

Unitats 1 i 2: Mecànica. (p)

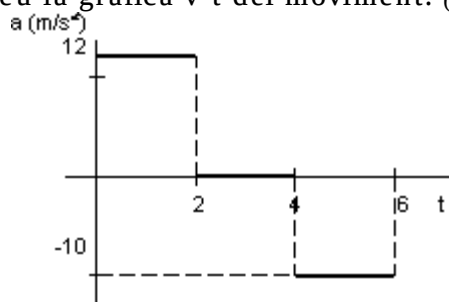
QÜESTIONS

(Cada resposta encertada val +0,5 punts, cada una d'errada descompta -0,25)

1. Un home que s'està pesant dalt d'un ascensor observa que el pes que marca la bàscula és major que el seu pes real.
 - a) L'ascensor es mou cap amunt amb velocitat decreixent.
 - b) L'ascensor es mou cap avall amb velocitat decreixent.
 - c) L'ascensor es mou cap amunt amb velocitat creixent.
 - d) L'ascensor es mou cap avall amb velocitat constant.
2. Una partícula es mou descrivint una trajectòria circular horitzontal. Passa per un punt P amb celeritat v que està disminuint. En el punt P l'acceleració:
 - a) Té la direcció i sentit de la velocitat.
 - b) Té la direcció de la velocitat i sentit contrari.
 - c) Està dirigida cap al centre de la trajectòria.
 - d) Està dirigida cap a una altra direcció.

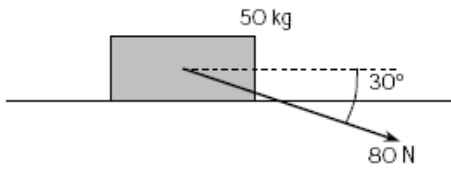
PROBLEMES

1. Una partícula surt del repòs i es mou sobre una recta. A la gràfica adjunta es representa l'acceleració de la partícula durant els 6 primers segons. Representeu la gràfica v - t del moviment. (1 punt)



2. Les rodes d'un cotxe giren a 300 rpm. En un cert instant, el conductor decideix aturar-se amb una acceleració de frenat de 2 rad/s^2 .
 - a) Quant temps tardarà en aturar-se? (0,5 punt)
 - b) Quantes voltes hauran donat les rodes? (0,5 punt)
3. Una atleta llença un pes de 7 kg a 20 m de distància. Sabent que la trajectòria del llançament s'inicia a una alçada de 2 m i 45° respecte l'horitzontal, calculeu:
 - a) La velocitat inicial del pes. (1 punt)
 - b) El temps que triga en arribar a terra. (1 punt)

4. A un cos de 50 kg se li aplica una força constant de 80 N que fa un angle de 30 graus amb l'horitzontal (tal com està representat en el dibuix). Suposa que no hi ha fricció amb el terra. (1,5 punts)



- a) Calcula l'acceleració que tindrà.
- b) Quina força farà el terra sobre ell?
- c) Calcula la velocitat de l'objecte després d'haver recorregut una distància de 6 m partint del repòs

5. L'equació del moviment d'un cos és $\vec{r}(t) = (t+2)\vec{i} + (t^3-1)\vec{j}$ en unitats de l'SI. Calcula:

- a) El vector desplaçament entre $t=0$ s i $t=2$ s. (0,5 punts)
- b) El vector velocitat per $t=1$ s. (0,5 punts)
- c) El vector acceleració per $t=1$ s. (0,5 punts)
- d) Els components intrínsecs de l'acceleració per $t=1$ s. (1 punt)
- e) L'equació de la trajectòria. (0,5 punts)
- f) Decideix si es tracta d'un M.U., M.U.A. o M. A. (0,5 punts)

Solucionari:

Qüestió 1:

Un home que s'està pesant dalt d'un ascensor observa que el pes que marca la bàscula és major que el seu pes real.

- a) L'ascensor es mou cap amunt amb velocitat decreixent.
- b) L'ascensor es mou cap avall amb velocitat decreixent.
- c) L'ascensor es mou cap amunt amb velocitat creixent.
- d) L'ascensor es mou cap avall amb velocitat constant.

Solució:

Descartem l'opció *d*) perquè si l'ascensor va amb velocitat constant, aleshores $N = P$. Les situacions possible són: $N - P = ma$ en cas que l'ascensor pugi o bé $P - N = ma$ quan baixi.

Si la normal ha de ser major que el pes, tal com diu l'enunciat de la qüestió, les situacions que hem de tenir són:

- $N = P + ma$, és a dir quan l'ascensor puja amb velocitat creixent i per tant la resposta c) seria correcta.
- $N = P - ma$ amb $a < 0$, és a dir quan l'ascensor baixa frenant (amb velocitat decreixent) i per tant la resposta b) també seria correcta.

