

UNITAT DIDÀCTICA 6

VECTORS

Pàgina 146

■ Solució gràfica.

$$\bullet \vec{d} = -2,5 \vec{b} = \frac{-5}{2} \vec{b}$$

$$\bullet \vec{a}(2, 3)$$

$$\vec{b}(-2, -2)$$

$$\vec{c}(3, 0)$$

$$\vec{d}(5, 5)$$

$$\bullet 2\vec{a} = 2(2, 3) = (4, 6)$$

$$5\vec{b} = 5(-2, -2) = (-10, -10)$$

$$\frac{1}{3}\vec{c} = \frac{1}{3}(3, 0) = (1, 0)$$

Pàgina 147

$$\bullet \text{ a) } \vec{a} + \vec{c} = (2, 3) + (3, 0) = (5, 3)$$

$$\text{b) } \vec{b} + \vec{c} = (-2, -2) + (3, 0) = (1, -2)$$

$$\text{c) } \vec{b} + \vec{a} = (-2, -2) + (2, 3) = (0, 1)$$

$$\text{d) } \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2, 3) + (-2, -2) + (3, 0) = (3, 1)$$

Solució gràfica.

$$\bullet \text{ a) } 2\vec{u} + 3\vec{v} = 2(3, 1) + 3(2, -2) = (6, 2) + (6, -6) = (12, -4)$$

$$\text{b) } -\vec{v} + 5\vec{w} = -(2, -2) + 5(3, -1) = (-2, 2) + (15, -5) = (13, -3)$$

$$\text{c) } 2\vec{u} + 3\vec{v} - 4\vec{w} = 2(3, 1) + 3(2, -2) - 4(3, -1) = (6, 2) + (6, -6) + (-12, 4) = (0, 0)$$

Vector nul: $\vec{0}$

Solució gràfica.

Pàgina 151

$$1. \text{ a) } (-3, 6) \quad \text{b) } (-3, 9)$$

$$\text{c) } \left(-\frac{17}{3}, \frac{41}{3}\right) \quad \text{d) } \left(-1, \frac{11}{2}\right)$$

Pàgina 153

$$2. \text{ a) } 3\sqrt{3} \quad \text{b) } 3\sqrt{3} \quad \text{c) } -3\sqrt{3}$$

$$\text{d) } -45\sqrt{3} \quad \text{e) } 16 \quad \text{f) } -\frac{9}{4}$$

$$\text{g) } \frac{3}{4}\sqrt{3} \quad \text{h) } 2\sqrt{3} \quad \text{i) } 4,96$$

$$3. (\vec{u} \cdot \vec{v}) \simeq 97^\circ$$

$$\text{proj}_{\vec{u}}(\vec{v}) = \frac{-2}{3}$$

$$\text{proj}_{\vec{v}}(\vec{u}) = \frac{-2}{5}$$

$$4. \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{u}) = \frac{3}{2} \quad \vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{u}) = \frac{65}{2}$$

Pàgina 158

5. a) Tenen distinta direcció.

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \text{Direcció de } \vec{AQ} = \text{direcció de } \vec{BC} \\ \text{Sentit de } \vec{AQ} = \text{sentit de } \vec{BC} \end{array} \right\}$$

c) Els dos vectors tenen el mateix mòdul, la mateixa direcció i el mateix sentit, així:

d) Les seves direccions són perpendiculars.

$$6. \vec{NC} = \vec{BN} = \vec{AQ} = \vec{QD}$$

$$\vec{MQ} = \vec{NP} = \vec{BO} = \vec{OD}$$

$$7. \text{ a) } \vec{CD} = 2\vec{CP}; \text{ b) } \vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AC};$$

$$\text{c) } \vec{OC} = -\vec{OA}; \text{ d) } \vec{NB} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$$

$$8. \text{ a) } \vec{AM} + \vec{MN} = \vec{AN}; \text{ b) } \vec{MN} + \vec{NC} = \vec{MC};$$

$$\text{c) } \vec{MA} + \vec{AQ} = \vec{MQ}; \text{ d) } \vec{AM} + \vec{AQ} = \vec{AO}$$

$$9. \text{ a) } \vec{AC}; \text{ b) } \vec{AB} = \vec{DC}; \text{ c) } \vec{BA} = \vec{CD}$$

$$\text{d) } \vec{AA} = \vec{0}; \text{ e) } \vec{AC}; \text{ f) } 2\vec{DC}$$

10. Solució gràfica.

$$11. \vec{b} = \vec{x} + \vec{y} - \vec{z} \quad \vec{c} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$$

12. Solució gràfica.

$$-\vec{u} + \vec{v} = (-1, 1)$$

$$\vec{u} - \vec{v} = (1, -1)$$

$$\vec{u} + \vec{v} = (1, 1)$$

$$-\vec{u} - \vec{v} = (-1, -1)$$

$$-\vec{u} + 2\vec{v} = (-1, 2)$$

$$\vec{u} - 2\vec{v} = (1, -2)$$

$$13. \vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}, \text{ aleshores } \vec{u} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ respecte de } B(\vec{x}, \vec{y})$$

$$\vec{v} = -\frac{3}{4}\vec{x} + \vec{y}, \text{ aleshores } \vec{v} = \left(\frac{3}{4}, 1\right) \text{ respecte de } B(\vec{x}, \vec{y})$$

VECTORS

$\vec{w} = \frac{3}{4}\vec{x} + \vec{y}$, aleshores $\vec{w} = \left(\frac{3}{2}, 1\right)$ respecte de $B(\vec{x}, \vec{y})$

Pàgina 159

14. $\vec{a}(-1, -1)$ $\vec{b}(3, 3)$ $\vec{c}(-2, -3)$
 $\vec{d}(4, -1)$ $\vec{e}(-4, 0)$

15. a) $\left(-7, \frac{11}{2}\right)$ b) $\left(\frac{-9}{5}, \frac{72}{5}\right)$ c) $\left(\frac{-17}{6}, 2\right)$

16. $\vec{b}(-20, 22)$

17. $\vec{v}\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{2}\right)$

18. $m = \frac{-5}{4} \rightarrow n = \frac{-15}{4}$

19. $(-1, -8) = m(3, -2) + n\left(4, -\frac{1}{2}\right)$
 $m = 5$
 $n = -4$

20. a) No b) No c) Sí.

