



Física i Química. Octubre 2011

4t ESO A/B Cinemàtica

Pregunta	Punts	Puntuació obtinguda
1	2	
2	2	
3	1	
4	$2\frac{1}{2}$	
5	$2\frac{1}{2}$	
Total	10	

Nom: _____

Grup: _____

Nota que crec que trauré

1. (2 punts) Llancem una pedra, verticalment cap enlaire, amb una velocitat inicial de 90 km/h. Considerant nul·la la resistència de l'aire, calcula a quina alçada arribarà i quant de temps tardarà a tornar al punt de partida.

Resposta

Tenim un problema de caiguda lliure — i, per tant, es tracta d'un **m.r.u.a.** Les equacions que necessitem són:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$g = \frac{v - v_0}{t}$$

Com que, durant la pujada, el sentit del moviment és contrari al de la gravetat, el valor de g serà negatiu, $g \approx -10 \text{ m/s}^2$.

Les dades que ens dóna el problema són: $v_0 = 90 \text{ km/h}$
i ens demanen

- alçada màxima, y
- temps que triga a tornar a caure, t

Resolució:

En primer lloc, passem v_0 a m/s:

$$v_0 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

Per calcular l'alçada a la que arriba la pedra, cal saber quan de temps triga en arribar a aquest punt. Com que al final la velocitat de la pedra és 0, $v = 0 \text{ m/s}$,

$$-g = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - v_0}{t}$$

$$-g = \frac{-v_0}{t}$$

$$-g \cdot t = -v_0$$

$$t = \frac{-v_0}{-g} = \frac{-25 \text{ m/s}}{-10 \text{ m/s}^2} = 2,5 \text{ s}$$

Ara que sabem quant triga a pujar a dalt, podem calcular l'alçada a la que arriba:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$= 0 + 25 \text{ m/s} \cdot 2,5 \text{ s} - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 \cdot (2,5 \text{ s})^2$$

$$= 31,25 \text{ m}$$

Com que no hi ha fregament, el temps que triga a pujar és el mateix que el que triga a baixar. El temps total que triga a baixar des de que llancem la pedra serà

$$t = 2 \cdot t_{pujada} = 2 \cdot 2,5 \text{ s} = 5 \text{ s}$$

2. (2 punts) Un cos, partint del repòs, es mou amb una acceleració constant de 8 m/s^2 . Quant de temps tardarà a recórrer 100 m? Quina serà la seva velocitat quan hagi recorregut 100 m?

Resposta

Tornem a tenir un **m.r.u.a.** Les equacions que cal saber són:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (1)$$

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (2)$$

Les dades que ens dóna l'enunciat són:

$$x_0 = 0 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s (parteix del repòs)}$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$x = 100 \text{ m}$$

i ens demanen:

$$t = ?$$

$$v = ?$$

Resolució

En primer lloc calcularem el temps que triga a recórrer els 100 m, amb (2):

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

ara cal tenir en compte que $x_0 = 0$ i que $v_0 = 0$

$$x = 0 + 0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

ara pasem el 2 a multiplicar i a a dividir

$$2 \cdot x = a \cdot t^2$$

$$\frac{2 \cdot x}{a} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{8 \text{ m/s}^2}} = 5 \text{ s}$$

Ara que hem calculat el temps, podem trobar la velocitat del cos quan arriba als 100 m:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{v}{t} \text{ (perquè } v_0 = 0 \text{ m/s)}$$

$$a \cdot t = v$$

$$v = a \cdot t = 8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 40 \text{ m/s}$$

3. (1 punt) A quina velocitat entrarà a l'aigua un nedador que es deixa caure d'una alçària de 5 m, considerant nul·la la resistència de l'aire? Expressen el resultat en km/h.

