

Unitat 1: Nombres reals

• Els nombres reals

Reals $\mathbb{R}$	Enters $\mathbb{Z}$	{ Naturals $\mathbb{N}$: +1, +2, +3,...	
		{ Enters negatius $\mathbb{Z}^- \cup \{0\}$: 0, -1, -2, -3,...	
	Racionals $\mathbb{Q}$	{ decimals exactes: $2,5=\frac{5}{2}$; $0,6=\frac{3}{5}$; $-4,323=\frac{-4323}{1000}$	
	Fraccionaris	periòdics	{ purs: $2,\hat{3}=\frac{7}{3}$
			{ mixtos: $0,21\hat{4}=\frac{193}{900}$
Irracionals: $\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$, π ,...			

1. Digues quins d'aquests nombres són irracionals i quins racionals:

$$\frac{-3}{4} \quad 1,7\hat{3} \quad \sqrt{3} \quad \pi \quad \sqrt{9} \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \sqrt[4]{-5} \quad \sqrt[3]{-1} \quad 7,23 \quad \frac{14}{7} \quad 1+\sqrt{2} \quad -\sqrt{6} \quad 1,010203...$$

• Interval·s i semirectes

Un interval és un subconjunt de $\mathbb{R}$ que està acotat per dos valors a i $b \in \mathbb{R}$ amb $a < b$ anomenats extrems de l'interval. Hi ha quatre tipus d'interval·s diferents que es representen com:

	Interval tancat	$[a, b]$	$A = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$
	Interval obert	(a, b)	$A = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$
	Interval obert per la dreta	$[a, b)$	$A = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$
	Interval obert per l'esquerra	$(a, b]$	$A = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$

Si un dels extrems de l'interval tendeix a infinit, aleshores parlem de semirectes. Hi ha quatre tipus de semirectes.

	Semirecta oberta per la dreta	$(-\infty, b)$	$A = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$
	Semirecta tancada per la dreta	$(-\infty, b]$	$A = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$
	Semirecta tancada per l'esquerra	$[a, +\infty)$	$A = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x\}$
	Semirecta oberta per l'esquerra	$(a, +\infty)$	$A = \{x \in \mathbb{R} / a < x\}$

2. Escriu en forma d'interval o semirecta i representa els nombres que compleixen la desigualtat indicada en cada cas.
- a) $-7 \leq x \leq 8$ b) $x < 4$
c) $4 \leq x < 5$ d) $x \geq -5$
e) $0 < x < 6$ f) $x \leq -3$
g) $-9 < x \leq -5$ h) $x > 0$
3. Escriu en forma de desigualtat i representa gràficament els següents intervals.
- a) $(-\infty, -1]$ b) $(-\infty, 3)$
c) $[-4, 7]$ d) $[4, \infty)$
e) $[3, 8)$ f) $(-2, 2]$
g) $[-7, -2)$ h) $(-5, \infty)$
4. Representa en la mateixa recta real i escriu l'interval $A \cap B$ on
 $A = (-\infty, 7)$ i $B = (-8, \infty)$
5. Representa en la mateixa recta real i escriu l'interval
 $B \cap C$ on $B = (1, 2.5]$ i $C = (1.5, 12)$
6. Donats els intervals $D = (-\infty, 7]$, $E = [-7, \infty)$ i $F = (-5, 12)$
representa gràficament i escriu el resultat dels següents intervals
- a) $D \cap E \cap F =$
b) $D \cap E =$
c) $E \cap F =$
d) $D \cap F =$
7. Donats els intervals $A = (-10, 7]$, $B = [0, 18]$ i $C = (5, 14)$ representa gràficament i escriu el resultat dels següents intervals
- a) $A \cap B \cap C =$
b) $A \cap B =$
c) $B \cap C =$
d) $A \cap C =$

• **Arrels**

Potències d'exponent fraccionari:	Propietats dels radicals
$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$ $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \text{ amb } k \neq 0$
Sigui $\sqrt[n]{a}$, si a és positiu, sempre existeix. Si a és negatiu, només existeixen si n és senar.	

