

UNITAT DIDÀCTICA 7

GEOMETRIA ANALÍTICA. PROBLEMES AFINS I MÈTRICS

Pàgina 162

$$\blacksquare m(6, 4) \quad m\left(\frac{10+2}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$$

Solució gràfica.

a) $m'(7, 4)$

b) $m''(5, 3)$

El punt mitjà de AB serà $m\left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}\right)$. $\blacksquare$

t	-2	-1	0	1	2	3
(x, y)	(-4, 6)	(-1, 5)	(2, 4)	(5, 3)	(8, 2)	(11, 1)

Solució gràfica.

$$y = \frac{-1}{3}x + \frac{14}{3}$$

Pàgina 163

$$\blacksquare d(P, r) = 1; d(P, s) = 8; d(Q, r) = 5 = d(Q, s)$$

$\overline{PQ} = 5$

a) $\overline{P'Q'} = 13$ b) $\overline{P''Q''} = 5$

$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$$

Pàgina 165

1. $\overrightarrow{MN} = (-9, -6)$ $\overrightarrow{NM} = (9, 6)$

2. P, Q i R estan alineats.

3. $k = \frac{-5}{3}$

Pàgina 166

4. a) $m = \left(\frac{11}{2}, 4\right)$ b) $P'(13, -11)$

c) $Q'(-2, 19)$ d) $A(5, 5)$ e) $B(4, 7)$

Pàgina 168

5. a) $x = -3 + 4t$ $y = 7 - 7t$

t	-2	-1	0	1	2	3
(x, y)	(11, 21)	(-7, 14)	(-3, 7)	(1, 0)	(5, -7)	(9, -14)

b) $x = 5 + 2t$ $y = 2 + 2t$

t	-2	-1	0	1	2	3
(x, y)	(1, -2)	(3, 0)	(5, 2)	(7, 4)	(9, 6)	(11, 8)

6. a) $x = 5 - 5t$ $y = -2 + 6t$

b) $x = 3$ $y = 7 - 7t$

c) $x = 7t$ $y = 0$

d) $x = 1 + 2t$ $y = 1 + 2t$

7. $k = 10$

Pàgina 169

8. $\alpha = 10^\circ 18' 17,4''$

9. a) $r: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 7 + t \end{cases}$ b) $r': \begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \end{cases}$

Pàgina 170

10. r_1 i r_2 es tallen en un punt $P(2, 1)$

 $r_2 = r_3$ (són la mateixa recta).Són paral·leles. $r_3 \parallel r_4$.**Pàgina 171**

11. $r: \begin{cases} x = 3t \\ y = 8/3 + 5t \end{cases}$

12. $r: 2x + 3y - 7 = 0$

Pàgina 173

13. $r: y = 3x - 5 \rightarrow$ EQUACIÓ EXPLÍCITA

$r: 3x - y - 5 = 0 \rightarrow$ EQUACIÓ IMPLÍCITA

14. a) $x + 2y - 15 = 0$

b) $3x + y - 7 = 0$ c) $y = 1$ d) $x = -2$

15. $A(0, 4)$ $B(1, 1)$

$m = -3$

Efectivament, és la de la recta $y = -3x + 4$.

16. $s: y = \frac{-1}{2}x + 3$ $r: y = \frac{2}{3}x + 2$

$t: y = 1$

Pàgina 175

17. a) Són la mateixa recta.

b) Les rectes es tallen en un punt.

$(x, y) = (-2, 7)$

18. a) Són paral·leles.

b) Les rectes es tallen en un punt.

GEOMETRIA ANALÍTICA. PROBLEMES AFINS I MÈTRICS

$$(x, y) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

Pàgina 176

19. a) $\text{dist}(P, Q) = \sqrt{85}$

b) $\text{dist}(P, Q) = 5$

c) $\text{dist}(P, Q) = \sqrt{145}$

d) $\text{dist}(P, Q) = 13$

20. a) $\text{dist}(r, Q) = \frac{2}{\sqrt{13}}$

b) $\text{dist}(Q, r) = \frac{20}{\sqrt{29}}$

c) $\text{dist}(Q, r) = \frac{26}{\sqrt{40}}$

d) $\text{dist}(Q, r) = \frac{\frac{7}{6}}{\sqrt{\frac{13}{36}}}$

Pàgina 181

21. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - t \end{cases}$

t	-2	-1	1	2	3
(x, y)	(-11, 9)	(-7, 8)	(1, 6)	(5, 5)	(9, 4)

22. a) $r: \begin{cases} x = -6t \\ y = 5 + 7t \end{cases}$

$r: 7x + 6y - 30 = 0$

b) $r: \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 + 4t \end{cases}$

$x = 3 \rightarrow$ recta paral·lela a l'eix Y

c) $r: \begin{cases} x = 8t \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow r: y = 0 \rightarrow$ eix X

23. a) $r: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \end{cases}$; b) $\begin{cases} x = 7 \\ y = t \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = t \\ y = 6/3 = 2 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x = -3t \\ y = t \end{cases}$