21. a) -6 b) -13 c) 12

22. $|\vec{u}| = \sqrt{13}$ $|\vec{v}| = \sqrt{13}$

$|\vec{w}| = 10$ $|\vec{z}| = 1$

$|\vec{t}| = 5$ $|\vec{r}| = \sqrt{2}$

23. a) $k = 2$ b) $k = 30$ c) $k = \frac{15}{-2}$

24. $m = \frac{4}{5}$

25. a) 22 b) 29 c) (20, 30)

26. $x = \frac{17}{3}$ 78°

27. a) $k = -10$ b) $k = \pm 3$

28. a) $(\vec{u}, \vec{v}) = 112^\circ 22' 48''$

b) $(\vec{m}, \vec{n}) = 90^\circ$

c) $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$

29. a) 2 b) -2 c) 4 d) -4

30. a) $\vec{v}_1 = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$ $\vec{v}_2 = \left(\frac{-3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

b) $\vec{v}_1 = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$, $\vec{v}_2 = \left(\frac{-4}{5}, \frac{-3}{5}\right)$

Pàgina 160

31. $\vec{v}_1(-8, 6)$ $\vec{v}_2(8, -6)$

32. $\vec{v}\left(\frac{-1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

33. Hi ha dues possibles solucions:

$\vec{u}\left(5, \frac{-15}{2}\right)$, $\vec{v}(3, 2)$

O bé: $\vec{u}\left(5, \frac{15}{2}\right)$, $\vec{v}(-3, 2)$

34. $-4/3 = k_1$ $-48/18 = -8/3 = k_2$

35. $k = \pm\sqrt{\frac{29}{10}}$

36. $k = 8$ $h = 4$

37. $\vec{u}_1(0, 1)$ $\vec{u}_2\left(\frac{4}{5}, \frac{-3}{5}\right)$

El problema té dues solucions possibles.

38. $\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{x} + 2\vec{y}$ $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{x} + 2\vec{y}$

$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{x} - \vec{y}$

39. $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$

40. $|\vec{v}| = \sqrt{20}$

41. $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{34}$ $|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{34}$

42. $(\vec{u}, \vec{v}) = 68^\circ 11' 46,5''$

43. $x_1 = 4/3$ $x_2 = -3/4$

44. $x_1 = -2,36$ $x_2 = 20,82$

45. $\vec{x}_1 = (4,46; 0,27)$ $\vec{x}_2 = (-2,46; 3,73)$

46. Així: $\vec{a}\left(\frac{-3}{2} - \sqrt{3}, -3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ o

$\vec{a} = \left(\frac{-3}{2} + \sqrt{3}, -3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

47. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

48. $\left\{ \begin{array}{l} \text{proj. de } \vec{b} \text{ sobre } \vec{a} = \frac{14\sqrt{29}}{29} \\ \text{proj. de } \vec{a} \text{ sobre } \vec{b} = \frac{14}{5} \end{array} \right.$

49. $\vec{b} = \vec{x} + \vec{y}$ en què: $\vec{x} = (3, 6)$

$\vec{y} = (2, -1)$

50. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$

51. a) Nombre; b) Vector; c) Nombre; d) Nombre.

VECTORS

52. a) Sí b) No c) Sí d) No

Pàgina 161

53. a) $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 0^\circ$ b) $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 90^\circ$

c) $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 180^\circ$ d) $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ$

54. Resultat coincident amb el desenvolupament.

55. Resultat coincident amb el desenvolupament.

56. Resultat coincident amb el desenvolupament.

57. Resultat coincident amb el desenvolupament.

58. Resultat coincident amb el desenvolupament.

59. Resultat coincident amb el desenvolupament.

60. a) $\vec{v} = \left(\frac{5\sqrt{26}}{26}, \frac{\sqrt{26}}{26} \right)$ i

$$-\vec{v} = \left(\frac{-5\sqrt{26}}{26}, -\frac{\sqrt{26}}{26} \right)$$

$$b) \vec{v} \left(\frac{40}{13}, \frac{8}{13} \right), -\vec{v} \left(\frac{-40}{13}, \frac{-8}{13} \right)$$

61. Resultat coincident amb el desenvolupament.

$$62. a) \vec{AC} = \vec{a} + \vec{b} \quad \vec{BD} = \vec{b} - \vec{a} = -\vec{a} + \vec{b}$$

b) Resultat coincident amb el desenvolupament.

63. Resultat coincident amb el desenvolupament.

$$64. \widehat{CMP} = 53^\circ 7' 48,37''$$

$$\widehat{MCP} = 18^\circ 26' 5,82''$$

$$\widehat{MPC} = 180^\circ - (\widehat{CMP} + \widehat{MCP}) = 108^\circ 26' 5,81''$$

65. Resultat coincident amb el desenvolupament.