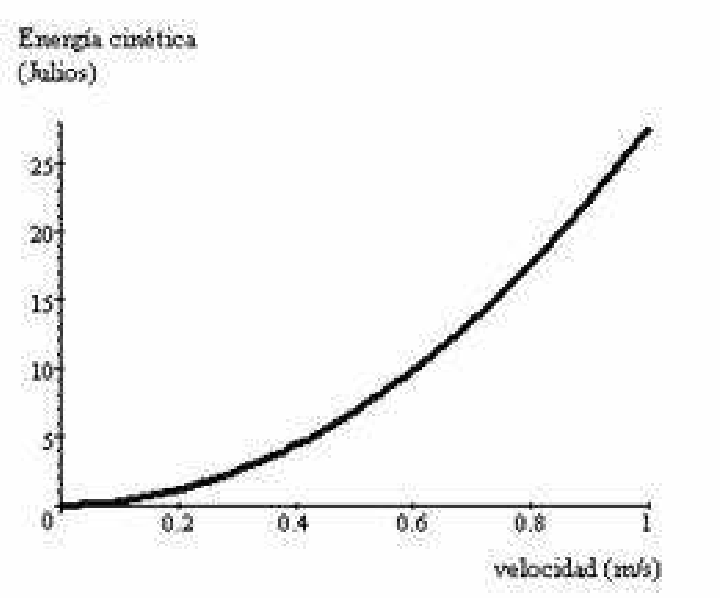
Analizando los datos

Por supuesto que estos datos pueden representarse en una **gráfica** para poder **disponer de una información visual inmediata** de cómo se relacionan las magnitudes.

Representaremos gráficamente los datos de la tabla siguiente. Se han obtenido calculando la energía cinética que poseerá una persona de 55 kg que está caminando, según la velocidad con la que lo haga. Consideramos velocidades desde 0 hasta 3,6 km/h (o lo que es lo mismo, desde 0 hasta 1 m/s).

Aquí puedes ver la tabla obtenida y la gráfica correspondiente:

Velocidad (m/s)	E_c (J)
0	0
0,2	1,1
0,4	4,4
0,6	9,9
0,8	17,6
1	27,5



Observa que cuando la velocidad del paseante crece, también lo hace su energía cinética. Pero no lo hace como en una relación lineal:

- Si la velocidad se duplica, la energía cinética no se duplica, sino que se multiplica por cuatro; aumenta el cuádruple. (0,4 es el doble de 0,2 pero 4,4 no es el doble de 1,1 sino su cuádruple)
- Si la velocidad se multiplica por 5, la energía cinética lo hace por veinticinco. (Observa en la tabla los datos correspondientes a 0,2 m/s y 1 m/s)
- Si la velocidad aumentara diez veces, la energía cinética aumentaría cien veces.

Este tipo de relación entre dos magnitudes se llama **relación cuadrática**. La gráfica que la representa recibe el nombre de **parábola**. Por eso a esta relación también se la conoce como **relación parabólica**.

Comprueba que lo has entendido (soluciones)

1. Solo es verdadera la opción **b**. La energía potencial gravitatoria no tiene nada que ver con la velocidad y, además, depende tanto de la altura como de la masa del cuerpo. En ambos casos, de forma directamente proporcional.
2. **El que está en la Tierra** tendrá más energía potencial gravitatoria, porque aunque los dos cuerpos tengan la misma masa y estén a la misma altura respecto de la superficie de "su astro", la gravedad en la Luna es mucho más pequeña que en la Tierra.
3. Solo es verdadera la opción **b**. La energía cinética no tiene nada que ver con la altura y, además, depende tanto de la velocidad del cuerpo como de su masa. En el primer caso de forma cuadrática y en el segundo de forma directamente proporcional.
4. Para resolver este problema solo tenemos que sustituir los valores de las magnitudes masa y altura en la fórmula, en la unidad del SI y hacer el cálculo. La altura ya la tenemos en metros, pero la masa está en toneladas, por lo que habrá que pasarla a kilogramos: 3 Tm = 3000 kg.

   Sustituyendo los datos y operando tendremos: $E_P = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 3000\ kg \cdot 20\ m = 588000\ J$

   Solución: La energía potencial del ascensor de 588000 J.
5. Sustituimos en la fórmula los valores de las magnitudes que conocemos (energía potencial y la altura) que, además, ya están en las unidades del S.I.:

   $$7{,}84\ J = 9{,}8\ m/s^2 \cdot \mathrm{m} \cdot 4\ m$$

   Hacemos los cálculos que se puedan hacer. En este caso tan solo podemos multiplicar, en el segundo miembro de la igualdad, 9,8×4:

   $$7{,}84\ J = 39{,}2\ m^2/s^2 \cdot \mathrm{m}$$

   Despejamos la masa y hacemos las operaciones:

   $$m = \frac{7{,}84\ J}{39{,}2\ {m^2}/{s^2}} = 0{,}2\ kg$$

   Solución: la masa de la manzana es de 0,2 kg o, lo que es lo mismo, de 200 g. Serían correctas las opciones a y b.
6. Despejar la c es "dejarla sola en un miembro de la igualdad". Para ello tenemos que "quitarle de en medio" todo lo que la acompaña. En este caso la c está multiplicada por el factor 3·a, así que solo tenemos que pasar este factor al primer miembro, pero dividiendo.