24. Eix $X: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 0$

Eix $Y: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \end{cases} \Rightarrow x = 0$

25. a) $r': \begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = -3 + t \end{cases}$

b) $r'': \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 5 + 5t \end{cases}$

26. a) L'equació implícita és $2x - 3y - 11 = 0$

b) L'equació implícita és $x - y - 4 = 0$

c) La recta paral·lela seria $y + 3 = 0$

d) La recta perpendicular és $y + 3 = 0$

27. $y = \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow$ EQUACIÓ EXPLÍCITA

$2x - 3y - 6 = 0 \Rightarrow$ EQUACIÓ IMPLÍCITA

28. $3x - 4y + 8 = 0$

29. a) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$

c) $s: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ d) $s: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$

30. $B = (8, -7)$

31. $P'(5, 2)$

32. $D(2, 6)$

33. $P(2, 2)$

34. $k = \frac{-11}{5}$

35. a) El punt de tall és $(-3, -1)$

b) El punt de tall és $(2, -1)$

c) El punt de tall és $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

Pàgina 182

36. r_1 : No hi pertany

r_2 : No hi pertany

r_3 : Sí que hi pertany

r_4 : Pertany a la recta r_4 .

37. a) $k = -1$ b) $k = 0$ c) $k = \frac{5}{2}$

38. a) $\text{dis}(P, Q) = \sqrt{32}$

b) $\text{dis}(P, Q) = \sqrt{50}$

c) $\text{dis}(P, Q) = \sqrt{160}$

39. $k = -2$

GEOMETRIA ANALÍTICA. PROBLEMES AFINS I MÈTRICS

40. $a_1 = -1 \quad a_2 = -5$

L'exercici té dues solucions possibles.

41. a) $\text{dist}(P, r) = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

b) $\text{dist}(P, r) = \frac{21}{4}$

c) $\text{dist}(P, r) = \frac{9}{2}$

42. a) $\text{dist}(0, r) = \frac{12}{5}$ b) $\text{dist}(0, r) = \frac{9}{2}$

c) $\text{dist}(0, r) = 3$ d) $\text{dist}(0, r) = 0$

43. $\text{dist}(A, B) = \frac{5}{2}\sqrt{5}$

44. a) $\text{dis } OB = \sqrt{40}$ b) $\text{dis}(A, r) = \frac{10}{\sqrt{10}}$

c) $a = 10$

45. Resultat coincident amb el desenvolupament.

$A = 12,5$

46. $A = 25$

47. $\text{dist}(r, r') = \frac{9\sqrt{5}}{10}$

48. $c_1 = 10 \quad c_2 = -10$

Les dues rectes solució seran dues rectes paral·leles:

49. $2 = a$

50. a) $\alpha = 45^\circ$ b) $\alpha = 90^\circ$

c) $\alpha = 45^\circ$ d) $\alpha = 63^\circ 26' 5,82''$

51. $\alpha = 56^\circ 18' 35,8''$

52. $\alpha = 26^\circ 33' 54,2''$

53. $n = -\sqrt{3}$

54. $m = 3 \quad n = 4$

Pàgina 183

55. $t: y = -\frac{1}{2}(x + 3) + 2$

 s : És una recta paral·lela a l'eix de les y : $x = 2$

p : $y = 2x + 2$

r : $y = -\frac{3}{2}$

56. $k = -3$

57. a) $h_B: 5x - 7y - 18 = 0$

b) $m_B: 6x - 18y - 12 = 0$

c) $z: 5x - 7y - 6 = 0$

58. $y = 1 + \frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)$

59. $P\left(\frac{1}{3}, 2\right) \quad Q\left(\frac{8}{3}, 3\right)$

60. $P\left(\frac{17}{3}, 0\right)$

61. Resultat coincident amb el desenvolupament.

62. $P'\left(\frac{-4}{5}, \frac{8}{5}\right)$

63. $A_{ABCD} = \frac{71}{2}$

64. Àrea = $\frac{46}{5}$

65. La longitud de la mitjana és: $|\vec{BM}| = \frac{\sqrt{65}}{2}$

$h_B = |\vec{BP}| = 3,528$

66. $P(8, 8)$

67. Dues possibilitats:

$$\begin{cases} P_1(3\sqrt{10} - 8, 6\sqrt{10} - 16) \\ P_2(-3\sqrt{10} - 8, -6\sqrt{10}, -16) \end{cases}$$

68.

$$\begin{cases} P_1\left(\frac{1}{8}, \frac{15}{8}\right) \\ P_2\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right) \end{cases}$$

