



Unitat 2: Polinomis i fraccions algebraiques

• **Operacions amb polinomis (recordatori)**

- 1) $(x^2 + 5x + 6) + (-2x^2 + 3x - 1) =$
- 2) $(-y^2 + 5y + 3) - (-2y^2 - 2y + 3) =$
- 3) $\left(\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{3x^2}{2} - x + \frac{3}{4}\right) =$
- 4) $(0,3x^3 + 2x - 0,4) - (-0,7x^3 + 2x + 1,6) =$
- 5) $\left(\frac{a}{3} + \frac{3b}{4} + 1\right) + \left(\frac{-4a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{1}{2}\right) =$
- 6) $\left(2a^2 - ab + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{a^2}{3} + ab - \frac{1}{2}\right) =$
- 7) $(-3m^2 + 2m + 1) - (m^2 - 5m + 6) - (-4m^2 + 7m - 2) =$
- 8) $\left(x^2 - \frac{x}{2} + 3\right) + \left(\frac{-x^2}{2} + x - \frac{1}{3}\right) + \left(x^2 - \frac{x}{2} - \frac{5}{3}\right) =$
- 9) $\left(\frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{-5x}{6} - \frac{7y}{6} - \frac{8}{15}\right) =$
- 10) $\left(\frac{5}{8}a^2 - \frac{2}{3}ab + \frac{2}{5}b^2\right) - \left(\frac{3a^2}{4} - \frac{1}{6}ab - \frac{8}{5}b^2\right) - \left(\frac{-a^2}{4} - \frac{1}{2}ab - \frac{3}{4}b^2\right) =$
- 11) $(-x^2 - 2xy + y^2) - \left(\frac{-x^2}{3} + xy - y^2\right) - \left(-\frac{2}{3}x^2 - 3xy + 2y^2\right) =$
- 12) $(2ab - b^2)(3a^2 + ab) =$
- 13) $\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{5}y\right) =$
- 14) $-3x(x + 7) + (2x - 1)(-3x + 2) =$
- 15) $(y - 1)(2y + 3) - 4(y^2 - 2y - 1) - (y + 1)(3 - 2y) =$
- 16) $\frac{1}{2}x(2x + 4y) - \frac{1}{3}y(3x - 6y) - x(x + y) =$
- 17) $a(a - b)(a + 3b) - b(a + b)(3a - b) =$
- 18) $(4x - 7y)(4x + 7y) =$
- 19) $(x^2 - 7xy)(x^2 + 7xy) =$
- 20) $(x^2 - 2xy)(x^2 + 2xy) =$
- 21) $(-8x + 6y)(-8x - 6y) =$
- 22) $(2x + 5y)(2x - 5y) =$
- 23) $(4x^2 - 7xy)^2 =$
- 24) $(3x^2 + 2y^3)^2 =$
- 25) $(2x - y)^2 + (2x + y)^2 - 2(2x + y)(2x - y) =$



• **Divisió de polinomis.**

Efectua les següents divisions:

- 1) $(12x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x) : (4x) =$
- 2) $(-3x^2 + 5x^5 + 4x - 3x^6 + 2x^4) : (x^2) =$
- 3) $(20x^5 - 5x^4 + 15x^3 - 8x^2 + x) : (5x^3) =$
- 4) $(3x^3 - 2x^2 + 4x - 5) : (-x) =$
- 5) $(2x^4 - 3x^2 + 5x^3 - 3x) : (2x) =$
- 6) $(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) : (x^2 - 3) =$
- 7) $(x - 3x^2 + x^3 - 1) : (x^2 - x + 1) =$
- 8) $(4x^3 - 2x^2 + 3) : (2x^2 - 3) =$
- 9) $(2x^5 - 3) : (2x^2 - 4) =$
- 10) $(x^6 - 3x + x^3 - 3) : (x^2 - 3x) =$
- 11) $(x^5 + 3x^3 - x^2 + 1) : (x^2 - 2x + 1) =$
- 12) $\left(x^4 - \frac{2}{3}x^2 + 3x^3\right) : \left(\frac{2}{3}x^2\right) =$
- 13) $\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1\right) : \left(\frac{3}{2}x - 1\right) =$
- 14) $\left(\frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{5}x^3\right) : \left(\frac{9}{4}x^4 + \frac{3}{5}x - 1\right) =$
- 15) $\left(\frac{3}{2}x^4 + \frac{19}{8}x^3 - \frac{11}{12}x^2 + \frac{2}{3}x - 3\right) : \left(\frac{1}{2}x^2 + 3\right) =$
- 16) $(-2x^5 + 3x^4 - 7x^3 + 11x^2 - 9x + 6) : (x^2 + 4) =$
- 17) $(x^6 + 7x^2 + 10 - 2x^5 + 4x^3) : (x^3 + 1) =$
- 18) $(x^6 + 2x) : (x^4 + 1) =$