Resposta

El nedador es deixa caure des de 5 m i com no es diu el contrari, la seva acceleració serà la de la gravetat (caiguda lliure). Per simplificar, prenem $g \approx 10 \text{ m/s}^2$. Les dades que ens dona l'enunciat són:

$$h = 5 \text{ m}$$

$$v_{\text{inicial}} = 0 \text{ m/s (parteix del repòs)}$$

i ens demanen:

$$v_{\text{final}}; \text{ expressada en km/h}$$

Les equacions que necessitem són les que descriuen el moviment en caiguda lliure:

$$g = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t}$$

$$h = v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Resolució

En primer lloc calculem el temps que triga en arribar a la superfície de l'aigua. El sentit del moviment és el mateix que el de g , i per tant el seu signe serà positiu. A més, com que el desplaçament de fa el nedador en la caiguda és de 5 m, podem escriure:

$$h = v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$h = 0 + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

ara passem el 2 que divideix a l'altra banda multiplicant

$$2 \cdot h = g \cdot t^2$$

i ara passem g , que multiplica, dividint

$$t^2 = \frac{2 \cdot h}{g}$$

Per trobar el temps cal fer l'arrel quadrada

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ m}}{10 \text{ m/s}^2}} = 1 \text{ s}$$

Ara que sabem quant ha trigat a caure, podem calcular la seva velocitat

$$g = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t}$$

$$g = \frac{v_{final}}{t} \text{ (perquè } v_{inicial} = 0)$$

$$g \cdot t = v_{final} \Rightarrow v_{final} = g \cdot t$$

$$v_{final} = 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$$

i en km/h

$$v_{final} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 36 \text{ km/h}$$

4. ($2\frac{1}{2}$ punts) Dos automòbils circulen per un tram recte d'autopista, amb unes velocitats de 36 km/h i 108 km/h respectivament.
- a) Si els dos vehicles viatgen en el mateix sentit i estan separats 1 km, determina en quin instant i a quina posició el vehicle més ràpid atrapa al més lent.

Resposta

En primer lloc cal que identifiquem el tipus de moviment dels cotxes. A partir de les dades

velocitat cotxe **a** $\rightarrow v_a = 36 \text{ km/h}$

velocitat cotxe **b** $\rightarrow v_b = 108 \text{ km/h}$

l'únic que sabem és que els cotxes es mouen a les velocitats indicades, i no es diu res de l'acceleració: els dos vehicles es mouen amb m.r.u. ($a = 0$).

Els dos cotxes viatgen en el mateix sentit, i les dues velocitats tindran el mateix signe (positiu). A més, com que estan separats 1 km, la posició inicial serà diferent per cadascun (el més ràpid ha d'estar a darrere del lent!). Pel que fa al temps, podem suposar que $t_0 = 0$. Per exemple fem:

posició inicial cotxe **a** $\rightarrow x_{a,\text{inicial}} = 1 \text{ km}$

posició inicial cotxe **b** $\rightarrow x_{b,\text{inicial}} = 0 \text{ km}$

Ara, plantejarem les equacions del moviment —m.r.u!— per als dos cotxes:

cotxe **a** $\rightarrow x_a = x_{a,\text{inicial}} + v_a \cdot t = 1 + 36 \cdot t$

cotxe **b** $\rightarrow x_b = x_{b,\text{inicial}} + v_b \cdot t = 108 \cdot t$

En el punt en què es troben, necessàriament $x_a = x_b$, i per tant podem escriure

$$\begin{aligned}x_a &= x_b \\x_{a,\text{inicial}} + v_a \cdot t &= x_{b,\text{inicial}} + v_b \cdot t \\1 + 36 \cdot t &= 108 \cdot t \\1 &= 108 \cdot t - 36 \cdot t \\1 &= 72 \cdot t \\t &= \frac{1}{72} = 0,0131 \text{ h}\end{aligned}$$

Si passem aquest temps a segons ens queda:

$$t = 0,0131 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 50 \text{ s}$$

Ara podem calcular a quina distància es troben, fent servir qualsevol de les dues equacions del moviment, substituint el temps pel seu valor. Agafem la del cotxe **b**:

$$\begin{aligned}x_b &= v_b \cdot t \\x_b &= 108 \text{ km/h} \cdot 0,0131 \text{ h} \\x_b &= 1,5 \text{ km}\end{aligned}$$

Per tant, es troben a 1,5 km de la posició de la que va sortir el cotxe b.

- b) Si es mouen en sentit oposat, i inicialment estan separats 1 km, calcula en quin instant i a quina posició es creuaran.