69. $c_1 = 9 \quad c_2 = -21$

70. $C\left(\frac{-5}{3}, 3\right)$

Àrea $\approx 14,17$

71. Hi ha dues possibles solucions:

$t_1: y = \frac{-3}{2}x + \frac{9}{2} \quad t_2: y = \frac{2}{3}x - \frac{6}{3}$

72. $k_1 = 50 \quad k_2 = -2$

73. Solució gràfica.

$\widehat{r, s} = 60^\circ 15' 18,4''$

$\widehat{r, t} = 34^\circ 30' 30,7''$

GEOMETRIA ANALÍTICA. PROBLEMES AFINS I MÈTRICS

$$(\widehat{s, t}) = 85^\circ 14' 11''$$

$$74. \widehat{A} = 29^\circ 44' 41,6''$$

$$\widehat{B} = 46^\circ 13' 7,9''$$

$$\widehat{C} = 104^\circ 2' 10,5''$$

Pàgina 184

$$75. y = 1,73x + 2$$

$$76. y = 3x + \frac{5}{2} \quad y = \frac{-1}{3}x + \frac{5}{6}$$

$$77. P_1(-6, -6) \quad P_2(2, -2)$$

$$78. y = 2 + \frac{-27}{100}(x + 2) \text{ i}$$

$$y = 2 + \frac{-37}{10}(x + 2)$$

$$79. r: x - y + 1 = 0$$

$$s_1: x - y + 7 = 0$$

$$s_2: x - 5 = 0$$

$$80. P' = (3, -3)$$

$$81. A(0, -3) \quad C(-2, 1) \quad \text{Àrea} = 20$$

$$82. R\left(\frac{21}{11}, \frac{103}{11}\right) \quad S\left(\frac{1}{22}, \frac{-37}{22}\right).$$

$$83. A\left(\frac{16}{5}, \frac{8}{5}\right)$$

$$84. a) R(-6, 0) \quad S(2, -4)$$

$$b) \alpha = 71^\circ 33'$$

$$\alpha = 108^\circ 26'$$

$$85. A(0, 2)$$

$$B\left(\frac{10}{3}, \frac{-4}{3}\right) \quad D\left(\frac{8}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

$$86. P_1(-15, 0), P_2\left(\frac{3}{7}, 0\right)$$

87. Doncs hi ha dos triangles, OPQ_1 i OPQ_2 , en què:

$$Q_1\left(\frac{13}{2}, 3\right) \text{ i } Q_2\left(\frac{-11}{2}, -3\right)$$

88. Resultat coincident amb el desenvolupament.

$$\text{Àrea total} = \frac{9}{2}$$

$$89. \frac{|\vec{AB}| + |\vec{CD}|}{2} \cdot h = \frac{21}{2}$$

$$90. \left(\frac{-18}{7}, \frac{-9}{7}\right)$$

$$91. m = \frac{3}{4}$$

$$92. r: x = -1 \quad s: 5x + 3y - 10 = 0$$

$$93. 2x + 3y + 5 = 0$$

Pàgina 185

94. Resultat coincident amb el desenvolupament.

95. Resultat coincident amb el desenvolupament.

96. a) La recta creua pel punt $(0, 0)$.

b) És una recta paral·lela a l'eix OX .

c) És una recta paral·lela a l'eix OY .

97. Resultat coincident amb el desenvolupament.

98. Resultat coincident amb el desenvolupament.

99. • Si $Ax_0 + By_0 + C = 0 \Rightarrow$ coincideixen; però això significarà que $(x_0, y_0) \in r$, cosa que és falsa. Per tant, $r \neq s$.

• Si $Ax_0 + By_0 \neq -C \Rightarrow r \parallel s$. Ara bé, com que $(x_0, y_0) \notin r \Rightarrow Ax_0 + By_0 + C \neq 0 \Rightarrow Ax_0 + By_0 \neq -C$

Per tant, $r \parallel s$.

Per tant, t és la recta perpendicular a r que passa pel punt (x_0, y_0) .

100. $m_t = 2m_r$ (el pendent es duplica)

$m_s = \frac{m_r}{2}$ (el pendent es redueix a la meitat)

$m_n = m_r$ (el pendent no varia)

101. Resultat coincident amb el desenvolupament.

102. $C(-1, 4) \quad B(1, 1) \quad D(-4, 2)$

• La longitud de la diagonal serà:

$$|\vec{AC}| = |\vec{BD}| = \sqrt{26}$$

103. Hi ha dues solucions.

GEOMETRIA ANALÍTICA. PROBLEMES AFINS I MÈTRICS

$$C_1(8, 4) \quad C_2(0, 6)$$

$$D_1(7, 0) \quad D_2(-1, 2)$$

$$\mathbf{104.} \text{ Perímetre} = 4|\vec{AC}| = 16\sqrt{2}$$

Els vèrtexs B i D són:

$$(-1 - 2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}) \text{ i } (-1 + 2\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$$

105. Dues solucions:

$$r_1: y = -2x + 18 \text{ i } r_2: y = -2x - 18$$

$$\mathbf{106.} \text{ a) } D_1(1, 2) \quad C_1(5, 6)$$

$$\text{b) } D_2\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad C_2\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

$$\mathbf{107.} C\left(\frac{12}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$\mathbf{108.} \text{ a) } a(x - 3) + b(y + 2) = 0$$

$$\text{b) } y = -2 + \frac{7}{4}(x - 3)$$

$$\text{c) } y = -2 - \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\text{d) } y = -2 - \frac{5}{12}(x - 3)$$

$$\mathbf{109.} (1, -2).$$