• **Divisió de polinomis mitjançant el mètode de Ruffini.**

Exemple: $4x^3 - 5x + 3 \div x + 2$

	4	0	-5	3
		-8	16	-22
-2	4	-8	11	-19

L'última suma obtinguda (-19) és el residu de la divisió. La resta de nombres (4, -8 i 11) són els coeficients del polinomi quocient:

$$C(x) = 4x^2 - 8x + 11, R(x) = -19$$

- Efectua les següents divisions mitjançant la regla de Ruffini:
 - $(x^3 - 4x^2 + 3x + 5) : (x - 2)$
 - $(2x^3 + 9x^2 + 11x + 7) : (x + 3)$
 - $(x^6 + 2x^5 - 8x^4 + 7x^3 + 29x^2 + x - 5) : (x + 4)$
 - $(4x^6 - 4x^5 - 3x^4 + 4x^3 - x^2 + x + 6) : (x - 1)$
- Fes servir la regla de Ruffini per a trobar el quocient i el residu de les següents divisions:
 - $(x^3 - 6x^2 + 11x - 5) : (x - 3)$
 - $(x^4 + 7x^3 + 13x^2 - x - 17) : (x + 4)$
 - $(x^7 - 9x^6 + 19x^5 + 12x^4 - 3x^3 + 19x^2 - 37x - 37) : (x - 5)$
- Determina el residu de les divisions següents, utilitzant la regla de Ruffini:
 - $2x^3 - 5x^2 + 3$ dividit per $x - 2$
 - $x^4 - 3x^3 + 1$ dividit per $x + 2$
 - $x^4 + 1$ dividit per $x + 1$
 - $x^3 - x + 1$ dividit per $x + 1$
 - $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ dividit per $x - 1$
 - $-6 + 17x - 5x^2 - 3x^3 + x^4$ dividit per $x - 3$
 - $x^4 - 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{17}{3}x - \frac{4}{3}$ dividit per $x - 2$

Solucions:

- a) Residu: 3 b) Residu: 1 c) Residu: 7 d) Residu: 7
- a) $Q(x) = x^2 - 3x + 2, R(x) = 1$ b) $Q(x) = x^3 + 3x^2 + x - 5, R(x) = 3$
- c) $Q(x) = x^6 - 4x^5 - x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 9x + 8, R(x) = 3$
- a) 15 b) 41 c) 2 d) 1 e) 5 f) 0 g) 0



4. Donat $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$, sabem que $p(2) = 10$. Calcula el valor de m .
(Sol: $m = 21/2$)
5. Dividint el polinomi $x^2 + bx + c$ per $x - 3$ obtenim 2 de residu. Quant valen b i c si aquest polinomi és divisible per $x - 2$?
(Sol: $b = -3$, $c = 2$)
6. Quin valor cal donar a k perquè el residu de la divisió de $4x^3 + x^2 + kx + 3$ entre $x - \frac{1}{2}$ sigui 3?
(Sol: $k = -3/2$)
7. Calcula a i b de manera que el residu de la divisió $3x^3 + 2x^2 + ax + b$ per $x^2 - x + 1$ sigui 0.
(Sol: $a = -2$, $b = 5$)
8. Calcula el valor de k perquè el residu de la divisió de $x^2 - 6x + k$ per $x - 2$ sigui 2.
(Sol: $k = 10$)
9. El polinomi $p(x) = x^2 + bx + c$ és divisible per $x + 1$. Sabem també que, dividint-lo per $x - 1$ i per $x - 3$, dóna el mateix residu. Troba c i b .
(Sol: $b = -4$, $c = -5$)
10. Calcula el valor de k perquè el residu de la divisió de $x^2 - \frac{4}{3}x + k$ per $x - \frac{1}{3}$ sigui $\frac{6}{9}$.
(Sol: $k = 1$)
11. Calcula el valor de c perquè el polinomi $5x^2 - 7x + c$ sigui divisible per $x + 2$.
(Sol: $c = -34$)
12. Calcula el valor de n perquè el polinomi $3x^3 + nx^2 - 7$ sigui divisible per $x + 1$.
(Sol: $n = 10$)
13. Considerem el polinomi $p(x) = x^2 - 6x + m$
 - a) Per a quin valor de m és $p(x)$ divisible per $x - 2$?
 - b) Per a quin valor de m s'obté 3 de residu, en dividir-lo per $x - 1$?
 - c) Per a quins valors de m l'equació $x^2 - 6x + m = 0$ no té arrels reals?(Sol: a) $m = 8$; b) $m = 8$; c) $m > 9$)
14. El residu de dividir el polinomi $x^2 + bx + c$ per $x - 3$ és 2. Quant valen b i c , si aquest polinomi és divisible per $x - 2$?
(Sol: $b = -3$, $c = 2$)