   La respuesta correcta es, por tanto, la **c**.
7. En primer lugar tendremos que poner la masa en kilogramos. Puesto que está en hectogramos, para pasar a kilogramos tenemos que "subir un peldaño" en la escalera de las unidades. Por tanto, deberemos dividir entre 10. De modo que 50 hg = 5 kg.

   Sustituimos ahora en la fórmula los valores de las magnitudes que conocemos (la energía potencial y la masa):

   $$490\ J = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 5\ kg \cdot \mathrm{h}$$

   Hacemos los cálculos que se puedan hacer. En este caso tan solo podemos multiplicar, en el segundo miembro de la igualdad, 9,8×5:

   $$490\ J = 49\ m \cdot kg/s^2 \cdot \mathrm{h}$$

   Despejamos la altura y hacemos las operaciones:

   $$h = \frac{490\ J}{49\ {m \cdot kg}/{s^2}} = 10\ m$$

   Solución: Tendremos que subir la piedra a 10 m de altura.
8. Realizando operaciones similares a las que hemos hecho en los problemas 4, 5 y 7, las soluciones son:

Masa	Altura	E_P (J)
4,5 kg	9 m	**396,9**
10 kg	**0,1 m**	9,8
5 g	5,5 cm	**0,002695**

Masa	Altura	E_P (J)
0,025 kg	11 m	2,7
1/2 kg	500 m	2450
4,99 kg	47 mm	2,3

9. En primer lugar tendremos que pasar los km/h a m/s. Para ello dividimos entre 3,6 y resulta que

10 km/h = 2,78 m/s

Sustituimos ahora los valores de las magnitudes conocidas (masa y velocidad) en la fórmula:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot 50\ kg \cdot (2{,}78\ {}^{m}/_{s})^2$$

Ahora solo tenemos que hacer los cálculos. Pero hemos de tener cuidado porque hay que **respetar la jerarquía de las operaciones**: primero se eleva el valor de la velocidad al cuadrado, luego se multiplica por la masa y, por último, se divide entre dos:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot 50\ kg \cdot 7{,}7284\ {}^{m^2}/_{s^2} = \frac{1}{2} \cdot 386{,}42\ kg \cdot {}^{m^2}/_{s^2} = 193{,}21\ J$$

Solución: La energía cinética de la persona es de 192,21 *J. La respuesta correcta sería la c, que es la que hemos obtenido, pero redondeada a un solo decimal.*

10. Sustituimos los valores de las magnitudes conocidas (energía cinética y velocidad) en la fórmula, puesto que ya están en las unidades del S.I.:

$$90\ J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (3\ {}^{m}/_{s})^2$$

Hacemos las operaciones que podamos. En este caso, elevar el 3 al cuadrado y dividir entre 2:

$$90\ J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 9\ {}^{m^2}/_{s^2} = m \cdot 4{,}5\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

Por último, despejamos la masa dividiendo los dos miembros entre 4,5:

$$m = \frac{90\ J}{4{,}5\ {}^{m^2}/_{s^2}} = 20\ kg$$

Solución: La masa del coche es de 20 *kg*

11. Sustituimos en la fórmula los valores de las variables conocidas, la energía cinética y la masa, puesto que ya están en las unidades del S.I.:

$$1200\ J = \frac{1}{2} \cdot 6\ kg \cdot v^2$$

Hacemos las cuentas que podamos. En este caso tan solo dividir el 6 entre 2:

$$1200\ J = 3\ kg \cdot v^2$$

Despejamos la "v^2", para lo cual dividimos ambos miembros entre el 3:

$$v^2 = \frac{1200\ J}{3\ kg} = 400\ {}^{m^2}/_{s^2}$$

Por último, para obtener el valor de la velocidad habrá que calcular la raíz cuadrada:

$$v = \sqrt{400\ {}^{m^2}/_{s^2}} = 20\ {}^{m}/_{s}$$

Solución: La piedra va a una velocidad de 20 *m/s*

12. La respuesta correcta es la **a**. Se debe pasar el 4·h dividiendo al primer miembro y luego hacer la raíz cuadrada.

13. Realizando operaciones similares a las que hemos hecho en los problemas 9, 10 y 11, las soluciones son:

Masa	Velocidad	E_C (J)
4,5 kg	10 m/s	**225**
10 kg	**4 m/s**	80
5 g	50 km/h	**0,48**

Masa	Velocidad	E_C (J)
0,025 kg	100 m/s	125
1/2 kg	**50 m/s**	625
5 kg	200 km/h	7716.06