Resposta

La resolució d'aquest apartat és igual que l'anterior, però ara els cotxes es mouen en sentit contrari, i un dels dos haurà de tenir la velocitat negativa. Les dades seran:

cotxe	$x_{inicial}(\text{km})$	velocitat (km/h)
a	1	-36
b	0	108

Les equacions del moviment són:

$$\text{cotxe a} \rightarrow x_a = x_{a,inicial} + v_a \cdot t = 1 - 36 \cdot t$$

$$\text{cotxe b} \rightarrow x_b = x_{b,inicial} + v_b \cdot t = 108 \cdot t$$

Quan es troben, com que $x_a = x_b$, ens queda:

$$\begin{aligned}x_a &= x_b \\x_{a,inicial} + v_a \cdot t &= x_{b,inicial} + v_b \cdot t \\1 - 36 \cdot t &= 108 \cdot t \\1 &= 108 \cdot t + 36 \cdot t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 &= 144 \cdot t \\t &= \frac{1}{144} = 0,007 \text{ h}\end{aligned}$$

Si passem aquest temps a segons ens queda:

$$t = 0,007 \text{ h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 25 \text{ s}$$

i a partir de l'equació del moviment del cotxe b, calculem que es troben al punt

$$\begin{aligned}x_b &= v_b \cdot t \\x_b &= 108 \text{ km/h} \cdot 0,007 \text{ h} \\x_b &= 0,75 \text{ km}\end{aligned}$$

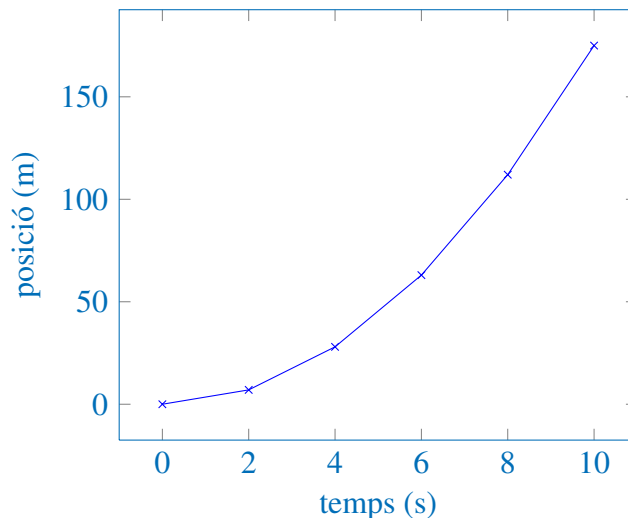
5. ($2\frac{1}{2}$ punts) En estudiar el moviment d'un cos s'obtenen les dades de la taula següent:

temps (s)	0	2	4	6	8	10
posició (m)	0	7	28	63	112	175

- a) Dibuixa el gràfic $x-t$. De quin tipus de moviment es tracta? Justifica la teva resposta.

Resposta

La representació de les dades de la taula dona del gràfic següent



Com que la variació de la posició amb el temps ens dona una paràbola, el tipus de moviment és rectilini uniformement accelerat.

- b) Si inicialment el mòbil es troba en repòs, calcula quina serà la seva acceleració?

Resposta

Per un m.r.u.a. l'equació del moviment és

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

A partir del gràfic sabem que $x_0 = 0$ m, i com que parteix del repòs, $v_0 = 0$ m/h. Per tant

$$x = 0 + 0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Si substituïm ara un parell de valors de la taula anterior en aquesta equació, podem calcular el valor de l'acceleració

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 7 \text{ m} = \frac{a \cdot (2\text{s})^2}{2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 7 \text{ m}}{4 \text{ s}^2} = 3,5 \text{ m/s}^2$$

- c) Quant temps trigarà a recórrer els primers 100 m? Quina serà la seva velocitat en aquest punt?

Resposta

A partir de l'equació del moviment, substituint $x = 100 \text{ m}$ i $a = 3,5 \text{ m/s}^2$, obtenim

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow 100\text{m} = \frac{3,5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \text{ m}}{3,5 \text{ m/s}^2}} = 7,6 \text{ s}$$

I la velocitat serà $v = a \cdot t = 3,5 \text{ m/s}^2 \cdot 7,6 \text{ s} = 26,6 \text{ m/s}$