• **Factorització de polinomis.**

Exemples (polinomis de grau 2 mònic):

a) $x^2 - 27x - 28 = (x - 28)(x + 1)$

b) $x^2 - 20x + 36 = (x - 18)(x - 2)$

c) $x^2 + 13x + 36 = (x + 9)(x + 4)$

d) $x^2 - 2x - 120 = (x - 12)(x + 10)$

Factoritza:

1) $x^2 + 5x + 6 =$	15) $x^2 + 4x - 21 =$	29) $x^2 - 2x - 24 =$
2) $x^2 + 7x + 10 =$	16) $x^2 + 6x - 7 =$	30) $x^2 - x - 20 =$
3) $x^2 + 8x + 15 =$	17) $x^2 - x - 6 =$	31) $x^2 - 3x - 40 =$
4) $x^2 + 3x + 2 =$	18) $x^2 - 2x - 8 =$	32) $x^2 - 11x + 24 =$
5) $x^2 + 5x + 4 =$	19) $x^2 - 3x - 10 =$	33) $x^2 - 10x + 24 =$
6) $x^2 - 5x + 6 =$	20) $x^2 - 2x - 8 =$	34) $x^2 - x - 30 =$
7) $x^2 - 6x + 8 =$	21) $x^2 - 7x - 8 =$	35) $x^2 - 13x + 12 =$
8) $x^2 - 7x + 10 =$	22) $x^2 - 4x - 5 =$	36) $x^2 + x - 2 =$
9) $x^2 - 8x + 15 =$	23) $x^2 + 8x + 15 =$	37) $x^2 + 9x + 18 =$
10) $x^2 - 7x + 10 =$	24) $x^2 - 7x + 10 =$	38) $x^2 - 3x - 54 =$
11) $x^2 + x - 6 =$	25) $x^2 + 3x - 10 =$	39) $x^2 + 3x - 54 =$
12) $x^2 + 2x - 8 =$	26) $x^2 - 5x - 14 =$	40) $x^2 + 18x + 45 =$
13) $x^2 + 3x - 10 =$	27) $x^2 + x - 56 =$	41) $x^2 - 12x - 85 =$
14) $x^2 + 2x - 15 =$	28) $x^2 - 8x + 12 =$	42) $x^2 + 11x + 28 =$

Exemples (polinomis de grau 2 no mònic):

a) $2x^2 - 28x + 80 = 2(x^2 - 14x + 40) = 2(x - 4)(x - 10)$

b) $3x^2 - 60x + 108 = 3(x^2 - 20x + 36) = (x - 18)(x - 2)$

c) $-x^2 - 13x - 36 = -(x^2 + 13x + 36) = -(x + 9)(x + 4)$

d) $-2x^2 + 4x + 240 = -2(x^2 - 2x - 120) = -2(x - 12)(x + 10)$

e) $5x^2 + 4x - 1 = 5\left(x - \frac{1}{5}\right)(x + 1)$

f) $6x^2 + 5x + 1 = 6\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

g) $28x^2 - 3x - 1 = 28\left(x - \frac{1}{7}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right)$

Nota històrica: Les fórmules per resoldre equacions de grau 3 que a desenvolupar Cardano ens ocuparien tota una pàgina i dubto que cap matemàtic del món sigui capaç d'aprendre-les. L'italià Paolo Ruffini (1765-1822) va desenvolupar un mètode per trobar solucions enteres d'equacions de grau més gran que 2.



