

UNITAT DIDÀCTICA 5

FUNCIONS I FÓRMULES TRIGONOMÈTRIQUES

Pàgina 122

1. a) 2π b) $\frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 44,8''$;
 c) $\frac{360^\circ}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ d) $\frac{3\pi}{2}$ radians = 270°

Pàgina 123

2. a) 0,52 rad b) 1,26 rad
 c) 1,57 rad d) 2,22 rad
 e) 3,49 rad f) 5,24 rad
 3. a) $114^\circ 35' 29,6''$ b) $47^\circ 33' 19,8''$
 c) 36° d) 150° e) $200^\circ 32' 6,8''$ f) 180°
 4. La taula completa està en el següent apartat (pàgina següent) del llibre de text. Tan sols falta l'última columna, que és igual que la primera.

Pàgina 127

5. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 6. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 7. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 8. $\cos 12^\circ = 0,98$ $\operatorname{tg} 12^\circ = 0,2$
 $\cos 37^\circ = 0,8$ $\operatorname{tg} 37^\circ = 0,75$
 $\sin 49^\circ = 0,748$ $\cos 49^\circ = 0,664$
 $\operatorname{tg} 49^\circ = 1,12$
 $\sin 25^\circ = 0,428$ $\cos 25^\circ = 0,904$
 $\operatorname{tg} 25^\circ = 0,478$
 9. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 10. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 11. $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
 $\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$
 12. $\sin 90^\circ = 1$ $\cos 90^\circ = 0$
 $\operatorname{tg} 90^\circ$ no existeix.
 13. Resultat coincident amb el desenvolupament.

Pàgina 128

14. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 15. $\sin 78^\circ = 0,98$ $\operatorname{tg} 78^\circ = 4,9$
 $\sin 39^\circ = 0,63$ $\cos 39^\circ = 0,77$
 $\operatorname{tg} 39^\circ = 0,82$
 16. $\sin 30^\circ = 0,5$ $\cos 30^\circ = 0,866$
 $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$
 17. $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$
 18. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 19. Resultat coincident amb el desenvolupament.

Pàgina 129

20. Resultat coincident amb el desenvolupament.
 21. a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ c) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
 22. $\operatorname{tg} 3a$

Pàgina 131

23. a) $x_1 = 60^\circ$, $x_2 = 300^\circ$, $x_3 = 180^\circ$
 b) $x_1 = 45^\circ$, $x_2 = 135^\circ$
 $x_3 = -45^\circ = 315^\circ$, $x_4 = 225^\circ$
 c) $x_1 = 0^\circ$, $x_2 = 180^\circ$
 $x_1 = 45^\circ$, $x_2 = 225^\circ$
 d) $x = 0^\circ$, $x_2 = 60^\circ$, $x_3 = -60^\circ = 300^\circ$
 24. a) $x_1 = 51^\circ 19' 4,13''$
 $x_2 = -51^\circ 19' 4,13''$ $x_3 = 180^\circ$
 b) $x_1 = 90^\circ$, $x_2 = 270^\circ$
 $x_3 = 210^\circ$, $x_4 = 330^\circ = -30^\circ$, $x_5 = 90^\circ$
 c) $x_1 = 90^\circ$ i $x_3 = 180^\circ$
 d) $x_1 = 0^\circ$, $x_2 = 180^\circ$, $x_3 = 30^\circ$, $x_4 = 150^\circ$,
 $x_5 = 210^\circ$, $x_6 = 330^\circ$

FUNCIONS I FÓRMULES TRIGONOMÈTRIQUES

25. $x_1 = 45^\circ$ $x_2 = 135^\circ$ $x_3 = 225^\circ$
 $x_4 = 315^\circ$ $x_5 = 0^\circ$ $x_6 = 180^\circ$

26. a) $x_1 = \frac{7\pi}{6}$ rad i $x_2 = \frac{11\pi}{6}$ rad

b) L'equació no té solució.