8. Passa a forma radical les següents potències:

a) $2^{\frac{1}{2}}, 7^{\frac{2}{3}}, 5^{\frac{3}{5}}, 12^{\frac{6}{12}}$

b) $7^{\frac{-1}{2}}, 9^{\frac{-1}{3}}, 5^{\frac{10}{5}}, 8^{\frac{-2}{3}}$

c) $7^{\frac{1}{2}}, 27^{\frac{1}{3}}, 729^{\frac{1}{4}}, 27^{\frac{2}{3}}, 15625^{\frac{5}{6}}, 9^{\frac{1}{2}}$

d) $y^{\frac{2}{3}}, (a^5 b^5)^{\frac{1}{10}}, (a^4 b^4)^{\frac{2}{3}}, a^{\frac{2}{5}} \cdot b^{\frac{1}{3}}, \left((y^3)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{5}}$

9. Passa a potència:

a) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5^2}, \sqrt[3]{13^5}, \sqrt[6]{5^{12}}$

b) $\sqrt{7^{-1}}, \sqrt[3]{9^{-2}}, \sqrt[10]{7^5}, \sqrt[3]{8^{-2}}$

c) $\sqrt[4]{x^3}, \left(\sqrt[4]{x^3} \right)^5, \sqrt[14]{b^7}, \sqrt[3]{\frac{b^{12}}{b^7}}, \sqrt[3]{\sqrt{x^4}}, \sqrt[a]{\sqrt[b]{m^p}}$

10. Simplifica els següents radicals

a) $\sqrt[12]{x^8}$ f) $\sqrt[3]{64a^6}$

b) $\sqrt[5]{y^{10}}$ g) $\sqrt[15]{8a^3}$

c) $\sqrt[6]{8}$ h) $\sqrt[6]{0,027}$

d) $\sqrt[9]{64}$ i) $\sqrt[8]{16a^4}$

e) $\sqrt[8]{81}$ j) $\sqrt[9]{a^6 b^{15}}$

11. Expressa en forma d'arrel única:

a) $5^{\frac{2}{3}} : 5^{\frac{-1}{2}}$ b) $\sqrt{\sqrt[3]{32}}$ c) $\left(2^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{3}{5}}$ d) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} : \sqrt[4]{a^3}$ e) $\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[8]{a^7}}$

12. Extreu fora de l'arrel:

a) $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$ b) $\sqrt[3]{16}$ c) $\sqrt{\frac{16}{a^8}}$ d) $\sqrt{2592a^{11}b^{23}c^{12}}$

e) $\sqrt[5]{16a^9b^8c^{26}}$ f) $\sqrt[4]{4a^2b^6}$ g) $\sqrt[3]{x^6y^9}$ h) $\sqrt{8a^3b^3}$

i) $\sqrt{27xy^3}$ j) $\sqrt[3]{16a^4b^5}$ k) $\sqrt[3]{81a^4b}$ l) $\sqrt[4]{64x^5y^6}$

m) $\sqrt[5]{128x^7y^6}$ n) $\sqrt[5]{729x^3y^6z^9}$ o) $\sqrt[5]{\frac{5x^{10}}{y^8}}$ p) $\sqrt[3]{\frac{8x^4y^3z}{n^6}}$

q) $2x^2y\sqrt{x^4y^3}$ r) $\frac{xy^2}{3}\sqrt{27xy^3}$ s) $3\sqrt{8a^3}$ t) $\sqrt[4]{\frac{32x^6}{81y^5}}$

13. Extreu tots els factors possibles dels següents radicals

- a) $\sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \sqrt{50}, \sqrt{72}$
- b) $\sqrt{98}, \sqrt{128}, \sqrt{162}, \sqrt{200}$
- c) $\sqrt{12}, \sqrt{27}, \sqrt{48}, \sqrt{75}, \sqrt{108}$
- d) $\sqrt[3]{500}, \sqrt[3]{40}, \sqrt[3]{675}, \sqrt[3]{2000}, \sqrt[3]{1080}$
- e) $\sqrt{20}, \sqrt{45}, \sqrt{80}, \sqrt{180}, \sqrt{500}$

14. Introdueix factors dins de l'arrel:

- a) $2a\sqrt{2a}$
- b) $3x\sqrt[3]{4x^2}$
- c) $3a^2b\sqrt{ab^2}$
- d) $\frac{2a}{b}\sqrt[3]{\frac{3b^2}{4a^2}}$
- e) $7\sqrt{a}$
- f) $x\sqrt{\frac{1}{x}}$
- g) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{\frac{27}{2}}$
- h) $2a\sqrt{3a}$
- i) $x^3y\sqrt{xy}$
- j) $\frac{3}{2xy}\sqrt{\frac{2xz}{y}}$

15. Multiplica i simplifica el resultat:

- a) $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{3a} \cdot \sqrt{6a}$
- b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^4} \cdot \sqrt[3]{b^2}$
- c) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{10ab} \cdot \sqrt{8a^3b} \cdot \sqrt{a}$