Factoritza:

1) $3x^2 + 15x + 12 =$	11) $-3x^2 - 12x + 36 =$	21) $2x^2 + 3x + 1 =$
2) $2x^2 + 6x - 20 =$	12) $-x^2 + 8x - 16 =$	22) $3x^2 + 4x + 1 =$
3) $2x^2 + 2x - 4 =$	13) $x^2 - 7x + 10 =$	23) $4x^2 + 5x + 1 =$
4) $2x^2 - 26x + 44 =$	14) $x^2 - 27x - 28 =$	24) $5x^2 - 6x + 1 =$
5) $ax^2 + 4ax - 12a =$	15) $x^2 + 15x + 36 =$	25) $4x^2 - 3x - 1 =$
6) $3ax^2 - 9ax - 12a =$	16) $2x^2 - 28x + 80 =$	26) $3x^2 - 4x + 1 =$
7) $2x^2 - 8x - 24 =$	17) $-x^2 - 3x + 28 =$	27) $12x^2 - 7x + 1 =$
8) $2x^2 - 6x - 80 =$	18) $-2x^2 + 26x - 24 =$	28) $12x^2 - 13x + 1 =$
9) $3x^2 - 33x + 72 =$	19) $-3ax^2 - 9ax + 30a =$	29) $12x^2 + 4x - 1 =$
10) $-2x^2 + 2x + 60 =$	20) $2x^3 + 2x^2 - 4x =$	30) $28x^2 + 11x + 1 =$

• **Regla de Ruffini**

Exemple 1:

Calcula les arrels i factoritza el polinomi $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$.

Si $P(x)$ té arrels enteres, han de ser alguns dels divisors de 4, en aquest cas $\pm 1, \pm 2, \pm 4$.

Provem d'aplicar la regla de Ruffini quan $x=1$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -5 & 0 & 4 \\ 1 & & 1 & 1 & -4 & -4 \\ \hline & 1 & 1 & -4 & -4 & 0 \end{array}$$

Com que l'últim número és zero, vol dir que $x=1$ és una solució del polinomi. Ara tornem a aplicar Ruffini amb els coeficients que ens han resultat. Provem $x=-1$:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -4 & -4 \\ -1 & & -1 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

Com l'últim número dóna zero, això vol dir que $x=-1$ també és solució de l'equació.

Ara amb els coeficients resultants podem resoldre una equació de 2n grau:

$$x^2 - 4 = 0$$

Les solucions d'aquesta equació són $x=2$ i $x=-2$.

Ara ja tenim totes les solucions de l'equació de 4rt grau: $x=1$, $x=-1$, $x=2$, $x=-2$.

I factoritzant: $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4 = (x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$



Exemple 2:

Factoritzem ara $P(x) = 6x^3 - 20x^2 + 6x$. Aquí abans d'aplicar Ruffini observem que es pot treure factor comú i aleshores ja ens quedarà una equació de 2n grau.

$6x^3 - 20x^2 + 6x = x(6x^2 - 20x + 6)$ amb la qual cosa una solució serà $x=0$ i només ens cal resoldre $6x^2 - 20x + 6 = 0$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6}}{2 \cdot 6} = \frac{20 \pm 16}{12}, \text{ per tant, } x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 2.$$

La factorització serà: $P(x) = 6x^3 - 20x^2 + 6x = 6x(x-2)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

Factoritza els següents polinomis:

1) $x^3 - 5x^2 + 6x =$	8) $x^5 + x^4 - x - 1 =$	14) $2x^4 + 6x^3 - 8x =$
2) $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2 =$	9) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 =$	15) $3x^2 + 3x + \frac{3}{4} =$
3) $2x^3 + 2 =$	10) $9x^2 + 30x + 25 =$	16) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$
4) $x^3 + 7x^2 + 6x =$	11) $\frac{x^2}{9} - 9 =$	17) $-2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$
5) $x^3 + 2x^2 + x + 2 =$	12) $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6 =$	18) $x^6 - 81x^2$
6) $x^4 + x^2 - 2 =$	13) $x^3 + 3x^2 - 13x - 15 =$	19) $3x^3 - x^2 - 7x + 5$
7) $x^4 - 1 =$		20) $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$

• **Fraccions algebraiques.**

Redueix les següents fraccions:

1) $\frac{6ab^5}{9a^3b^2} =$	15) $\frac{4a^2 - 9c^2}{4a^2 + 6ac} =$	29) $\frac{x^2 - xy - cy + cx}{x^2 + bx - xy - by} =$
2) $\frac{28a^3x^4}{35a^3x^5} =$	16) $\frac{7x}{7x - x^2} =$	30) $\frac{(b-c)^2 - a^2}{(c+a)^2 - b^2} =$
3) $\frac{ax}{a^2x^3} =$	17) $\frac{b-a}{(a-b)(x-3)} =$	31) $\frac{x^3 - x - 3x^2 + 3}{x^2 - 1} =$
4) $\frac{18a^3}{24a^5} =$	18) $\frac{x^2 + 5x - 14}{4 - x^2} =$	32) $\frac{x^2 + 1 - 2x}{x^2 - 1} =$
5) $\frac{2x^2y}{-6yz^2} =$	19) $\frac{-x^2 + 5x - 6}{x^2 - 7x + 12} =$	33) $\frac{2x-3}{4x^2-9} =$
6) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x - 10} =$	20) $\frac{a^2b(x-a)}{ab^2(a-x)} =$	34) $\frac{2x-3}{8x-12} =$
7) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} =$	21) $\frac{(x-5)^2}{(5+x)(5-x)} =$	35) $\frac{4x^2 - x^4}{x^2 - 4x + 4} =$
8) $\frac{x^2 - x - 20}{2x^2 - 7x - 15} =$	22) $\frac{m - mx}{x^2 - 2x + 1} =$	36) $\frac{x^2 + x}{x} =$



9) $\frac{x+1}{x^2-x-2} =$	23) $\frac{x^2-1}{(1+x)^2} =$	37) $\frac{xy^3-x^4}{2ax+3bx} =$
10) $\frac{x+2}{x^2+x-2} =$	24) $\frac{72(a-b)^2(a+b)}{180(b-a)^3} =$	38) $\frac{2x5y}{3y^26x^3} =$
11) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-x-6} =$	25) $\frac{63m^5n^2r^7}{147m^{10}n^3r^4} =$	39) $\frac{5x+5}{x+x^2} =$
12) $\frac{3a^2+6a}{a^2+4a+4} =$	26) $\frac{x^3-x^2}{2x^2-x^4} =$	40) $\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2} =$
13) $\frac{12x^2+5x-2}{6x^2-11x-10} =$	27) $\frac{x+y-2}{(x+y)^2-4} =$	41) $\frac{x^2-4x+3}{x-1} =$
14) $\frac{a^2-a}{ax-x} =$	28) $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2} =$	42) $\frac{xy(x+1)}{y^2x^2} =$

• **Producte i quocient de fraccions algebraiques.**

1) $\frac{x^2-3x}{x^2-5x} : \frac{x^2-6x+9}{x^2-11x+30} =$	12) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-5x+4} : \frac{x^2-9x+20}{x^2-10x+21} : \frac{x^2-5x}{x^2-7x} =$
2) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x} : \frac{x^2+5x}{x+1} =$	13) $\frac{x^2-5x+6}{x^2+4x+3} : \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} : \frac{x^2-x-6}{x^2+3x+2} =$
3) $\frac{4x^2-9}{6x-9} \cdot \frac{3}{(2x+3)^2} =$	14) $\frac{6x^2-7x-20}{x^2-4} : \frac{6x-15}{x^2-x-2} : \frac{3x^2+7x+4}{x^2+2x} =$
4) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-16} \cdot \frac{x^2+5x+4}{x^2-4} : \frac{x-3}{x-4} =$	15) $\frac{x+1}{x^2+4x+4} \cdot \frac{x+2}{x^2+6x+9} : \frac{(x+1)^2}{x+3} =$
5) $\frac{3x}{2x-4} \cdot \frac{x-2}{2x} =$	16) $\frac{x+a}{(x-a)^2} \cdot \frac{x^2-a^2}{x^2+a^2} \cdot \frac{x^4-a^4}{(x+a)^3} =$
6) $\frac{4a+2}{3a} : \frac{2a+1}{5a} =$	17) $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{(x^2-y^2)^2}{x^4-y^4} : \frac{(x+y)^3}{x^2+y^2} =$
7) $\frac{20-5x^2}{3x^3} : \frac{15x^2-60}{7x} =$	18) $\frac{a^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-c^2} \cdot \frac{a^2-(b-c)^2}{(a-b)^2-c^2} =$
8) $\frac{2x}{2x+1} : \frac{2x}{x-2} =$	19) $\frac{x^2+2x+4}{x^2+3x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^3-8} =$
9) $\frac{x-y}{x^2+xy} : \frac{xy-y^2}{x+y} =$	20) $\frac{4a^2-1}{6a-8-a^2} : \frac{2a^2+5a+2}{a^2-8-2a} =$
10) $\frac{x^2-3x}{x^2-5x} : \frac{x^2-11x+30}{x^2-6x+9} =$	



