

Unitats 1 i 2: **Mecànica. (II)**

QÜESTIONS

(Cada resposta encertada val +0,5 punts, cada una d'errada descompta -0,25)

1. És cert que:
- a) L'acceleració tangencial és perpendicular a la trajectòria.
 - b) L'acceleració normal és la responsable del canvi de direcció de la velocitat.
 - c) El radi de curvatura en una trajectòria és constant.
 - d) Un moviment circular no té acceleració normal.

Solució: per la definició d'acceleració normal, la resposta correcta és la **b**).

2. Digues quina de les següents igualtats vectorials és falsa:

- a) $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$.
- b) $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$.
- c) $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.
- d) $\vec{F}_{fr} = \mu \cdot \vec{N}$.

Solució: la igualtat que no és certa vectorialment és la **d**).

PROBLEMES

3. Un cos de 5 kg es mou sotmès a una força $F = 2t + 3$, (en unitats del SI). Si el mòbil es mou a una velocitat inicial de 3 m/s, calculeu:
- a) L'impuls subministrat al cos durant els primers 5 s. (1 punt)
 - b) La velocitat després d'aquests 5 s. (0,5 punts)

Solució:

a) $I = \int_{t_0}^5 F \, dt = \int_0^5 (2t + 3) \, dt = \left[t^2 + 3t \right]_0^5 = 40 \, \text{N} \cdot \text{s}$

b) $I = \Delta p = mv - mv_0 \Rightarrow v = \frac{I + mv_0}{m} = \frac{40 + 5 \cdot 3}{5} = 11 \, \text{m/s}$

4. El vector de posició d'una partícula en moviment és:

$$\vec{r}(t) = (2t + 2)\vec{i} + (4t + 9t^2)\vec{j}$$

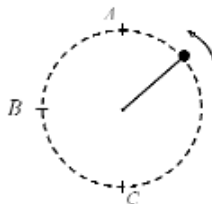
Calcula:

- El vector desplaçament entre $t=1$ s i $t=2$ s. (0,5 punts)
- El vector velocitat per $t=1$ s. (0,5 punts)
- El vector acceleració per $t=1$ s. (0,5 punts)
- Els components intrínsecs de l'acceleració per $t=1$ s. (1 punt)
- L'equació de la trajectòria. (0,5 punts)

Solució:

a) $\vec{r}(1) = (4, 13) \text{ m}$ $\vec{r}(2) = (6, 44) \text{ m}$ $\Delta\vec{r} = (6, 44) - (4, 13) = \boxed{(2, 31) \text{ m}}$	b) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2, 4 + 18t) \Rightarrow \vec{v}(1) = \boxed{(2, 22) \text{ m/s}}$ c) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = (0, 18) \Rightarrow \vec{a}(2) = \boxed{(0, 18) \text{ m/s}^2}$
d) $v = \sqrt{2^2 + (4 + 18t)^2} = \sqrt{20 + 144t + 324t^2}$ $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{144 + 648t}{2\sqrt{20 + 144t + 324t^2}} \Rightarrow a_t(1) = \boxed{17,9 \text{ m/s}^2}$ $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{18^2 - 17,9^2} = \boxed{1,89 \text{ m/s}^2}$	e) $\left\{ \begin{array}{l} x = 2t + 2 \Rightarrow t = \frac{x-2}{2} \\ y = 4t + 9t^2 \Rightarrow y = 4\left(\frac{x-2}{2}\right) + 9\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 \Rightarrow \\ \boxed{y = \frac{9x^2 - 28x + 20}{4}} \end{array} \right.$

5. Una massa puntual d'1 kg està unida a l'extrem d'una corda de massa negligible i de 2 m de longitud. Fem girar la massa a velocitat angular constant en un pla vertical.:



- a) Determineu la velocitat angular mínima a què ha de girar la massa perquè quan sigui a la part més alta de la trajectòria (punt A), no caigui. (1 punt)

Si la velocitat angular és 10 rad/s:

- b) Calculeu la tensió de la corda a la part més baixa de la trajectòria (punt C). (1 punt)
- c) Determineu el mòdul de la força total que actua sobre la massa quan aquesta passa pel pla horitzontal que conté el centre de la circumferència (punt B). (1 punt)

Solució:

- a) Perquè passi això cal que:

$$P = ma_n$$

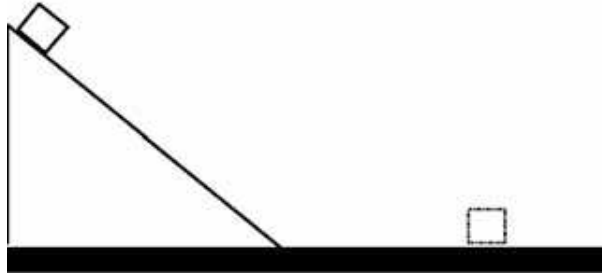
$$mg = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9,8}{2}} = 2,21 \text{ rad/s}$$

- b) En el punt més baix es compleix que:

$$T - P = m \cdot \omega^2 r \Rightarrow T = 209,8 \text{ N}$$

- c) En el punt B tenim una força vertical $P = m \cdot g = 9,8 \text{ N}$ i una força horitzontal $T = m \cdot \omega^2 r = 200 \text{ N}$. Com són perpendiculars la força total és, aplicant el teorema de Pitàgores, 200,2 N.

6. Tenim un cos dalt d'un pla inclinat d'alçària $h = 40$ cm, el fregament al llarg del pla és negligible i després del pla hi ha una zona plana on hi ha un fregament caracteritzat per un coeficient $\mu = 0,4$.
- a) Amb quina velocitat arribarà el cos a la base del pla inclinat? (0,5 punts)
 - b) Quina distància horitzontal recorrerà el cos abans d'aturar-se? (1 punt)



- a) Aplicant el principi de conservació de l'energia:
 $E_{\text{dalt}} = E_{\text{baix}} \Rightarrow v = 2,8 \text{ m/s}$
- b) Com hi ha fregament en el pla horitzontal tenim que:
 $W = \Delta E$
 $-\mu mgx = 0 - E_c$
 $X = 2 \text{ m}$