

Unitat 1: **Conceptes previs** (solucionari)

1. Calcula el valor de:

$$\left(11 - 22 \frac{\left(3 - \frac{1}{2} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{5} \right) - \left(2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right)}{5 + \frac{5}{1 + \frac{1}{5}}} \right)^{2013}$$

Solució:

$$\begin{aligned} & \left(11 - 22 \frac{\left(3 - \frac{1}{2} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{5} \right) - \left(2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right)}{5 + \frac{5}{1 + \frac{1}{5}}} \right)^{2013} = \left(11 - 22 \frac{\left(\frac{5}{2} \right)^2 \left(\frac{4}{5} \right) - \left(\frac{5}{6} \right)}{5 + \frac{5}{\frac{6}{5}}} \right)^{2013} = \\ & = \left(11 - 22 \frac{5 - \frac{5}{6}}{5 + \frac{5}{6}} \right)^{2013} = \left(11 - 22 \frac{25}{55} \right)^{2013} = \left(11 - 22 \frac{25}{55} \right)^{2013} = \left(1 - 10 \right)^{2013} = 1 \end{aligned}$$

2. Expressa en forma d'arrel única (Penseu que podeu treballar els radicals en forma de potència) :

$$\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} : \sqrt[4]{a^3}}{\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[8]{a^7}}} =$$

Solució:

$$\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} : \sqrt[4]{a^3}}{\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[8]{a^7}}} = \frac{a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{3}{4}}}{\frac{a^{\frac{5}{6}} \cdot a^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{7}{8}}}} = \frac{a^{\frac{-1}{4}} : a^{\frac{3}{4}}}{\frac{a^{\frac{13}{6}} : a^{\frac{7}{8}}}{a^{\frac{31}{24}}}} = \frac{a^{\frac{-11}{12}}}{a^{\frac{31}{24}}} = a^{\frac{-53}{24}} = \sqrt[24]{a^{-53}}$$

3. a) Racionalitza l'expressió: $\frac{2}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$
- b) Racionalitza l'expressió: $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}}$
- c) Calcula el valor de n perquè l'expressió $\left(\frac{2}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}} - 1\right)^n$ sigui un nombre natural.

Solució:

$$\text{a) } \frac{2}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} \cdot \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{18-12} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{2}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}} - 1\right)^n = \left(\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3} + \frac{3-2\sqrt{3}}{3} - 1\right)^n = \sqrt{2}^n. \text{ Per tant,}$$

per tal que aquest resultat sigui un nombre natural el valor de n ha de ser 0 o qualsevol nombre parell.

4. Resol l'equació $\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2} = 1$

Solució:

$$\sqrt{4x+1} - \sqrt{3x-2} = 1$$

$$\sqrt{4x+1} = 1 + \sqrt{3x-2}$$

$$\sqrt{4x+1}^2 = 1 + \sqrt{3x-2}^2$$

$$4x+1 = 1 + 2\sqrt{3x-2} + 3x-2$$

$$x+2 = 2\sqrt{3x-2}$$

$$x+2^2 = 2\sqrt{3x-2}^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 12x - 8$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

5. Troba l'interval solució d'inequació $\begin{cases} x-1^2 - x+3^2 \leq 0 \\ x-3 \ x-1 \geq 3 \end{cases}$

Solució:

$$x-1^2 - x+3^2 \leq 0$$

$$x-3 \ x-1 \geq 3$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 6x - 9 \leq 0$$

$$x-3x+3 \geq 3$$

$$-8x \leq 8$$

$$-2x \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$x \leq 0$$

Així l'interval solució és $[-1, 0]$

6. Simplifica (no cal que racionalitzis): $\left(\frac{\frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} \sqrt{x}-2\sqrt{y}}{1+2\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)^{2013}$

Solució:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} \sqrt{x}-2\sqrt{y}}{1+2\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)^{2013} = \left(\frac{\frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\frac{x-4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}} - \sqrt{x} \right)^{2013} = \\ & = \left(\frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \frac{x-4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}} - \sqrt{x} \right)^{2013} = \left(\frac{x-4y}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)^{2013} = \sqrt{x} - \sqrt{x}^{2013} = 0 \end{aligned}$$