$$11) \frac{12a^2 - 6a}{2a^2 - a - 1} \cdot \frac{4a^2 - 1}{12a^3 + 18a^2 - 12a} =$$

$$21) \frac{x^4 - 16}{x^4 + 8x^2 + 16} : \frac{x^2 + 4}{x^3 - 8} \cdot \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{1}{x + 2} =$$

$$22) \frac{a^3 - 2a^2 + 4a}{a^2 - 2a + 1} : \frac{2a^2 - 3a - 2}{a^2 - 3a + 2} \cdot \frac{a^2 - 4}{a^3 + 8} =$$

• **Operacions amb fraccions algebraiques.**

$$a) \frac{x}{x^2 + 5x + 6} - \frac{2}{x + 2} + \frac{3}{x + 3} =$$

$$b) \frac{x + 2}{x^2 - x - 6} - \frac{x + 3}{x^2 - 4x + 3} =$$

$$c) \frac{1}{(x + 5)^2} + \frac{1}{x^2 - 10x + 25} - \frac{1}{x^2 - 25} =$$

$$d) \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x} \cdot \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4x + 3} =$$

$$e) \frac{x^2 - 4}{x^3 - x^2 + 3x - 3} : \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + 3x} =$$

$$f) \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 5} : \frac{x - 2}{x^2 - 25} =$$

$$g) \frac{x - 1}{x^2 - 5x + 6} - \frac{x}{x^2 - 4} =$$

$$h) \frac{x^2 - 4}{x} : \frac{x + 2}{x^2} =$$

$$i) \frac{3x}{xy} + \frac{x}{x^2y} =$$

$$j) \frac{1}{4xy^2} - \frac{1}{2x^2y} + \frac{3}{8xy} =$$

$$k) \frac{5}{x^2y} - \frac{2x}{y} + \frac{7}{xy} =$$





Solucionari:

Exercicis de repàs de polinomis:

- | | | | |
|--|---------------------------------------|----------------------|-----------------------------|
| 1) $-x^2 + 8x + 5$ | 2) $y^2 + 7y$ | 3) $-x^2 + 2x - 1$ | 4) $x^3 - 2$ |
| 5) $-a + b + \frac{3}{2}$ | 6) $\frac{7a^2}{3} + \frac{1}{4}$ | 7) -3 | 8) $\frac{3x^2}{2} + 1$ |
| 9) 0 | 10) $\frac{a^2}{8} + \frac{11b^2}{4}$ | 11) 0 | 12) $6a^3b - a^2b^2 - ab^3$ |
| 13) $\frac{1}{2}x - \frac{4}{15}xy + \frac{2}{5}y^2$ | 14) $-9x^2 - 14x - 2$ | 15) $8y - 2$ | 16) $2y^2$ |
| 17) $a^3 - a^2b - 5ab^2 + b^3$ | 18) $16x^2 - 49y^2$ | 19) $x^4 - 49x^2y^2$ | |
| 20) $x^4 - 4x^2y^2$ | 21) $64x^2 - 36y^2$ | 22) $4x^2 - 25y^2$ | |
| 23) $16x^4 - 56x^3y + 49x^2y^2$ | 24) $9x^4 + 12x^2y^3 + 4y^6$ | 25) $4y^2$ | |

Divisió de polinomis:

- 1) $Q(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 4$
- 2) $Q(x) = -3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 3$; $R(x) = 4x$
- 3) $Q(x) = 4x^2 - x + 3$; $R(x) = -8x^2 + x$
- 4) $Q(x) = -3x^2 + 2x - 4$
- 5) $Q(x) = x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}x^2 - \frac{3}{2}$
- 6) $Q(x) = 4x - 3$; $R(x) = 14x - 10$
- 7) $Q(x) = x - 2$; $R(x) = -2x + 1$
- 8) $Q(x) = 2x - 1$; $R(x) = 6x$
- 9) $Q(x) = x^3 + 2x$; $R(x) = 8x - 3$
- 10) $Q(x) = x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 28x + 84$; $R(x) = 249x - 3$
- 11) $Q(x) = x^3 + 2x^2 + 6x + 9$; $R(x) = 12x - 8$
- 12) $Q(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 1$
- 13) $Q(x) = \frac{1}{3}x - \frac{10}{9}$; $R(x) = -\frac{1}{9}$
- 14) $Q(x) = \frac{2}{3}$; $R(x) = -\frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{5}x + \frac{2}{3}$
- 15) $Q(x) = 3x^2 + \frac{19}{4}x - \frac{119}{6}$; $R(x) = -\frac{163}{12}x + \frac{113}{2}$
- 16) $Q(x) = -2x^3 + 3x^2 + x - 1$; $R(x) = -13x + 10$
- 17) $Q(x) = x^3 - 2x^2 + 3$; $R(x) = 9x^2 + 7$
- 18) $Q(x) = x^2$; $R(x) = -x^2 + 2x$



Factorització de polinomis:

1) $(x+3)(x+2)$	15) $(x+7)(x-3)$	29) $(x-6)(x+4)$
2) $(x+5)(x+2)$	16) $(x+7)(x-1)$	30) $(x-5)(x+4)$
3) $(x+3)(x+5)$	17) $(x+3)(x-2)$	31) $(x-8)(x+5)$
4) $(x+2)(x+1)$	18) $(x-4)(x+2)$	32) $(x-8)(x-3)$
5) $(x+4)(x+1)$	19) $(x-5)(x+2)$	33) $(x-6)(x-4)$
6) $(x-3)(x-2)$	20) $(x-4)(x+2)$	34) $(x-6)(x+5)$
7) $(x-4)(x-2)$	21) $(x-8)(x+1)$	35) $(x-12)(x-1)$
8) $(x-5)(x-2)$	22) $(x-5)(x+1)$	36) $(x+2)(x-1)$
9) $(x-3)(x-5)$	23) $(x+5)(x+3)$	37) $(x+6)(x+3)$
10) $(x-5)(x-2)$	24) $(x-5)(x-2)$	38) $(x-9)(x+6)$
11) $(x+3)(x-2)$	25) $(x+5)(x-2)$	39) $(x+9)(x-6)$
12) $(x+4)(x-2)$	26) $(x-7)(x+2)$	40) $(x+15)(x+3)$
13) $(x+5)(x-2)$	27) $(x+8)(x-7)$	41) $(x-17)(x+5)$
14) $(x+5)(x-3)$	28) $(x-6)(x-2)$	42) $(x+4)(x+7)$

1) $3(x+4)(x+1)$	21) $2(x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right) = (x+1)(2x+1)$
2) $2(x-5)(x+2)$	22) $3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) = (x+1)(3x+1)$
3) $2(x+2)(x-1)$	23) $4(x+1)\left(x+\frac{1}{4}\right) = (x+1)(4x+1)$
4) $2(x-2)(x-11)$	24) $5(x-1)\left(x-\frac{1}{5}\right) = (x-1)(5x-1)$
5) $a(x-6)(x+2)$	25) $4(x-1)\left(x+\frac{1}{4}\right) = (x-1)(4x+1)$
6) $3a(x-1)(x+4)$	26) $3(x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right) = (x-1)(3x-1)$
7) $2(x+2)(x-6)$	27) $12\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = (4x-1)(3x-1)$
8) $2(x+5)(x-8)$	28) $12(x-1)\left(x-\frac{1}{12}\right) = (x-1)(12x-1)$
9) $3(x-3)(x-8)$	29) $12\left(x-\frac{1}{6}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) = (6x-1)(2x+1)$
10) $-2(x+5)(x-6)$	30) $28\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{7}\right) = (4x+1)(7x+1)$
11) $-3(x+6)(x-2)$	
12) $-(x-4)^2$	
13) $(x-5)(x-2)$	
14) $(x+1)(x-28)$	
15) $(x+12)(x+3)$	
16) $2(x-4)(x-10)$	
17) $-(x+7)(x-4)$	
18) $-2(x-1)(x-12)$	
19) $-3a(x+5)(x-2)$	
20) $2x(x+2)(x-1)$	



Regla de Ruffini:

1) $x(x-2)(x-3)$	11) $\left(\frac{x}{3}-3\right)\left(\frac{x}{3}+3\right)$
2) $6(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = (x+2)(2x-1)(3x-1)$	12) $(x+2)(x-1)^2(x-3)$
3) $2(x^2-x+1)(x+1)$	13) $(x+5)(x+1)(x-3)$
4) $x(x+6)(x+1)$	14) $2x(x+2)^2(x-1)$
5) $(x+2)(x^2+1)$	15) $3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$
6) $(x^2+2)(x-1)(x+1)$	16) $(x-4)(x+2)(x-1)$
7) $(x^2+1)(x-1)(x+1)$	17) $-2(x+3)^2(x+1)$
8) $(x+1)^2(x-1)(x^2+1)$	18) $x^2(x^2+9)(x+3)(x-3)$
9) $x^2(x+2)^2$	19) $(x-1)^2(3x+5)$
10) $(3x+5)^2$	20) $(x-2)(x+3)(x^2+1)$

Exercicis de fraccions algebraiques:

1) $\frac{2b^3}{3a^2}$	14) $\frac{a}{x}$	27) $\frac{1}{x+y+2} =$
2) $\frac{4}{5x} =$	15) $\frac{2a-3c}{2a}$	28) $\frac{x+y-z}{x+y+z}$
3) $\frac{1}{ax^2}$	16) $\frac{7}{7-x}$	29) $\frac{x+c}{x+b}$
4) $\frac{3}{4a^2}$	17) $\frac{-1}{(x-3)}$	30) $\frac{-a-b+c}{a+b+c}$
5) $\frac{x^2}{-3z^2}$	18) $\frac{-x-7}{x+2}$	31) $x-3$
6) $\frac{x+5}{x-2}$	19) $\frac{-x+3}{x-5}$	32) $\frac{x-1}{x+1}$
7) $\frac{x-2}{x-4}$	20) $\frac{-a}{b}$	33) $\frac{1}{2x+3}$
8) $\frac{x+4}{2x+3}$	21) $\frac{(x-5)}{(5+x)}$	34) $\frac{1}{4}$
9) $\frac{1}{x-2}$	22) $\frac{-m}{x+1}$	35) $\frac{-x^2(x+2)}{x-2}$
10) $\frac{1}{x-1}$	23) $\frac{x-1}{(1+x)}$	36) $x+1$
11) $\frac{x-3}{x+2}$	24) $\frac{-2(a+b)}{5(b-a)}$	37) $\frac{y^3-x^3}{2a+3b}$
12) $\frac{3a}{a+2}$	25) $\frac{3r^3}{7m^5n}$	38) $\frac{5}{9yx^2}$
13) $\frac{2\left(x-\frac{1}{4}\right)}{x-\frac{5}{2}}$	26) $\frac{x-1}{2-x^2}$	39) $\frac{5}{x}$
		40) 1
		41) $x-3$
		42) $\frac{(x+1)}{yx}$



Exercicis de productes i quocients de fraccions algebraiques:

1) $\frac{x-6}{x-3}$	11) $\frac{2a-1}{(a-1)(a+2)}$
2) $\frac{x-3}{x^2}$	12) 1
3) $\frac{1}{2x+3}$	13) 1
4) $\frac{x+1}{x+2}$	14) $\frac{3x(x-3)(x+2)}{(x-2)(x+1)}$
5) $\frac{3}{4}$	15) $\frac{1}{(x+2)(x+3)(x+1)}$
6) $\frac{10}{3}$	16) 1
7) $\frac{-7}{9x^2}$	17) $\frac{1}{x-y}$
8) $\frac{x-2}{2x+1}$	18) 1
9) $\frac{1}{xy}$	19) $\frac{1}{(x+1)}$
10) $\frac{(x-3)^3}{(x-5)^2(x-6)}$	20) $\frac{2a-1}{-a+2}$
	21) 1
	22) $\frac{a(a-2)}{2a^2-a-1}$

a) $\frac{2x^3+12x}{x^4-13x^2+36}$	
b) $\frac{-4}{x^2-4x+3}$	
c) $\frac{x^2+75}{(x+5)^2(x-5)^2}$	
d) $\frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$	
e) $\frac{x(x+2)}{(x-1)^2}$	
f) x^2+4x-5	
g) $\frac{4x-2}{x^3-3x^2-4x+12}$	
h) x^2-2x	i) $\frac{3x+1}{xy}$
j) $\frac{3xy+2x-4y}{8x^2y^2}$	k) $\frac{5}{x^2y} - \frac{2x}{y} + \frac{7}{xy} = \frac{5-2x^3+7x}{x^2y}$