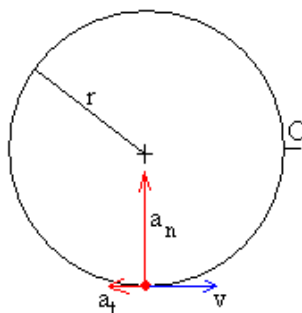
Qüestió 2:

Una partícula es mou descrivint una trajectòria circular horitzontal. Passa per un punt P amb celeritat v que està disminuint. En el punt P l'acceleració:

- a) Té la direcció i sentit de la velocitat.
- b) Té la direcció de la velocitat i sentit contrari.
- c) Està dirigida cap al centre de la trajectòria.
- d) Està dirigida cap a una altra direcció.

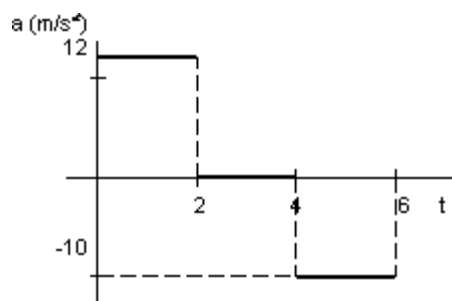
Solució:

Es tracta d'un M.C.U.A. amb acceleració tangencial en sentit contrari a la velocitat. Com és circular també té acceleració normal dirigida cap al centre. Per tant l'acceleració total no coincideix ni amb a) ni amb b) ni amb c). La resposta correcta és la d).



Problema 1:

Una partícula surt del repòs i es mou sobre una recta. A la gràfica adjunta es representa l'acceleració de la partícula durant els 6 primers segons. Representeu la gràfica v-t del moviment. (1 punt)



Solució:

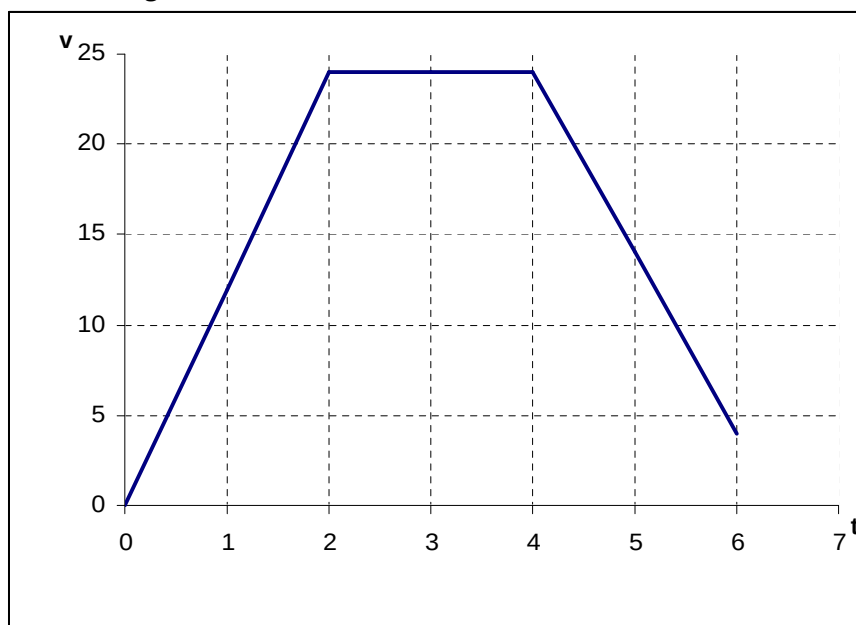
El primer tram és un MUA amb $a=12 \text{ m/s}^2$.

Si calculem l'àrea podem calcular la variació de la velocitat sabent que inicialment estava en repòs: $\Delta v = 2 \cdot 12 = 24 \text{ m/s}$ i per tant durant els 2s primers el mòbil agafa una velocitat de 24 m/s .

Els següents 2 s va amb velocitat constant ($a=0$) de $v=24 \text{ m/s}$.

En l'últim tram frena durant 2 s amb una $a=-10 \text{ m/s}^2$. Si calculem l'àrea podem calcular la variació de la velocitat $\Delta v = 2 \cdot (-10) = -20 \text{ m/s}$. Això vol dir que si en començar el 3r tram de moviment anava a 24 m/s i varia la seva velocitat en -20 m/s , el moviment acaba amb una velocitat de $24-20=4 \text{ m/s}$.

Si ho representem gràficament:



Problema 2:

Les rodes d'un cotxe giren a 300 rpm. En un cert instant, el conductor decideix aturar-se amb una acceleració de frenat de 2 rad/s^2 .