16. Divideix i simplifica el resultat:

- a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$
- b) $\sqrt[4]{\frac{5}{12}} : \sqrt[4]{\frac{20}{3}}$
- c) $\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{ab}}$
- d) $\sqrt{\frac{3}{2}} : \sqrt{\frac{2}{3}}$

17. Efectua les sumes i restes següents:

- a) $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
- b) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$
- c) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$
- d) $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12}$
- e) $2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 2\sqrt{2}$
- f) $7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \sqrt{6}$
- g) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54}$

18. Fes les següents operacions amb radicals:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80} =$

c) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} =$

d) $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} =$

e) $\sqrt{\frac{3}{16}} - 4\sqrt{12} =$

f) $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{18}{75}} =$

g) $\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} =$

h) $\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}} =$

i) $6\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{2} =$

k) $9\sqrt{48} - \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} =$

l) $\sqrt{45x^3} + \sqrt{5x^2y} - \sqrt{80x^3} =$

m) $\sqrt{24} \times \sqrt{54}$

n) $\sqrt{3} \times \frac{1}{3} =$

o) $(3 + 4\sqrt{5}) \cdot (1 - 2\sqrt{5}) =$

p) $(3 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) =$

q) $(5 + 3\sqrt{6}) \cdot (7 - 6\sqrt{6}) =$

r) $(4 + 3\sqrt{10}) \cdot (4 - 3\sqrt{10}) =$

s) $(2\sqrt{18} - 3) \cdot (3\sqrt{18} - 1) =$

t) $(1 + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

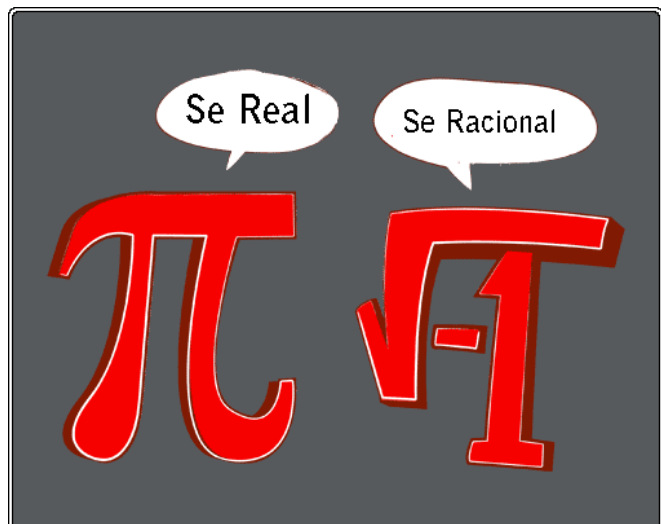
u) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt[4]{6} =$

v) $\sqrt[6]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[10]{x} =$

x) $\sqrt[6]{a^5b^7} : \sqrt[3]{ab^2} =$

y) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[12]{64}} =$

z) $\sqrt[6]{125} : \sqrt[4]{25} =$



Solucionari:

2.	a) $[-7,8]$ c) $[4,5)$ e) $(0,6)$ g) $(-9,-5]$	b) $(-\infty,4)$ d) $[-5,+\infty)$ f) $(-\infty,-3]$ h) $(0,+\infty)$	3.	a) $x \leq -1$ c) $-4 \leq x \leq 7$ e) $-3 \leq x < 8$ g) $-7 \leq x < -2$	b) $x < 3$ d) $x \geq 4$ f) $-2 < x \leq 2$ h) $x > -5$
4.	$(-8,7]$		5.	$(1'5,2'5]$	
6.	a) $D \cap E \cap F = (-5,7]$ b) $D \cap E = [-7,7]$ c) $E \cap F = (-5,12)$ d) $D \cap F = (-5,7]$		7.	a) $A \cap B \cap C = (5,7]$ b) $A \cap B = [0,7]$ c) $B \cap C = (5,14)$ d) $A \cap C = (5,7]$	
8.	a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{7^2}, \sqrt[5]{5^3}, \sqrt{12}$ b) $\frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{1}{\sqrt[3]{9}}, 5^2, \frac{1}{4}$ c) $\sqrt{7}; 3; \sqrt{3^3}; 9; 5^5; 3$ d) $\sqrt[3]{y^2}; \sqrt{ab}, \sqrt[3]{(ab)^8}, \sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b}, \sqrt[20]{y^3}$		9.	a) $3^{\frac{1}{2}}, 5^{\frac{2}{3}}, 13^{\frac{5}{3}}, 5^2$ b) $7^{\frac{-1}{2}}, 9^{\frac{-4}{3}}, 7^{\frac{1}{2}}, 2^{-2}$ c) $x^{\frac{3}{4}}, x^{\frac{15}{4}}, b^{\frac{1}{2}}, b^{\frac{5}{3}}, x^{\frac{2}{3}}, m^{\frac{p}{ab}}$	
10.	a) $\sqrt[3]{x^2}$ f) $2^2 a^2$ b) y^2 g) $\sqrt[5]{2a}$ c) $\sqrt{2}$ h) $\sqrt{0,3}$ d) $\sqrt[3]{2^2}$ i) $\sqrt{2a}$ e) $\sqrt{3}$ j) $\sqrt[3]{a^2 b^5}$		11.	a) $5^{\frac{7}{6}}$ b) $2^{\frac{5}{6}}$ c) $2^{\frac{2}{5}}$ d) $a^{\frac{-11}{12}}$ e) $a^{\frac{31}{24}}$	
12.	a) $\frac{5a}{4} \sqrt{\frac{5}{b}}$ b) $2\sqrt[3]{2}$ c) $\frac{4}{a^4}$ d) $2^2 3^3 a^5 b^{11} c^6 \sqrt{2ab}$ e) $abc^5 \sqrt[5]{16a^4 b^3 c}$ f) $b\sqrt{2ab}$ g) $x^2 y^3$ h) $2ab\sqrt{2ab}$ i) $3y\sqrt{3xy}$ j) $2ab\sqrt[3]{2ab^2}$ k) $3a\sqrt[3]{3ab}$ l) $2xy\sqrt[4]{2^2 xy^2}$ m) $2xy\sqrt[5]{2^2 x^2 y}$ n) $3yz\sqrt[5]{3x^3 yz^4}$ o) $\frac{x^2}{y} \sqrt[5]{\frac{5}{y^3}}$ p) $\frac{2xy}{n^2} \sqrt[3]{xz}$ q) $2x^4 y^2 \sqrt{y}$ r) $xy^3 \sqrt{3xy}$ s) $6a\sqrt{2a}$ t) $\frac{2x}{3y} \sqrt[4]{\frac{2x^2}{y}}$				

13. a) $2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$ b) $7\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, 9\sqrt{2}, 10\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$ d) $5\sqrt[3]{4}, 2\sqrt[3]{5}, 3\sqrt[3]{25}, 10\sqrt[3]{2}, 6\sqrt[3]{5}$ e) $\sqrt{20}, \sqrt{45}, \sqrt{80}, \sqrt{180}, \sqrt{500}$		14. a) $\sqrt{8a^3}$ b) $\sqrt[3]{108x^5}$ c) $\sqrt{9a^5b^4}$ d) $\sqrt[3]{\frac{6a}{b}}$ e) $\sqrt{49a}$ f) $\sqrt{x}$ g) $\sqrt[4]{\frac{1}{6}}$ h) $\sqrt{12a^3}$ i) $\sqrt{x^7y^3}$ j) $\sqrt{\frac{9z}{2xy^3}}$	
15. a) $6a\sqrt{a}$ b) ab^2 c) $20a^3b$	17. a) $7\sqrt{3}$ b) $-10\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{2}$ d) $a\sqrt{3}$ e) $2a\sqrt{2}$ f) $22\sqrt{6} - 9\sqrt{2}$ g) $-\sqrt[3]{2}$	18. a) $2\sqrt{2}$ b) $6\sqrt{5}$ c) $6\sqrt{6}$ d) $-\sqrt[3]{2}$ e) $-\frac{31}{4}\sqrt{3}$ f) $\frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}$ g) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ h) $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}$ i) $\frac{39}{4}\sqrt{2}$ k) $43\sqrt{3}$ l) $-x\sqrt{5x} + x\sqrt{5y}$	
16. a) ± 2 d) $\pm \frac{3}{2}$ b) $\pm \frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt[4]{b}}$			
18. m) 36 n) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ o) $-37 - 2\sqrt{5}$ p) $3 - \sqrt{3}$ q) $-73 - 9\sqrt{6}$ r) -74 s) $111 - 33\sqrt{2}$ t) $\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6} - 3$ u) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt[4]{6}$ v) $\sqrt[15]{x^{23}} = x\sqrt[15]{x^8}$ x) $\sqrt{ab}$ y) 1 z) 1			