27. a) $x = 120^\circ + k \cdot 180^\circ = \frac{2\pi}{3} + k\pi$
rad = x amb $k \in \mathbb{Z}$

b) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ rad amb $k \in \mathbb{Z}$

c) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ rad amb $k \in \mathbb{Z}$

d) $x = k\pi$ rad amb $k \in \mathbb{Z}$

Pàgina 136

28. a) 120° ; b) 240° ; c) 225° ; d) 210° ;
e) 810°

29. a) $85^\circ 56' 37''$ b) $183^\circ 20' 47''$
c) $286^\circ 28' 44''$ d) $157^\circ 33' 48''$

30. a) $\frac{2\pi}{9}$ b) $\frac{3\pi}{5}$ c) $\frac{3\pi}{4}$

d) $\frac{4\pi}{3}$ e) $\frac{3\pi}{2}$ f) $\frac{7\pi}{10}$

31. a) -2 b) -1 c) 3

32. Resultat coincident amb el desenvolupament.

33. a) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ b) -2 c) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

34. a) $-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ b) $\frac{3+4\sqrt{3}}{6}$ c) -2

35. $\alpha \approx 0,8$ rad

36. a) 2n quadrant b) 3r quadrant

c) 4t quadrant

37. $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

$\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$\operatorname{tg} 75^\circ = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3}$

38. a) $-\frac{24}{25}$ b) 3 c) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

d) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ e) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ f) $\frac{1}{7}$

Pàgina 137

39. a) $\sin 15^\circ = 0,258819$

$\cos 15^\circ = 0,965926$

$\operatorname{tg} 15^\circ = 0,267949$

b) $\sin 15^\circ = 0,258819$

$\cos 15^\circ = 0,9659258$

$\operatorname{tg} 15^\circ = 0,2679491$

40. a) $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ b) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$

c) $\frac{3\sqrt{15+5}}{15}$

41. a) $-\frac{3}{5}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

42. a) $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{8}$

d) $\sqrt{7}$ e) $-\frac{3}{4}$ f) $\frac{\sqrt{8}}{8}$

43. $\sin 41^\circ = 0,664$

$\cos 41^\circ = 0,748$

$\operatorname{tg} 41^\circ = 0,8877$

44. $-\frac{84}{13}$

45. a) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 270^\circ$

b) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$ $x_3 = 90^\circ$

c) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 270^\circ$ $x_3 = 30^\circ$
 $x_4 = 330^\circ$

46. a) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 270^\circ$

b) $x_1 = 45^\circ$ $x_2 = 135^\circ$ $x_3 = 225^\circ$
 $x_4 = 315^\circ$

c) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 210^\circ$ $x_3 = 330^\circ$

d) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$ $x_3 = 30^\circ$
 $x_4 = 210^\circ$

47. a) $x_1 = \pi/3$ $x_2 = 5\pi/3$

b) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 270^\circ$ $sx_3 = 45^\circ$
 $x_4 = 225^\circ$

c) $x_1 = 30^\circ$ $x_2 = 150^\circ$

d) $x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = \frac{5\pi}{4}$

FUNCIONS I FÓRMULES TRIGONOMÈTRIQUES

48. a) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$ $x_3 = 45^\circ$

$x_4 = 315^\circ$ $x_5 = 135^\circ$ $x_6 = 225^\circ$

b) $x_1 = 36^\circ 52' 11,6''$

$x_2 = 216^\circ 52' 11,6''$

$x_3 = 135^\circ$

$x_4 = 315^\circ$

c) $x_1 = 90^\circ$, $x_2 = 270^\circ$

d) $x = 0^\circ$

e) $x_1 = 90^\circ$ $x_2 = 270^\circ$ $x_3 = 60^\circ$

$x_4 = 300^\circ$

49. Resultat coincident amb el desenvolupament.

50. Resultat coincident amb el desenvolupament.

51. Resultat coincident amb el desenvolupament.

52. Resultat coincident amb el desenvolupament.

Pàgina 138

53. Resultat coincident amb el desenvolupament.

54. 1

55. $1,25 \text{ rad}$ $71^\circ 37' 11''$

56. $\alpha = \frac{3\pi}{4}$

57. Resultat coincident amb el desenvolupament.

58. $\frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} = 0$

59. a) $x_1 = 90^\circ$

$x_1 = 30^\circ$, $x_2 = 150^\circ$

b) $x_1 = 30^\circ$ $x_2 = 210^\circ$ $x_3 = 150^\circ$

$x_4 = 330^\circ$

c) $x_1 = 90^\circ$ $x^2 = 270^\circ$

$x^3 = 68^\circ 31' 51,1''$ $x^4 = 291^\circ 28' 8,9''$

d) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$ $x_3 = 0^\circ$

$x_4 = 240^\circ$ $x_5 = 120^\circ$

e) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 120^\circ$ $x_3 = 240^\circ$

f) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$ $x_3 = 30^\circ$

$x_4 = 150^\circ$ $x_5 = 210^\circ$ $x_6 = 330^\circ$

g) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 180^\circ$

$x_3 = 71^\circ 33' 54,2''$

$x_4 = 251^\circ 33' 54,2''$

60. a) $x_1 = 30^\circ$, $x_2 = 150^\circ$

b) $x_1 = 15^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$

$x_2 = 75^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$

$x_3 = 195^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$

$x_4 = 255^\circ + k \cdot 360^\circ = \frac{17\pi}{12} + 2k\pi$

} amb $k \in \mathbb{Z}$

c) $x_1 = 150^\circ$ $x_2 = 330^\circ$

d)

$x_1 = 157,5^\circ + k \cdot 360^\circ$

$x_2 = 67,5^\circ + k \cdot 360^\circ$

$x_3 = 337,5^\circ + k \cdot 360^\circ$

$x_4 = 247,5^\circ + k \cdot 360^\circ$

} amb $k \in \mathbb{Z}$

61. a) Resultat coincident amb el desenvolupament.

b) $x_1 = 0^\circ$ $x_2 = 150^\circ$ $x_3 = 30^\circ$

$x_4 = 150^\circ$ $x_5 = 210^\circ$ $x_6 = 330^\circ$

62. Resultat coincident amb el desenvolupament.

63. $\sin 4\alpha = 4 (\sin \alpha \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha)$

$\cos 4\alpha = \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha - 6 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

64. a) 90° , 30° b) 0° , 0° c) 30° , 60°

65. Resultat coincident amb el desenvolupament.

Pàgina 139

66. Resultat coincident amb el desenvolupament.

67. $\operatorname{tg} x$

68. Són complementaris:

FUNCIONS I FÓRMULES TRIGONOMÈTRIQUES

$$\sin \frac{\pi}{5} = \sin \frac{4\pi}{5}$$

$$\cos \frac{\pi}{5} = -\operatorname{tg} \frac{4\pi}{5}$$

$$69. \text{ a) } \begin{cases} \sin (\pi - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos (\pi - \alpha) = -\cos \alpha \end{cases} \rightarrow \rightarrow \operatorname{tg} (\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sin (\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha \end{cases} \rightarrow \rightarrow \operatorname{tg} (\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{c) } \begin{cases} \sin (2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos (2\pi - \alpha) = \cos \alpha \end{cases} \rightarrow \rightarrow \operatorname{tg} (2\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$70. \text{ a) } -2 \sin x \quad \text{b) } 0 \quad \text{c) } -\sin x + \cos x$$

71. Resultat coincident amb el desenvolupament.

72. Resultat coincident amb el desenvolupament.

73.

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$
$y = \cos 2x$	1	$\frac{\div 3}{2}$	$\frac{\div 2}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\div 2}{2}$	$-\frac{\div 3}{2}$	-1

$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$	$\frac{11\pi}{12}$	π	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{8}$	2π
$-\frac{\div 3}{2}$	$-\frac{\div 2}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{\div 2}{2}$	$\frac{\div 3}{2}$	1	-1	0	0

Solució gràfica.

74. Representa les funcions:

Solució gràfica.

75.

$$\text{a) } y = 60^\circ \quad x = 60^\circ$$

$$\text{b) } 30^\circ, 45^\circ$$

$$\text{c) } 45^\circ, 15^\circ$$

$$76. \text{ a) } x_1 = 0^\circ \quad x_2 = 180^\circ \quad x_3 = 45^\circ$$

$$x_4 = 135^\circ \quad x_5 = 225^\circ \quad x_6 = 315^\circ$$

$$\text{b) } x_1 = 90^\circ \quad x_2 = 270^\circ \quad x_3 = 60^\circ$$

$$x_4 = 120^\circ \quad x_5 = 240^\circ \quad x_6 = 300^\circ$$

$$\text{c) } x_1 = 90^\circ \quad x_2 = 270^\circ \quad x_3 = 0^\circ$$

$$x_4 = 180^\circ \quad x_5 = 30^\circ \quad x_6 = 150^\circ$$

77. Resultat coincident amb el desenvolupament.

78. Resultat coincident amb el desenvolupament.

Pàgina 142

■ 9 anys llum.