- Quant temps tardarà en aturar-se? (0,5 punt)
- Quantes voltes hauran donat les rodes? (0,5 punt)

Solució:

a) Primer de tot passem les 300 rpm a SI:

$$300 \frac{\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Apliquem l'equació de la velocitat angular del MCUA:

$$\omega = \omega_0 + at \Rightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{a} = \frac{0 - 10\pi}{-2} = \boxed{5\pi \text{ s}}$$

b) Apliquem l'equació del moviment per trobar l'angle girat en aquest temps:

$$j = j_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow j = 10\pi \cdot 5\pi - \frac{1}{2} 2(5\pi)^2 = 25\pi^2 \text{ rad}$$

I ara ho passem a voltes:

$$25\pi^2 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2\pi \text{ rad}} = \boxed{12,5\pi \text{ voltes}}$$

Problema 3:

Una atleta llença un pes de 7 kg a 20 m de distància. Sabent que la trajectòria del llançament s'inicia a una alçada de 2 m i 45° respecte l'horitzontal, calculeu:

- La velocitat inicial del pes. (1 punt)
- El temps que triga en arribar a terra. (1 punt)

Solució:

L'abast màxim és de 20 m, per tant les equacions del moviment les podem plantejar de la següent forma:

$$\begin{cases} 20 = v_0 \cos 45t \\ 0 = 2 + v_0 \sin 45t - 4,9t^2 \end{cases}$$

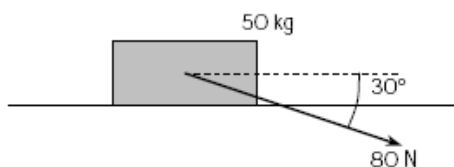
De tal manera que ens queda un sistema d'equacions que només ens cal resoldre.

$$\begin{cases} 20 = v_0 \cos 45t \Rightarrow v_0 = \frac{20}{\cos 45t} \\ 0 = 2 + v_0 \sin 45t - 4,9t^2 \Rightarrow 0 = 2 + \frac{20}{\cancel{\cos 45t}} \cancel{\sin 45t} - 4,9t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{22}{4,9}} = \boxed{2,12 \text{ s}} \end{cases}$$

$$v_0 = \frac{20}{\cos 45t} = \frac{20}{2,12 \cdot \cos 45} = \boxed{13,3 \text{ m/s}}$$

Problema 4:

A un cos de 50 kg se li aplica una força constant de 80 N que fa un angle de 30 graus amb l'horitzontal (tal com està representat en el dibuix). Suposa que no hi ha fricció amb el terra. (1,5 punts)



- Calcula l'acceleració que tindrà.
- Quina força farà el terra sobre ell?
- Calcula la velocitat de l'objecte després d'haver recorregut una distància de 6 m partint del repòs

Solució:

Si apliquem les lleis de Newton tenim que:

$$\begin{cases} N - P - F \sin 30 = 0 \\ F \cos 30 = ma \end{cases}$$

a) Per tant, $a = \frac{F \cos 30}{m} = \frac{80 \cdot \cos 30}{50} = \boxed{1,39 \text{ m/s}^2}$

b) $N = P + F \sin 30 = 50 \cdot 9,8 + 80 \cdot \sin 30 = \boxed{530 \text{ N}}$

c) Ho farem per cinemàtica

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta x} = \boxed{4,08 \text{ m/s}}$$

Problema 5:

L'equació del moviment d'un cos és $\vec{r}(t) = (t+2)\vec{i} + (t^3-1)\vec{j}$ en unitats de l'SI.

Calcula:

- El vector desplaçament entre $t=0$ s i $t=2$ s. (0,5 punts)
- El vector velocitat per $t=1$ s. (0,5 punts)
- El vector acceleració per $t=1$ s. (0,5 punts)
- Els components intrínsecs de l'acceleració per $t=1$ s. (1 punt)
- L'equació de la trajectòria. (0,5 punts)
- Decideix si es tracta d'un M.U., M.U.A. o M. A. (0,5 punts)

Solució:

a) $\vec{r}(0) = (2, -1) \text{ m}$ $\vec{r}(2) = (4, 7) \text{ m}$ $\Delta \vec{r} = (4, 7) - (2, -1) = \boxed{(2, 8) \text{ m}}$	b) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = (1, 3t^2) \Rightarrow \vec{v}(1) = \boxed{(1, 3) \text{ m/s}}$ c) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = (0, 6t) \Rightarrow \vec{a}(1) = \boxed{(0, 6) \text{ m/s}^2}$
d) $n = \sqrt{1^2 + (3t^2)^2} = \sqrt{1 + 9t^4}$ $a_t = \frac{dn}{dt} = \frac{36t^3}{2\sqrt{1+9t^4}} \Rightarrow a_t(1) = \boxed{5,69 \text{ m/s}^2}$ $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{6^2 - 5,69^2} = \boxed{1,90 \text{ m/s}^2}$	e) $\begin{cases} x = t + 2 \Rightarrow t = x - 2 \\ y = t^3 - 1 \Rightarrow y = (x - 2)^3 - 1 \Rightarrow \boxed{y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9} \end{cases}$ f) Com l'acceleració depèn del temps (no és constant) és un moviment accelerat.